

(ĐỀ MINH HỌA 23)

Bài 1. (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính $5\sqrt{18} - 6\sqrt{\frac{9}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

2. Giải phương trình: $10x^2 + 5x = 21 + 6x$.

3. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x - 2y = 8. \end{cases}$$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = 2m + 6 - 2mx$ có đồ thị (d)

1. Vẽ (P).

2. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm sao cho tổng các tung độ của hai điểm đó là bé nhất.

Bài 3. (1,5 điểm)

1. Với người trồng thanh long, nếu giá bán 9000 đồng/kg thì huê vốn. Đầu năm 2020, bác Nam đã thu hoạch được một số thanh long. Tuy nhiên, do dịch virus corona, thị trường tiêu thụ Trung Quốc không nhập hàng nên giá thanh long bị giảm nhiều. Bác An đã bán 20% số thanh long thu hoạch được với giá 2000/kg. Sau đó, nhờ các hệ thống siêu thị nâng sản lượng mua nên bác đã bán số thanh long còn lại với giá 11000 đồng/kg. Sau hai đợt bán, bác thu được tổng cộng 552 triệu đồng. Tính khối lượng thanh long bác Nam thu hoạch và tính xem bác Nam lỗ hay lãi trong vụ này?

2. Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} + \sqrt{x(2-x)} = \sqrt{2}$.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB vuông góc với dây MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O;R) sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn tại điểm K (K khác A), hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

1. Chứng minh rằng tứ giác AHEK là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh rằng $BM^2 = BE.BK$.

3. Qua điểm N kẻ đường thẳng (d) vuông góc với AC, (d) cắt tia MK tại F. Chứng minh rằng tam giác NFK là tam giác cân.

4. Khi $KE = KC$. Chứng minh rằng $OK \parallel MN$.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c chứng minh rằng:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \geq 3(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$$

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ MINH HỌA 23

Bài 1. (2,5 điểm)

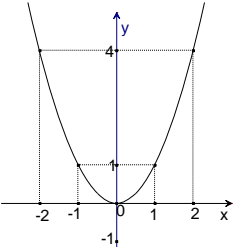
1. Thực hiện phép tính $5\sqrt{18} - 6\sqrt{\frac{9}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.
2. Giải phương trình: $10x^2 + 5x = 21 + 6x$.
3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x - 2y = 8. \end{cases}$

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1. 2,5 điểm	1. Thực hiện phép tính $5\sqrt{18} - 6\sqrt{\frac{9}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ $= 5 \cdot 3\sqrt{2} - 6 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2-1}$ $= 15\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2}$ $= 7\sqrt{2} + 2$	0,5 0,25 0,25
	2. $10x^2 + 5x = 21 + 6x \Leftrightarrow 10x^2 - x - 21 = 0$. $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-21) = 841$ $\sqrt{\Delta} = 29$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{1+29}{2 \cdot 10} = \frac{3}{2}; x_2 = \frac{1-29}{2 \cdot 10} = -\frac{7}{5}$	0,25 X2
	3. $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = -10 \\ 3x - 6y = 24 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 + 3y = -5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25 X 3

Bài 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = 2m + 6 - 2mx$ có đồ thị (d)

1. Vẽ (P).
2. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm sao cho tổng các tung độ của hai điểm đó là bé nhất.

Bài	Nội dung	Điểm												
Bài 2. 2,0 đ	1. Lập đúng bảng giá trị <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = x^2$</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	$y = x^2$	4	1	0	1	4	0,5
	x	-2	-1	0	1	2								
$y = x^2$	4	1	0	1	4									
		0,5												

	 <p>Vẽ đúng đồ thị Lưu ý trường hợp học sinh lập ba giá trị nhưng vẽ đúng đồ thị do sử dụng tính đối xứng vẫn đạt điểm tối đa.</p>	
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d) là $x^2 = 2m + 6 - 2mx \Leftrightarrow x^2 + 2mx - 2m - 6 = 0$ $\Delta' = m^2 + 2m + 6 = (m+1)^2 + 5 > 0$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$</p>	0,25
	<p>Theo hệ thức Viete ta có: $x_1 + x_2 = -2m$ $x_1 x_2 = -2m - 6$</p>	0,25
	<p>Ta có: $y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$ $= (-2m)^2 + 2(2m + 6) = 4m^2 + 4m + 12 = (2m + 1)^2 + 11 \geq 11$</p>	0,25
	<p>Dấu “=” xảy ra khi $m = -\frac{1}{2}$. Vậy khi $m = -\frac{1}{2}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm sao cho tổng các tung độ của hai điểm đó bé nhất là 11.</p>	0,25

Bài 3. (1,5 điểm)

1. Với người trồng thanh long, nếu giá bán 9000 đồng/kg thì huề vốn. Đầu năm 2020, bác Nam đã thu hoạch được một số thanh long. Tuy nhiên, do dịch virus corona, thị trường tiêu thụ Trung Quốc không nhập hàng nên giá thanh long bị giảm nhiều. Bác An đã bán 20% số thanh long thu hoạch được với giá 2000/kg. Sau đó, nhờ các hệ thống siêu thị nâng sản lượng mua nên bác đã bán số thanh long còn lại với giá 11000 đồng/kg. Sau hai đợt bán, bác thu được tổng cộng 552 triệu đồng. Tính khối lượng thanh long bác Nam thu hoạch và tính xem bác Nam lỗ hay lãi trong vụ này?

2. Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} + \sqrt{x(2-x)} = \sqrt{2}$.

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 3. 1,5 điểm	1. Gọi khối lượng thanh long bác Nam thu hoạch là x (kg) (điều kiện : $x > 0$)	0,25
	Ta có phương trình: $2000 \cdot \frac{20}{100} x + 11000 \cdot \frac{80}{100} x = 552000000$	0,25
	Giải ra được $x = 60000$	0,25
	Số tiền vốn $60000 \cdot 9000 = 540000000$ đồng $540000000 < 552000000$ Vậy bác An có lãi trong vụ này.	0,25
	2. Giải phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} + \sqrt{x(2-x)} = \sqrt{2}$ Điều kiện : $0 \leq x \leq 2$ Đặt $y = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$ (điều kiện $y > 0$)	0,25

$\Leftrightarrow y^2 = x + 2 - x + 2\sqrt{x(2-x)} \Leftrightarrow \sqrt{x(2-x)} = \frac{y^2 - 2}{2}$ <p>Ta có phương trình: $y + \frac{y^2 - 2}{2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow y^2 + 2y - 2 = 2\sqrt{2}$</p>	
$\Leftrightarrow y^2 + 2y - 2 - 2\sqrt{2} = 0$ $\Delta' = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{2} + 1$ $y_1 = -1 + \sqrt{2} + 1 = \sqrt{2} \text{ (nhận)}$ $y_2 = -1 - \sqrt{2} - 1 = -3 - \sqrt{2} \text{ (loại)}$ <p>Khi $y = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x(2-x)} = 0 \Leftrightarrow x(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$</p> <p>Giá trị $x = 0; x = 2$ thỏa điều kiện, nhận. Kết luận nghiệm.</p>	0,25

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB vuông góc với dây MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn tại điểm K (K khác A), hai dây MN và BK cắt nhau ở E .

1. Chứng minh rằng tứ giác $AHEK$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $BM^2 = BE \cdot BK$.
3. Qua điểm N kẻ đường thẳng (d) vuông góc với AC , (d) cắt tia MK tại F . Chứng minh rằng tam giác NFK là tam giác cân.
4. Khi $KE = KC$. Chứng minh rằng $OK \parallel MN$.

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 4. 3,5 điểm		0,5
	1. Ta có: $\angle AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\angle AKE = 90^\circ$.	0,25
	Tứ giác $AHEK$ có $\angle AKE = \angle AHE = 90^\circ$ \Rightarrow tứ giác $AHEK$ nội tiếp đường tròn đường kính AE (dấu hiệu nhận biết).	0,5
	2. $\triangle BHE \sim \triangle BKA$ (gg) $\Rightarrow \frac{BH}{BK} = \frac{BE}{BA} \Rightarrow BK \cdot BE = BH \cdot BA$	0,5

	Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ \Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M $\Rightarrow BM^2 = BH.BA \Rightarrow BM^2 = BE.BK$	0,25
	3. Vì $AB \perp MN$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BM} = \widehat{BN} \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BKN}$	0,25
	Vì $\left. \begin{array}{l} NF \perp AC \\ KB \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow NF // KB$ $\Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{NFK}$ (hai góc đồng vị) Và $\widehat{BKN} = \widehat{NKF}$ (hai góc so le trong) Mà $\widehat{BKM} = \widehat{BKN}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{NFK} = \widehat{NKF} \Rightarrow \Delta NFK$ cân tại N.	0,25
	4. Vì $KE = KC \Rightarrow \Delta KEC$ cân tại K mà $\widehat{EKC} = 90^\circ \Rightarrow \Delta KEC$ vuông cân tại K $\Rightarrow \widehat{KCE} = 45^\circ$ hay $\widehat{ACH} = 45^\circ$.	0,25
	Xét ΔACH có $\widehat{AHC} = 90^\circ$; $\widehat{ACH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta ACH$ vuông cân tại H $\Rightarrow \widehat{CAH} = 45^\circ$ hay $\widehat{KAB} = 45^\circ$ Xét ΔKAB có $\widehat{AKB} = 90^\circ$; $\widehat{KAB} = 45^\circ \Rightarrow \Delta ABK$ vuông cân tại K.	0,25
	Xét ΔABK vuông cân tại K có KO là trung tuyến $\Rightarrow KO$ là đường cao $\Rightarrow KO \perp AB$ mà $MN \perp AB \Rightarrow KO // MN$.	0,25

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c chứng minh rằng:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \geq 3(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$$

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 5. 0,5 đ	$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ $b + c \geq 2\sqrt{bc}$ $c + a \geq 2\sqrt{ca}$ $\Rightarrow a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$	0,25
	$\Rightarrow a + b + c + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ca} \geq 3\sqrt{ab} + 3\sqrt{bc} + 3\sqrt{ca}$ $\Rightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \geq 3\sqrt{ab} + 3\sqrt{bc} + 3\sqrt{ca}$	0,25