SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2024 – 2025
HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN **(ĐỀ MINH HỌA 20)**	Đề thi môn : **TOÁN (Chung)** Thời gian làm bài : **120** phút

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình : $5x^2-13x-6=0.$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases}3x+2y=10\\4x-y=6\end{cases}.$

c) Thực hiện phép tính : $A=\sqrt{18}-\sqrt{72}+\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-4\right)^2}.$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(D): y=mx-m+3.$

a) Vẽ $(P).$

b) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho (P) với (D) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ mà biểu thức $T=2(y_A+y_B)-x_Ax_B$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Một xe gắn máy đi từ địa điểm A đến địa điểm B trên quãng đường dài $100\,\text{km}$ rồi sau đó đi từ B về A trên cùng một quãng đường với vận tốc giảm so với lúc đi là $10\,\text{km/h}$. Biết tổng thời gian đi và về là 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc của xe khi đi từ A đến B.

b) Giải phương trình : $x^2-8x+5=\sqrt{3x+1}.$

Câu 4 (3,5 điểm). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB của (O) (với A, B là hai tiếp điểm). Đường thẳng MO cắt đường tròn (O) tại C và D (C nằm giữa M, O).

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MC.MD=MA^2.$

c) Trên đoạn thẳng OD lấy điểm N, AN cắt đường tròn (O) tại K khác $A.$ Tiếp tuyến của (O) tại K cắt các đường thẳng MA, MB ở $E, F.$ Chứng minh hai đường thẳng NF, MO vuông góc.

d) Đường thẳng OK cắt AB tại điểm $P.$ Chứng minh đường thẳng MP đi qua trung điểm của $EF.$

Câu 5 (0,5 điểm). Hai số thực dương a và b thay đổi thỏa mãn $a+b=1.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P=\frac{a^2}{a^2+1}-\frac{1}{b^2+1}+a^2+b^2.$$

--------------------**HẾT**--------------------

Họ và tên thí sinh : ………………………………………………………… Số báo danh : …………………………
Chữ ký CBCTh 01 : ……………………………………………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ MINH HỌA 20
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2024 – 2025
Môn : TOÁN (Chung)

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình : $5x^2-13x-6=0$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases}3x+2y=10\\4x-y=6\end{cases}$.

c) Thực hiện phép tính : $A=\sqrt{18}-\sqrt{72}+\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-4\right)^2}$.

Ý	Nội dung	Điểm
a) (0,75)	$\Delta=\left(-13\right)^2-4.5.\left(-6\right)=289>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=17.$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{13-17}{2.5}=-\dfrac{2}{5};x_2=\dfrac{13+17}{2.5}=3.$	0,5
b) (0,75)	Hệ phương trình $\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=10\\8x-2y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11x=22\\3x+2y=10\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\3x+2y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\6+2y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}.$	0,5
c) (1,0)	$A=3\sqrt{2}-6\sqrt{2}+\dfrac{2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2-1}-\left\lvert\sqrt{2}-4\right\rvert$	0,5
	$A=-3\sqrt{2}+2\left(\sqrt{2}+1\right)-4+\sqrt{2}=-2.$	0.5

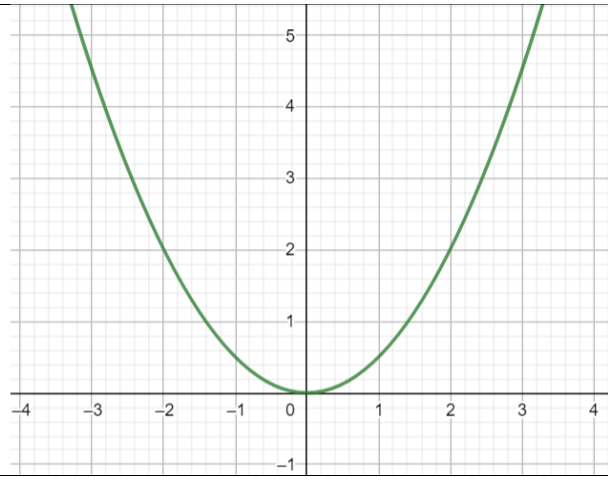
Câu 2 (2,0 điểm). Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$ có đồ thị $\left(P\right)$ và đường thẳng $\left(D\right):y=mx-m+3$.

a) Vẽ $\left(P\right)$.

b) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho $\left(P\right)$ với $\left(D\right)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A\left(x_A;y_A\right)$ và $B\left(x_B;y_B\right)$ mà biểu thức $T=2\left(y_A+y_B\right)-x_Ax_B$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ý	Nội dung	Điểm
	Lập bảng giá trị	0,5

x	-3	-2	0	2	3
$y=\dfrac{1}{2}x^2$	$\dfrac{9}{2}$	2	0	2	$\dfrac{9}{2}$

a) (1,0)		**0,5**
b) (1,0)	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là $\frac{1}{2}x^2 = mx - m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 6 = 0 (*)$ (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 6 > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 5 > 0$ (luôn đúng)	**0,25**
	Theo hệ thức Vi – ét thì $\begin{cases} x_A + x_B = 2m \\ x_A x_B = 2m - 6 \end{cases}$. Do A, B thuộc $(P) \Rightarrow y_A = \frac{1}{2}x_A^2; y_B = \frac{1}{2}x_B^2$.	**0,25**
	Ta có : $T = x_A^2 + x_B^2 - x_A x_B = (x_A + x_B)^2 - 2x_A x_B = (2m)^2 - 2(2m-6) = 4m^2 - 4m + 12$	**0,25**
	$T = (2m-1)^2 + 11 \geq 11$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 11, đạt tại $m = \frac{1}{2}$.	**0,25**

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Một xe gắn máy đi từ địa điểm A đến địa điểm B trên quãng đường dài 100 km rồi sau đó đi từ B về A trên cùng một quãng đường với vận tốc giảm so với lúc đi là 10 km/h. Biết tổng thời gian đi và về là 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc của xe khi đi từ A đến B.

b) Giải phương trình : $x^2 - 8x + 5 = \sqrt{3x+1}$.

Ý	Nội dung	Điểm
a) (1,0)	Gọi x (km/h) là vận tốc của xe khi đi từ A đến B $(x > 10)$. Khi đó vận tốc xe đi từ B về A là $x - 10$ (km/h).	**0,25**
	Thời gian xe đi từ A đến B là $\frac{100}{x}(h)$. Thời gian xe đi từ B về A là $\frac{100}{x-10}(h)$	**0,25**
	Theo bài ra, ta có phương trình : $\frac{100}{x-10} + \frac{100}{x} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow 200x + 200(x-10) = 9x(x-10)$ $\Leftrightarrow 9x^2 - 490x + 2000 = 0$	**0,25**
	$\Delta = (-490)^2 - 4.9.2000 = 168100 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 410$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \frac{490 - 410}{2.9} = \frac{40}{9}; x_2 = \frac{490 + 410}{2.9} = 50$. Kết hợp điều kiện ta được vận tốc xe lúc đi A đến B là 50 (km/h).	**0,25**
	Điều kiện : $x \geq \frac{1}{3}$. Phương trình đã cho	

b) (0,5)	$\Leftrightarrow x^2-5x+6=(3x+1)+\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}=(3x+1)+\sqrt{3x+1}+\frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\sqrt{3x+1}+\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{3x+1}=x-3\ (1)\\ \sqrt{3x+1}=2-x\ (1)\end{array}\right.$	0,25
	$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\ge 0\\ 3x+1=(x-3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 3\\ x^2-9x+8=0\end{cases}\Leftrightarrow x=8.$ $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}2-x\ge 0\\ 3x+1=(2-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\ x^2-7x+3=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{7-\sqrt{37}}{2}.$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{8;\frac{7-\sqrt{37}}{2}\right\}.$	0,25

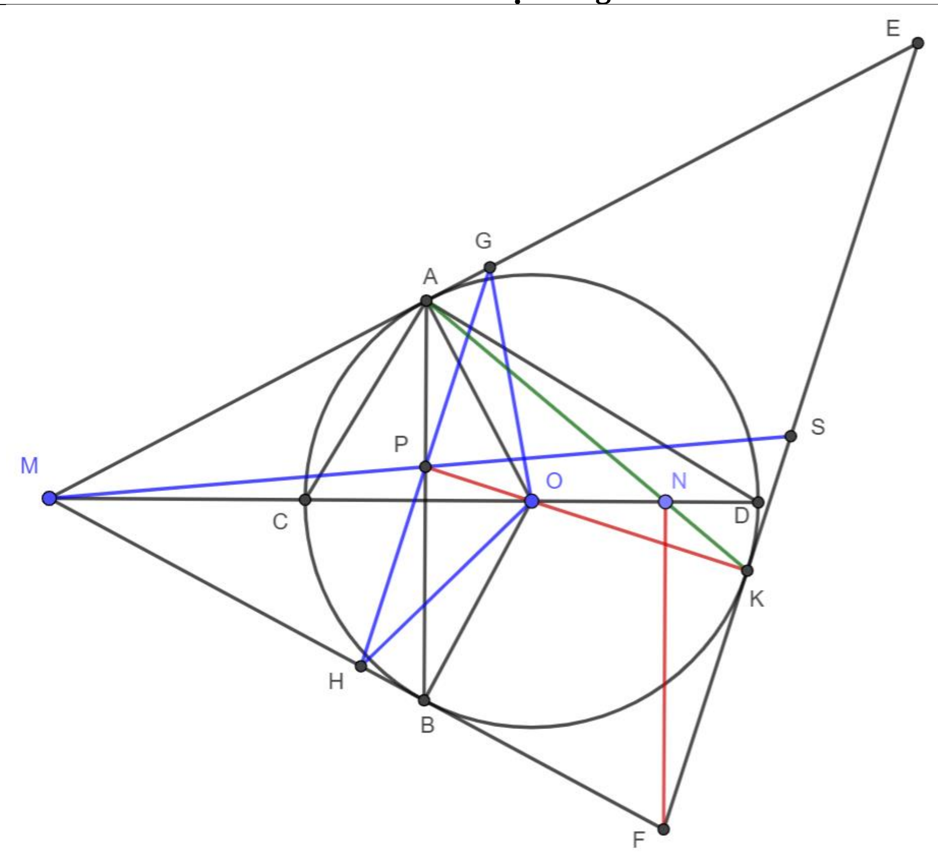
Câu 4 (3,5 điểm). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB của (O) (với A, B là hai tiếp điểm). Đường thẳng MO cắt đường tròn (O) tại C và D (C nằm giữa M, O).

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MC.MD = MA^2$.

c) Trên đoạn thẳng OD lấy điểm N, AN cắt đường tròn (O) tại K khác A. Tiếp tuyến của (O) tại K cắt các đường thẳng MA, MB ở E, F. Chứng minh hai đường thẳng NF, MO vuông góc.

d) Đường thẳng OK cắt AB tại điểm P. Chứng minh đường thẳng MP đi qua trung điểm của EF.

Ý	Nội dung	Điểm
	 Vẽ hình đến ý c) được 0,5 điểm.	0,5
a) (1,0)	MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) tại $A, B \Rightarrow \widehat{MAO}=\widehat{MBO}=90^0$	0,5
	$\Rightarrow$ tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn đường kính MO.	0,5

b) (0,75)	Xét tam giác MAC và MDA có $\widehat{M}$ chung, $\widehat{MAC}=\widehat{MDA}$ (cùng chắn cung AC). Do đó hai tam giác MAC, MDA đồng dạng.	**0,5**
	$\Rightarrow \dfrac{MA}{MC}=\dfrac{MD}{MA}\Rightarrow MC.MD=MA^2.$	**0,25**
c) (0,75)	Tam giác OMF có $\widehat{FON}=\widehat{OMF}+\widehat{OFM}=\dfrac{1}{2}\left(\widehat{EMF}+\widehat{MFE}\right)$	**0,25**
	Mà $EA=EK\Rightarrow\Delta EAK$ cân tại $E\Rightarrow\widehat{EKA}=\dfrac{1}{2}\left(180^0-\widehat{AEK}\right)$ Do đó $\widehat{EKA}=\widehat{FON}\Rightarrow$ tứ giác $ONKF$ nội tiếp.	**0,25**
	Mà $\widehat{OKF}=90^0\Rightarrow\widehat{FNO}=90^0$ hay hai đường thẳng NF, MO vuông góc.	**0,25**
d) (0,5)	Vẽ đường thẳng qua P song song với EF cắt MA, MB tại G, H. Khi đó $GH\perp OK$ và do $OA\perp ME, OB\perp MF$ nên các tứ giác $OPAG, OPHB$ nội tiếp. Ta có $\widehat{OGP}=\widehat{OAP}, \widehat{OHP}=\widehat{OBP}$. Mặt khác $\widehat{OAP}=\widehat{OBP}\Rightarrow\widehat{OGP}=\widehat{OHP}\Rightarrow\Delta OGH$ cân tại $O\Rightarrow PG=PH.$	**0,25**
	Gọi S là giao điểm của MP, EF. Áp dụng định lý Ta – lét cho các tam giác MSE, MSF ta được $\dfrac{PG}{SE}=\dfrac{MP}{MS};\dfrac{PH}{SF}=\dfrac{MP}{MS}\Rightarrow\dfrac{PG}{SE}=\dfrac{PH}{SF}\Rightarrow SE=SF.$ Vậy đường thẳng MP đi qua trung điểm S của EF.	**0,25**

Câu 5 (0,5 điểm). Hai số thực dương a và b thay đổi thỏa mãn $a+b=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P=\frac{a^2}{a^2+1}-\frac{1}{b^2+1}+a^2+b^2.$$

Nội dung	Điểm
Ta có : $P=1-\left(\dfrac{1}{1+a^2}+\dfrac{1}{1+b^2}\right)+(a+b)^2-2ab=2-\left(\dfrac{1}{1+a^2}+\dfrac{1}{1+b^2}+2ab\right)$ Ta chứng minh : $\dfrac{1}{1+a^2}+\dfrac{1}{1+b^2}\le\dfrac{2}{1+ab}(*)$. Thật vậy : $(*)\Leftrightarrow\left(a^2+b^2+2\right)(1+ab)\le2\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)\Leftrightarrow ab\left(a^2+b^2\right)+2ab\le2a^2b^2+a^2+b^2$ $\Leftrightarrow(a-b)^2(ab-1)\le0.$ Điều này luôn đúng do $a+b=1$ và $a>0;b>0\Rightarrow0<a<1;0<b<1\Rightarrow ab<1.$	**0,25**
Khi đó : $P\ge2-\dfrac{2}{1+ab}-2ab.$ Đặt $x=ab\le\dfrac{(a+b)^2}{4}\Rightarrow0<x\le\dfrac{1}{4}.$ Ta chứng minh $2-\dfrac{2}{1+x}-2x+\dfrac{1}{10}\ge0(**)$. Thật vậy : $(**)\Leftrightarrow20(1+x)-20-20x(1+x)+x+1\ge0$ $\Leftrightarrow-20x^2+x+1\ge0\Leftrightarrow(1-4x)(5x+1)\ge0$ (luôn đúng do $0<x\le\dfrac{1}{4}$). Do đó ta được $P\ge-\dfrac{1}{10}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow a=b=\dfrac{1}{2}.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\dfrac{1}{10}$, đạt tại $a=b=\dfrac{1}{2}.$	**0,25**

--------------------HẾT--------------------