

**Bài 1 (2,5 điểm).**

1. Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{12} + 1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + 1}}{3}$ .

2. Giải phương trình:  $3x^2 - 7x + 2 = 0$ .

3. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = -3 \end{cases}$ .

**Bài 2 (1,5 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(D): y = 2x + m$  ( $m$  là tham số).

1. Vẽ đồ thị  $(P)$ .

2. Biết rằng đường thẳng  $(D)$  đi qua điểm  $A(2; -2)$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  và tìm tọa độ điểm chung của  $(D)$  với  $(P)$ .

**Bài 3 (2,0 điểm).**

1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, sau 6 giờ thì đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất 5 giờ. Tính thời gian để mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

2. Giải phương trình:  $(x + 2)^2 - \sqrt{x^2 + 4x - 1} = 7$ .

**Bài 4 (3,5 điểm).** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$  và  $d$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $A$ . Xét điểm  $M$  thay đổi trên  $d$  ( $M$  khác  $A$ ). Từ  $M$  kẻ tiếp tuyến khác  $d$  của  $(O)$ , gọi  $C$  là tiếp điểm. Đường thẳng  $MB$  cắt  $(O)$  tại  $D$  khác  $B$ . Đường thẳng qua  $C$  vuông góc với  $AB$  lần lượt cắt  $MB, AB$  tại  $K, H$ . Đường thẳng  $AK$  cắt  $(O)$  tại  $E$  khác  $A$ .

1. Chứng minh tứ giác  $ADKH$  nội tiếp.

2. Chứng minh  $DB$  là phân giác của góc  $HDE$ .

3. Chứng minh  $K$  là trung điểm của  $CH$ .

4. Chứng minh khi  $M$  thay đổi thì đường tròn ngoại tiếp tam giác  $DEH$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 5 (0,5 điểm).** cho các số  $a, b, c$  biết  $a > c, b > c, c > 0$ . Chứng minh:

$$\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$$

—————Hết—————

Họ và tên thí sinh .....Số báo danh .....

Chữ ký cán bộ coi thi.....

Bài 1	Nội dung	Điểm												
<b>1</b> <b>(1,0đ)</b>	$A = \frac{\sqrt{12}+1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+1}{3} = \frac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} - \frac{ \sqrt{3}-1 +1}{3}$	0,5												
	$= \frac{6+\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$	0,25												
	$= \frac{6}{3} = 2.$	0,25												
<b>2</b> <b>(0,75đ)</b>	$\Delta = (-7)^2 - 4.3.2 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$	0,25												
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = \frac{-(-7)-5}{2.3} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-(-7)+5}{2.3} = 2.$	0,5												
	Cách khác $3x^2 - 7x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(3x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$													
<b>3</b> <b>(0,75đ)</b>	$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -5 \\ x + y = -3 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x + y = -3 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -1 + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25												
Bài 2	Nội dung	Điểm												
<b>1</b> <b>(1,0đ)</b>	Bảng giá trị: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>y = \frac{1}{2}x^2</math></td> <td>2</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>0</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>2</td> </tr> </table>	$x$	-2	-1	0	1	2	$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	0,5
	$x$	-2	-1	0	1	2								
	$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2								
Đồ thị đảm bảo đủ hai yêu cầu: + Vẽ hai trục, đánh dấu đúng các điểm trên bảng. + Vẽ đồ thị đi qua các điểm được đánh dấu.	0,5													
<b>2</b>	$A \in (D) \Leftrightarrow -2 = 2.2 + m \Leftrightarrow m = -6$	0,25												

<b>(0,5đ)</b>	Phương trình hoành độ giao điểm của $(D)$ và $(P)$ là:  $-\frac{1}{2}x^2 = 2x - 6 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases}$  Tọa độ giao điểm của $(D)$ và $(P)$ là: $(2; -2); (-6; -18)$ .	0,25
<b>Bài 3</b>	<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
<b>1</b> <b>(1,5đ)</b>	Gọi $x$ (h) là thời gian vòi thứ nhất chảy đầy bể ( $x > 6$ )	0,25
	Thời gian vòi thứ hai chảy đầy bể là: $x + 5$ (h)	0,25
	Ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$	0,25
	$\Leftrightarrow 6(x+5) + 6x = x(x+5)$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3(l) \\ x = 10(n) \end{cases}$	0,25
	Vậy thời gian chảy đầy bể của vòi một là: 10h vòi hai là: 15h	0,25
<b>2</b> <b>(0,5đ)</b>	$(x+2)^2 - \sqrt{x^2 + 4x - 1} = 7 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 3 - \sqrt{x^2 + 4x - 1} = 0$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{x^2 + 4x - 1}$ ( $t \geq 0$ ), ta có: $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 2 \text{ (nhận)} \end{cases}$	
	Với $t = 2$ ta có: $x^2 + 4x - 1 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$	0,25
<b>Bài 4</b>	<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>

		0,5
<b>1</b> <b>(1,0đ)</b>	$D$ thuộc đường tròn đường kính $AB$ nên $\hat{ADB} = 90^\circ$	0,5
	Ta có $\hat{ADK} = \hat{KHA} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ADKH$ nội tiếp đường tròn đường kính $AK$ .	0,5
<b>2</b> <b>(1,0đ)</b>	Tứ giác $ADKH$ nội tiếp $\Rightarrow \hat{KDH} = \hat{KAH}$	0,25
	Lại có $\hat{KAB} = \hat{BDE}$ (góc nội tiếp chắn cung $BE$ )	0,25
	$\Rightarrow \hat{BDE} = \hat{BDH} \Rightarrow DB$ là phân giác của $HDE$ .	0,5
<b>3</b> <b>(0,5đ)</b>	Gọi $N$ là giao điểm của đường thẳng $BC$ và $d$ . Do $MC = MA \Rightarrow \Delta MAC$ cân tại $M \Rightarrow \hat{MAC} = \hat{MCA}$ . Tuy nhiên $C$ thuộc đường tròn đường kính $AB$ nên $CA \perp CB$ $\Rightarrow \hat{MCN} = 90^\circ - \hat{MCA}$ ; $\hat{MNC} = 90^\circ - \hat{MAC} \Rightarrow \hat{MCN} = \hat{MNC}$ Nhu vậy tam giác $MNC$ cân tại $M \Rightarrow MN = MC$ . Do đó $M$ là trung điểm $AN$ .	0,25
	Theo định lý Talet cho các tam giác $BMN, BMA$ với $NA // CH$ (cùng vuông góc $AB$ ), ta được: $\frac{CK}{MN} = \frac{BK}{BM}$ ; $\frac{KH}{AM} = \frac{BK}{BM} \Rightarrow \frac{CK}{MN} = \frac{KH}{AM}$ Mà $MN = MA \Rightarrow KC = KH \Rightarrow K$ là trung điểm của $CH$ .	0,25
<b>4</b> <b>(0,5đ)</b>	Ta chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác $DEH$ luôn đi qua điểm $O$ cố định. Thật vậy, nếu $H$ trùng $O$ hiển nhiên ta có điều phải chứng minh. Xét trường hợp $H$ nằm giữa $O$ và $B$ , ta có: $\hat{EOB} = 2\hat{EAB}$ ; $\hat{EDH} = 2\hat{EAB} \Rightarrow \hat{EOB} = \hat{EDH} \Rightarrow$ tứ giác $DEHO$ nội tiếp.	0,25

	Trường hợp $H$ nằm giữa $A$ và $O$ chứng minh tương tự. Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác $DEH$ luôn đi qua điểm $O$ cố định.	0,25
--	---	------

<p><b>Bài 5</b></p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số không âm</p> $\frac{\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)}}{\sqrt{ab}} = \sqrt{\frac{c(a-c)}{ab}} + \sqrt{\frac{c(b-c)}{ab}} = \sqrt{\frac{c}{b}\left(1-\frac{c}{a}\right)} + \sqrt{\frac{c}{a}\left(1-\frac{c}{b}\right)}$	0,25
$\sqrt{\frac{c}{b}\left(1-\frac{c}{a}\right)} + \sqrt{\frac{c}{a}\left(1-\frac{c}{b}\right)} \leq \frac{\frac{c}{b} + 1 - \frac{c}{a}}{2} + \frac{\frac{c}{a} + 1 - \frac{c}{b}}{2} = 1$ <p>Vậy <math>\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}</math></p>	0,25

--HẾT--