

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN
ĐỀ MINH HOẠ 08

Đề thi môn: TOÁN (Chung)
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (2,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 2. \end{cases}$

b) Giải phương trình $x^2 - 4x - 5 = 0$

c) Rút gọn biểu thức $\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \frac{6}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{2}$.

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = 2mx - m^2 + 1$ (với m là tham số) có đồ thị là (d)

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đồ thị (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$.

Bài 3 (1,5 điểm).

a) Bạn Mai dự định mua 12 cây bút mực và 10 cây bút chì với tổng số tiền là 100 nghìn đồng. Tuy nhiên nhà sách có chương trình khuyến mãi giảm giá mỗi cây bút mực 20% và mỗi cây bút chì giảm giá 25% nên số tiền bạn An phải trả chỉ là 78 nghìn đồng. Tính giá tiền mỗi loại bút khi chưa có chương trình giảm giá.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} + \sqrt{2x-x^2} = 3$.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh tứ giác BOMH nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{MHO} = \widehat{MNA}$.

c) MB cắt OH tại E. Chứng minh: $ME \cdot MH = BE \cdot HC$.

d) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ là K. Chứng minh ba điểm C, K, E thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho $a \geq 2; b \geq 3; c \geq 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{bc\sqrt{a-2} + ac\sqrt{b-3} + ab\sqrt{c-4}}{abc}$$

----- HẾT -----

Họ và tên học sinh: Số báo danh:
Chữ kí của giám thị:

Bài 1 (2,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 2. \end{cases}$

b) Giải phương trình $x^2 - 4x - 5 = 0$

c) Rút gọn biểu thức $\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \frac{6}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{2}$.

Bài	Nội dung	Điểm
1a (0,75)	$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2+2y) + y = 4 \\ x = 2+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y + 4 = 4 \\ x = 2+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25x3
1b (0,75)	$x^2 - 4x - 5 = 0$. $a - b + c = 1 + 4 - 5 = 0$	0,25
	$x_1 = -1; x_2 = 5$	0,25x2
1c (1,0)	$\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \frac{6}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}+1 + \frac{6(2+\sqrt{3})}{4-3} - \frac{2\sqrt{3}}{2}$	0,25x3
	$= \sqrt{3} + 1 + 12 + 6\sqrt{3} - \sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 13$	0,25

Bài 2 (2,0 điểm).

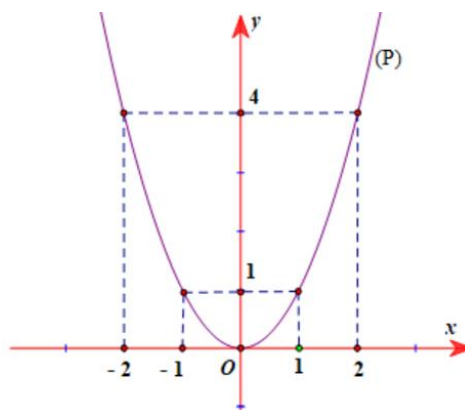
Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = 2mx - m^2 + 1$ (với m là tham số) có đồ thị là (d)

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đồ thị (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm

phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$.

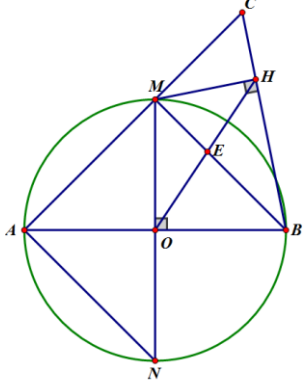
Bài 2	Nội dung	Điểm										
1a (1,0)	Xác định đúng tọa độ 5 điểm thuộc đồ thị hàm số (P)	0,5										
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>- 2</td> <td>- 1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$y = x^2$</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table>		x	- 2	- 1	0	1	2	$y = x^2$	4	1	0
x	- 2	- 1	0	1	2							
$y = x^2$	4	1	0	1	4							
	Vẽ đúng parabol	0,5										

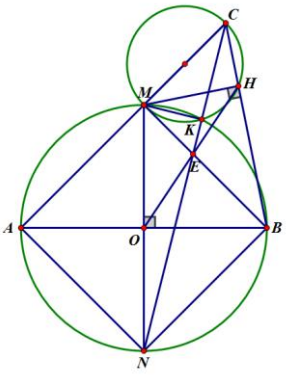


3b) (0,5đ)	b. ĐK: $0 \leq x \leq 2$	0,25
	Đặt $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} = t (t \geq 0) \Leftrightarrow \sqrt{2x-x^2} = \frac{t^2-2}{2}$	
	Ta có phương trình $t + \frac{t^2-2}{2} = 3 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 8 = 0$	0,25
	Giải ra được $t_1 = 2$ (chọn); $t_2 = -4$ (loại)	
	Với $t = 2$ ta có phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 2 \Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{2x-x^2} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{2x-x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 1$	

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

- Chứng minh tứ giác BOMH nội tiếp.
- Nối M với B, nối O với H. Chứng minh $\widehat{MHO} = \widehat{MNA}$.
- MB cắt OH tại E. Chứng minh: $ME.MH = BE.HC$.
- Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp ΔMHC là K. Chứng minh ba điểm C, K, E thẳng hàng.

a) (1,5)	Hình vẽ đúng đến câu a		0,5
	$\widehat{MOB} = 90^\circ$		0,25x2
	$\widehat{MHB} = 90^\circ$ (gt)		
	tứ giác BOMH nội tiếp	0,25 0,25	
b) 0,75đ	$\widehat{MHO} = \widehat{MBO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MO của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BOMH)	0,25	
	$\widehat{MBO} = \widehat{MNA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MA của (O))	0,25	
	Suy ra $\widehat{MHO} = \widehat{MNA}$	0,25	
c) 0,75đ	Chứng minh được HO là tia phân giác của góc MHB	0,25	
	$\Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{MH}{HB}$ (1)		
	Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác BMC vuông tại M, đường cao	0,25	

	<p>MH ta có $HM^2 = HC.HB \Rightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{HC}{HM}$ (2)</p> <p>từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{HC}{HM}$</p> <p>$\Rightarrow ME.HM = BE.HC$</p>	0,25
<p>d)</p> <p>0,5đ</p>	 <p>Vì $\angle MHC = 90^\circ$ nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ có đường kính là MC</p> <p>$\Rightarrow \angle MKC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MC)</p> <p>MN là đường kính của đường tròn (O) nên $\angle MKN = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \angle MKC + \angle MKN = 180^\circ \Rightarrow C, K, N$ thẳng hàng (3)</p>	0,25
	<p>$\triangle MHC$ đồng dạng với $\triangle BMC$</p> <p>$\Rightarrow \frac{HC}{MH} = \frac{MC}{BM}$</p> <p>mà $BM = BN$</p> <p>$\Rightarrow \triangle MCE : \triangle BNE$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MEC = \angle BEN$</p> <p>mà $\angle MEC + \angle BEC = 180^\circ \Rightarrow \angle BEC + \angle BEN = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow C, E, N$ thẳng hàng (4)</p> <p>từ (3) và (4) suy ra bốn điểm C, K, E, N thẳng hàng</p> <p>\Rightarrow ba điểm C, K, E thẳng hàng.</p>	0,25

Bài 5 (0,5 điểm). Cho $a \geq 2; b \geq 3; c \geq 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{bc\sqrt{a-2} + ac\sqrt{b-3} + ab\sqrt{c-4}}{abc}$$

	$P = \frac{bc\sqrt{a-2} + ac\sqrt{b-3} + ab\sqrt{c-4}}{abc} = \frac{\sqrt{a-2}}{a} + \frac{\sqrt{b-3}}{b} + \frac{\sqrt{c-4}}{4}$	
	<p>Áp dụng Bất đẳng thức Cô-si ta có:</p>	

<p>Ta có: $\sqrt{(a-2).2} \leq \frac{a-2+2}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{a-2}}{a} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (1)</p> <p>$\sqrt{(b-3).3} \leq \frac{b-3+3}{2} = \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{b-3}}{b} \leq \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (2)</p> <p>$\sqrt{(c-4).4} \leq \frac{c-4+4}{2} = \frac{c}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{c-4}}{c} \leq \frac{1}{4}$ (3)</p>	0,25
<p>Từ (1);(2);(3) ta có: $P \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{4}$</p> <p>Đẳng thức xảy ra khi (a;b;c)=(4;6;8)</p> <p>Vậy $\text{Max}P = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{4}$ khi (a;b;c) = (4;6;8)</p>	0,25

--- Hết ---