

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN  
ĐỀ MINH HOẠ 07

Đề thi môn: TOÁN (Chung)  
Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1 (2,5 điểm):**

- a) Giải phương trình:  $3x^2 - 7x - 10 = 0$ .
- b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases}$ .
- c) Thực hiện phép tính:  $I = \frac{6}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{75}$ .

**Câu 2 (2,0 điểm):** Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là (P) và hàm số  $y = (2m + 1)x - 2m$  (m là tham số) có đồ thị là (d).

- a) Vẽ đồ thị hàm số (P).
- b) Tìm giá trị của m để đồ thị (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 - x_1 x_2 = 1$

**Câu 3: (1,5 điểm):**

a) Công viên Bà Rịa có ý nghĩa quan trọng, vừa góp phần cải tạo môi trường sinh thái trong đô thị, vừa đáp ứng nhu cầu vui chơi, giải trí, thể thao cho người dân địa phương, đồng thời là địa điểm để tổ chức các sự kiện, lễ hội của tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu với sức chứa hơn 20000 người. Một công ty tổ muốn tổ chức một sự kiện và hợp đồng với một cơ sở in 16000 vé vào sự kiện. Thực tế mỗi giờ cơ sở đó in được nhiều hơn 800 tấm vé so với kế hoạch. Vì thế cơ sở in đã hoàn thành trước kế hoạch 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch mỗi giờ cơ sở đó phải in bao nhiêu tấm vé. (Giả sử số tấm vé mỗi giờ cơ sở đó in như nhau).



- b) Giải phương trình  $x + \frac{1}{x} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 4$

**Câu 4: (3,5 điểm)** Cho hình thang cân ABCD ( $AB > CD$ ,  $AB \parallel CD$ ) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ các tiếp tuyến với (O) tại A và D, chúng cắt nhau ở E. Gọi M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

- a) Chứng minh tứ giác AEDO nội tiếp.
- b) Chứng minh  $\widehat{EAC} = 180^\circ - \widehat{EDB}$ .
- c) Đường thẳng EM cắt cạnh bên AD và BC của hình thang lần lượt ở H và K. Chứng minh M là trung điểm HK.
- d) Chứng minh  $\frac{2}{HK} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$ .

**Câu 5: (0,5 điểm)** Cho ba số thực dương a, b, c thỏa điều kiện  $a + b + c \geq 6$ . Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{a^2}{a + \sqrt{bc}} + \frac{b^2}{b + \sqrt{ac}} + \frac{c^2}{c + \sqrt{ab}} \geq 3.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí CBCT 01:.....

**Câu 1 (2,5 điểm):**

a) Giải phương trình:  $3x^2 - 7x - 10 = 0$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases}$$

c) Thực hiện phép tính:  $I = \frac{6}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - \sqrt{75}$

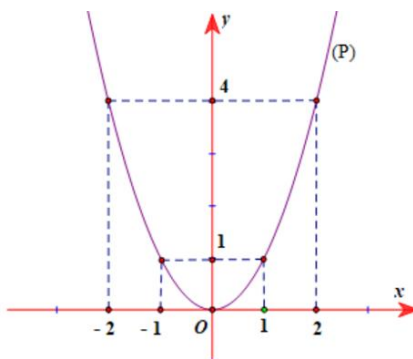
Ý	Nội dung	Điểm
<b>a (0,75)</b>	$a - b + c = 3 + 7 - 10 = 0$ phương trình có 2 nghiệm $x_1 = -1; x_2 = \frac{10}{3}$	0,25 0,25x2
<b>b (0,75)</b>	$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 15 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$	0,25x3
<b>c (1,0)</b>	$\begin{aligned} I &= \frac{6}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - \sqrt{75} \\ &= 12 + 6\sqrt{3} +  2-\sqrt{3}  - 5\sqrt{3} \\ &= 12 + 6\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 14 \end{aligned}$	0,25x3  0,25

**Câu 2 (2,0 điểm):** Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là (P) và hàm số  $y = (2m+1)x - 2m$  (m là tham số) có đồ thị là (d).

a) Vẽ đồ thị hàm số (P).

b) Tìm giá trị của m để đồ thị (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

$A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 - x_1x_2 = 1$

Ý	Nội dung	Điểm												
<b>a(1,0)</b>	Xác định đúng tọa độ 5 điểm thuộc đồ thị hàm số (P) <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>y = x^2</math></td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	$y = x^2$	4	1	0	1	4	0,5
x	-2	-1	0	1	2									
$y = x^2$	4	1	0	1	4									
	Vẽ đúng đồ thị (P) 	0,5												
<b>b(1,0)</b>	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = (2m+1)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$ (*) Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (2m-1)^2 > 0$ $\Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$	0,25												

<p>Theo hệ thức Vi – ét có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m \end{cases}$ <p>Do A, B thuộc (P) <math>\Rightarrow y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2</math></p>	0,25
<p>Ta có: <math>y_1 + y_2 - x_1 x_2 = 1</math>  Suy ra <math>x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 1</math>  <math>\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 1</math>  Thay <math>(2m + 1)^2 - 3 \cdot 2m = 1</math>  <math>\Leftrightarrow 4m^2 - 2m = 0</math></p>	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (n)} \\ m = \frac{1}{2} \text{ (l)} \end{cases}$	0,25

**Câu 3: (1,5 điểm)**

a) Công viên Bà Rịa có ý nghĩa quan trọng, vừa góp phần cải tạo môi trường sinh thái trong đô thị, vừa đáp ứng nhu cầu vui chơi, giải trí, thể thao cho người dân địa phương, đồng thời là địa điểm để tổ chức các sự kiện, lễ hội của tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu với sức chứa hơn 20000 người. Một công ty tổ muốn tổ chức một sự kiện và hợp đồng với một cơ sở in 16000 vé vào sự kiện. Thực tế mỗi giờ cơ sở đó in được nhiều hơn 800 tấm vé so với kế hoạch. Vì thế cơ sở in đã hoàn thành trước kế hoạch 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch mỗi giờ cơ ở đó phải in bao nhiêu tấm vé. (Giả sử số tấm vé mỗi giờ cơ sở đó in như nhau).



b) Giải phương trình  $x + \frac{1}{x} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 4$

Ý	Nội dung	Điểm
<b>a(1,0)</b>	Gọi số tấm vé theo kế hoạch mỗi giờ cơ sở phải in là $x$ (tấm) $x \in \mathbb{N}^*$	0,25
	Số tấm vẽ thực tế mỗi giờ cơ sở in được là $x + 800$ (tấm)	0,25
	Thời gian dự định in xong là $\frac{16000}{x}$ (giờ)	
	Thời gian thực tế in xong là $\frac{16000}{x + 800}$ (giờ)	
	Theo bài ta có phương trình: $\frac{16000}{x} - \frac{16000}{x + 800} = 1$ $\Rightarrow 16000(x + 800) - 16000x = x(x + 800)$ $\Leftrightarrow x^2 + 800x - 12800000 = 0$	0,25
	$x_1 = 3200$ (nhận) ; $x_2 = -4000$ (loại) Vậy kế hoạch mỗi giờ cơ sở phải in 3200 tấm vé.	0,25
<b>b(0,5)</b>	$x + \frac{1}{x} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 4$ (Điều kiện: $x > 0$ ) Đặt $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = t$ ( $t > 0$ ) $\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = t^2 - 2$ Phương trình trở thành: $t^2 + t - 6 = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(n) \\ t = -3(l) \end{cases}$	
	<p>Với <math>t = 2</math> ta có: <math>\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2</math></p> $\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$ $\Leftrightarrow x = 1$	0,25

**Câu 4: (3,5 điểm)** Cho hình thang cân ABCD ( $AB > CD$ ,  $AB \parallel CD$ ) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ các tiếp tuyến với (O) tại A và D, chúng cắt nhau ở E. Gọi M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

- Chứng minh tứ giác AEDO nội tiếp.
- Chứng minh  $\widehat{EAC} = 180^\circ - \widehat{EDB}$ .
- Đường thẳng EM cắt cạnh bên AD và BC của hình thang lần lượt ở H và K. Chứng minh M là trung điểm HK.
- Chứng minh  $\frac{2}{HK} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$ .

Ý	Nội dung	Điểm
<b>Hình (0,5)</b>		0,5
<b>a (1,0)</b>	<p>Tứ giác EAOD có: <math>\widehat{EAO} = 90^\circ</math> (EA là tiếp tuyến của (O) tại A)  <math>\widehat{EDO} = 90^\circ</math> (ED là tiếp tuyến của (O) tại D)  Suy ra tứ giác EAOD nội tiếp</p>	0,5 0,5
<b>b(0,75)</b>	<p>Ta có: <math>\widehat{EAC} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AC}</math> (góc tạo bởi tia tiếp tuyến AE và dây cung AC của (O)).  <math>\widehat{xDB} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{DB}</math> (<math>\widehat{Dx}</math> là tia đối của tia tiếp tuyến DE)</p>	0,25
	<p>Mà <math>AC = BD</math> (do ABCD là hình thang cân) nên <math>\widehat{AC} = \widehat{BD}</math>.  Do đó <math>\widehat{EAC} = \widehat{xDB} = 180^\circ - \widehat{EDB}</math></p>	0,25 0,25
<b>c(0,75)</b>	<p>Tứ giác AEDM nội tiếp (<math>\widehat{EAC} = \widehat{xDB}</math>)  <math>\Rightarrow \widehat{EAD} = \widehat{EMD}</math> (cùng chắn <math>\widehat{ED}</math>).  <math>\widehat{EAD} = \widehat{ABD}</math> (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung với góc nội tiếp cùng chắn cung AD)</p>	0,25

	Suy ra $\widehat{EMD} = \widehat{ABD}$ Mà hai góc đồng vị $\Rightarrow EM \parallel AB$	
	$\Delta DAB$ có $HM \parallel AB \Rightarrow \frac{HM}{AB} = \frac{DM}{DB}$ $\Delta CAB$ có $MK \parallel AB \Rightarrow \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{CB}$ $\Delta CDB$ có $MK \parallel DC$ ( $MK \parallel AB, AB \parallel CD$ ) $\Rightarrow \frac{DM}{DB} = \frac{CK}{CB}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{HM}{AB} = \frac{MK}{AB}$ $\Rightarrow MH = MK$ . Vậy M là trung điểm HK	0,25
<b>d(0,5)</b>	Xét $\Delta ADB$ có $HM \parallel AB: \frac{HM}{AB} = \frac{DM}{DB}$ (1) Xét $\Delta BCD$ có $KM \parallel CD: \frac{KM}{CD} = \frac{BM}{BD}$ (2) Suy ra $\frac{HM}{AB} + \frac{KM}{CD} = \frac{DM}{DB} + \frac{BM}{BD}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{HK}$	0,25  0,25

**Câu 5: (0,5 điểm)** Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa điều kiện  $a + b + c \geq 6$ . Chứng minh bất đẳng

thức  $\frac{a^2}{a + \sqrt{bc}} + \frac{b^2}{b + \sqrt{ac}} + \frac{c^2}{c + \sqrt{ab}} \geq 3$ .

Nội dung		Điểm
<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz ta có:</p> $\frac{a^2}{a + \sqrt{bc}} + \frac{b^2}{b + \sqrt{ac}} + \frac{c^2}{c + \sqrt{ab}} \geq \frac{(a + b + c)^2}{a + b + c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}}$ (1) <p>Ta có: <math>(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2 \geq 0</math>  <math>\Rightarrow a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}</math>  <math>\Rightarrow 0 &lt; a + b + c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \leq 2(a + b + c)</math>  <math>\Rightarrow \frac{(a + b + c)^2}{a + b + c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}} \geq \frac{(a + b + c)^2}{2(a + b + c)} = \frac{a + b + c}{2} \geq \frac{6}{2} = 3</math> (2)</p>		0,25
<p>Từ (1) và (2) suy ra: <math>\frac{a^2}{a + \sqrt{bc}} + \frac{b^2}{b + \sqrt{ac}} + \frac{c^2}{c + \sqrt{ab}} \geq 3</math></p> <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi <math>\begin{cases} \frac{a}{a + \sqrt{bc}} = \frac{b}{b + \sqrt{ac}} = \frac{c}{c + \sqrt{ab}} \\ a = b = c \\ a + b + c \geq 6 \end{cases} \Rightarrow a = b = c = 2</math></p>		0,25