

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 + 5x + 3 = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 5x - y = 2 \end{cases}$.

c) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Câu 2 (2,0 điểm).

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m+1)x + 3$ (m là tham số).

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả giá trị của tham số m để parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = 5$ và $x_1 < x_2$

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 280 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đó may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, xưởng đó hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu bộ quần áo?

b) Giải phương trình $\frac{(x+1)^4}{(x^2+1)^2} + \frac{4x}{x^2+1} = 6$

Câu 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C

(C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E.

a) Chứng minh rằng tứ giác AODE nội tiếp.

b) Chứng minh $\triangle CDA$ đồng dạng với $\triangle COE$

c) Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O)

(K không trùng với B). Chứng minh $\widehat{EHK} = \widehat{KBA}$. và $EK \cdot EB + AC^2 = EC^2$.

d) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh

$$\frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1$$

Câu 5 (0,5 điểm). Xét ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 \leq 14$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = 2x + y + 48 \left(\frac{1}{\sqrt{x+z}} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} \right)$

----- HẾT -----

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2) Việc chi tiết hoá (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm.

3) Điểm toàn bài không làm tròn.

II. HƯỚNG DẪN CỤ THỂ

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 + 5x + 3 = 0$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = -3 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Câu	Nội dung	Điểm
1a) (0,75đ)	$a - b + c = 2 - 5 + 3 = 0$ (hoặc tính đúng Δ)	0,25
	Tìm được $x_1 = -1, x_2 = \frac{-3}{2}$ (Nếu HS chỉ ghi kết quả đúng mà không giải thích thì cho 0,25 đ)	0,25x2
1b) (0,75đ)	$\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 5x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 10x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 13 \\ 5x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25x3
	(Nếu HS chỉ ghi kết quả đúng mà không giải thích thì cho 0,25 đ)	
1c) (1,0đ)	$A = \sqrt{12} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ $A = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}-1 - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$ $= 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{3} - \sqrt{2}$ $= \sqrt{3} - 1$ (Nếu HS chỉ ghi kết quả đúng mà không giải thích thì cho 0,25 đ)	0,25x4

Câu 2 (2,0 điểm).

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m+1)x + 3$ (m là tham số).

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả giá trị của tham số m để parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = 5$ và $x_1 < x_2$

Câu	Nội dung	Điểm
2a) (1,0đ)	Học sinh lập bảng giá trị đúng ít nhất 5 điểm hoặc thể hiện trên hệ trục (nếu học sinh đúng 3 điểm cho 0,25 đ)	0,5
	Vẽ đúng parabol	0,5
2b) (1,0)	Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ $\Delta = [-(2m + 1)]^2 - 4 \cdot (-3) = (2m + 1)^2 + 12 > 0$ $\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow p/\text{trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ với mọi } m$	0,25
	Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$ Vì $x_1 x_2 = -3 < 0$ nên x_1, x_2 trái dấu nhau mà $x_1 < x_2$ nên $x_1 < 0$ & $x_2 > 0$	0,25 0,25
	Khi đó ta có $ x_1 - x_2 = 5 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 5 \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = 5 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -5$ $\Leftrightarrow 2m + 1 = -5 \Leftrightarrow m = -3$ Vậy $m = -3$ thỏa mãn đề bài	0,25

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 280 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đó may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, xưởng đó hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu bộ quần áo?

b) Giải phương trình $\frac{(x+1)^4}{(x^2+1)^2} + \frac{4x}{x^2+1} = 6$

Câu	Nội dung	Điểm
	Gọi số bộ quần áo may trong một ngày theo kế hoạch là x bộ (x nguyên dương).	0,25

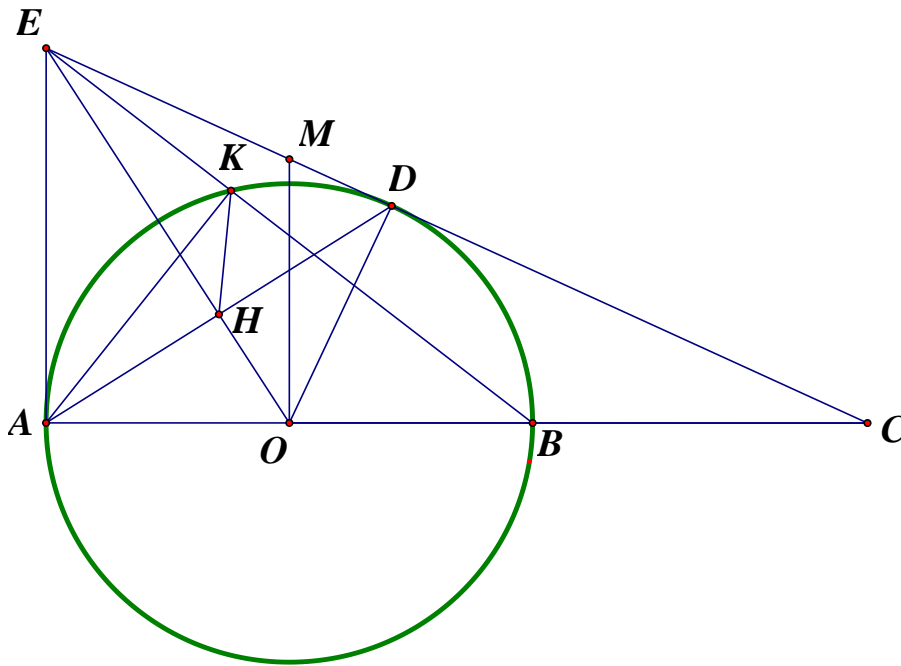
3a) (1,0đ)	Số ngày hoàn thành công việc theo kế hoạch là $\frac{280}{x}$ (ngày)	0,25
	Số bộ quần áo may trong một ngày khi thực hiện là $x + 5$ (bộ)	
	Số ngày hoàn thành công việc khi thực hiện là $\frac{280}{x + 5}$ (ngày)	
	Theo giả thiết ta có pt: $\frac{280}{x} - \frac{80}{x + 5} = 1$	0,25
	Đưa được về pt: $x^2 + 5x - 1400 = 0$ $x = -40$ (ktmđk). Vậy số bộ quần áo may trong một ngày theo kế hoạch là 35 bộ	0,25
3b) (0,5đ)	PT tương đương với $\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} = 8$	0,25
	Đặt $t = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}, t \geq 0$	0,25
	Khi đó phương trình trở thành: $t^2 + 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(N) \\ t = -4(L) \end{cases}$	
	Tìm được $x = 1$	

Câu 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên tia đối của tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E .

- Chứng minh rằng tứ giác $AODE$ nội tiếp.
- Chứng minh $\triangle CDA$ đồng dạng với $\triangle COE$
- Gọi H là giao điểm của AD và OE , K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B). Chứng minh $\widehat{EHK} = \widehat{KBA}$. và $EK \cdot EB + AC^2 = EC^2$.
- Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M . Chứng minh

$$\frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1$$

Hình vẽ:



0,5

3

hình vẽ đúng đến câu a : 0,5đ

a). Tứ giác $AODE$ có:

$$\hat{EAO} = 90^\circ \text{ (Vì EA là tiếp tuyến của đường tròn (O))}$$

0,25

$$\hat{EDO} = 90^\circ \text{ (Vì ED là tiếp tuyến của đường tròn (O))}$$

0,25

$$\text{Do đó: } \hat{EAO} + \hat{EDO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

0,5

Vậy tứ giác $AODE$ nội tiếp đường tròn.

b) Xét $\triangle CDA$ và $\triangle COE$

\hat{C} chung

0,25

$$\hat{CEO} = \hat{CAD} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung OD)}$$

0,25

$$\Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle COE \text{ (g-g)}$$

0,25

<p>c). Ta có $EA = ED$ (Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)</p> $OA = OD (=R)$ <p>Do đó EO là đường trung trực của AD hay $EO \perp AD \Rightarrow \hat{EHA} = 90^\circ$</p> $\hat{AKB} = 90^\circ \text{ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow \hat{EKA} = 90^\circ$ <p>Vậy hai điểm kề nhau H, K cùng nhìn xuống đoạn thẳng EA một góc vuông nên tứ giác $AHKE$ nội tiếp đường tròn.</p> <p>Suy ra: $\hat{EHK} = \hat{EAK}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)</p> <p>Mà $\hat{EAK} = \hat{KBA}$ (hệ quả)</p> <p>Vậy: $\hat{EHK} = \hat{KBA}$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Xét tam giác AEB vuông tại A, đường cao AK ta có</p> $AE^2 = EK \cdot EB$ <p>áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác AEC vuông tại E</p> $AE^2 + AC^2 = EC^2$ $\Rightarrow EK \cdot EB + AC^2 = EC^2$	<p>0,25</p>
<p>d). Ta có $OM \perp AB$ (gt)</p> $EA \perp AB \text{ (Vì EA là tiếp tuyến của đường tròn (O))}$ <p>Suy ra $OM \parallel EA$</p> $\hat{MEO} = \hat{AEO} \text{ (Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)}$ $\hat{MOE} = \hat{AEO} \text{ (Hai góc so le trong và } OM \parallel EA)$ <p>Vậy $\hat{MOE} = \hat{MEO}$ hay tam giác MEO cân tại M $\Rightarrow ME = MO$</p> <p>Áp dụng hệ quả của định lý Ta-lét cho tam giác CAE ($OM \parallel EA$)</p> <p>Ta có: $\frac{OM}{AE} = \frac{MC}{CE} \Rightarrow \frac{EA}{OM} = \frac{CE}{MC} \Rightarrow \frac{EA}{EM} = \frac{MC + EM}{MC}$</p> $\Rightarrow \frac{EA}{EM} = 1 + \frac{EM}{MC} \Rightarrow \frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1 \text{ (Chú ý là } ME = MO)$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu 5 (0,5 điểm).

Xét ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 \leq 14$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 2x + y + 48 \left(\frac{1}{\sqrt{x+z}} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} \right)$$

Câu	Nội dung	Điểm
	<p>Phá căn bằng AM-GM và áp dụng đôn biến bằng cộng mẫu, ta có :</p> $\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x+z}} &= \frac{4}{2\sqrt{4(x+z)}} \geq \frac{4}{x+z+4} \\ \frac{1}{\sqrt{y+2}} &= \frac{4}{2\sqrt{4(y+2)}} \geq \frac{4}{y+2+4} = \frac{4}{y+6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+z}} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} \geq \frac{16}{x+y+z+10}$ <p>Đưa $x^2 + y^2 + z^2 \leq 14$ từ bậc 2 về bậc 1 bằng BĐT Bunhia copxki cho 3 số, ta được :</p> $(x+2y+3z)^2 \leq (1^2 + 2^2 + 3^2)(x^2 + y^2 + z^2) \leq 14$	0,25
5) (0,5đ)	<p>Biến đổi biểu thức P về mô hình 1 biến nghịch đảo :</p> $P \geq 2x + y + \frac{768}{x+y+z+10} = 3(x+y+z+10) + \frac{48 \cdot 16}{x+y+z+10} = (x+2y+3z) - 30$ $P \geq 2\sqrt{3 \cdot 48 \cdot 16} - 14 - 30 = 52$ $\Rightarrow \text{Min } P = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y+z+10) = \frac{48 \cdot 16}{x+y+z+10} \\ x+2y+3z = 14; x+z = 4; y+2 = 6 \Rightarrow x=1; y=2; z=3 \\ \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \end{cases}$	0,25

----- HẾT -----