

**Câu 1 (2,5 điểm).**

a) Giải phương trình  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = -3 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức  $\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \frac{6}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{2}$ .

**Câu 2 (2,0 điểm).**

Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + 2$  (m là tham số).

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả giá trị của tham số m để parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1 < 1 < x_2$ .

**Câu 3 (1,5 điểm).**

a) Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B trên quãng đường 100 km. Khi từ B về A người đó đã giảm vận tốc 10 km/h so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đó lúc đi.

b) Giải phương trình  $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} - 4 = 0$ .

**Câu 4 (3,5 điểm).** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh AC lấy điểm F, vẽ FE vuông góc với BC tại E. Đường thẳng BF cắt đường tròn tâm O đường kính FC tại điểm thứ hai là D, DE cắt AC tại H.

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp.

b) Chứng minh  $\angle BCA = \angle BDA$ .

c) Chứng minh  $EO^2 = AO \cdot HO$ .

d) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là G, FG cắt CD tại I, CG cắt FD tại K. Chứng minh ba điểm I, H, K thẳng hàng.

**Câu 5 (0,5 điểm).** Xét  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $3x^2 \leq 2(y^2 + 4yz + z^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{y^2}{\sqrt{3x^2 + 20xy + 12y^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{3x^2 + 20xz + 12z^2}} + \frac{4}{(y+z)^2}$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ ký của cán bộ coi thi thứ nhất: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN (Chung)

Ngày thi: 08/6/2022

(Hướng dẫn chấm có 05 trang)

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2) Việc chi tiết hoá (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm.

3) Điểm toàn bài không làm tròn.

II. HƯỚNG DẪN CỤ THỂ

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = -3 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức  $\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \frac{6}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{2}$ .

Câu	Nội dung	Điểm
1a) (0,75đ)	$a - b + c = 1 - (-3) + (-4) = 0$ (hoặc tính đúng $\Delta = 25$ )	0,25
	Tìm được $x_1 = -1, x_2 = 4$ (Nếu HS chỉ ghi kết quả đúng mà không giải thích thì cho 0,25 đ)	0,25x2
1b) (0,75đ)	$\begin{cases} x + y = -3 \\ 4x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -5 \\ x + y = -3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -1 + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (Nếu HS chỉ ghi kết quả đúng mà không giải thích thì cho 0,25 đ)	0,25x2
1c) (1,0đ)	$\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \frac{6}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{2}$ $=  \sqrt{3}+1  + \frac{6(2+\sqrt{3})}{4-3} - \frac{2\sqrt{3}}{2}$	

$= \sqrt{3} + 1 + 12 + 6\sqrt{3} - \sqrt{3}$ $= 6\sqrt{3} + 13$ (Nếu HS chỉ ghi kết quả đúng mà không giải thích thì cho 0,25 đ)	0,25x4

**Câu 2 (2,0 điểm).**

Cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 2$  ( $m$  là tham số).

a) Vẽ parabol  $(P)$ .

b) Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để parabol  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1 < 1 < x_2$ .

Câu	Nội dung	Điểm
<b>2a)</b> <b>(1,0đ)</b>	Học sinh lập bảng giá trị đúng ít nhất 5 điểm hoặc thể hiện trên hệ trục (nếu học sinh đúng 3 điểm cho 0,25 đ)	0,5
	Vẽ đúng parabol	0,5
<b>2b)</b> <b>(1,0)</b>	Phương trình hoành độ giao điểm của $(P)$ và $(d)$ là: $x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0 (*)$	0,25x2
	Vì a,c trái dấu nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ $(P)$ và $(d)$ luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt ( hoặc giải thích đúng $\Delta = m^2 + 8 > 0 \forall m$ )	
	Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$	0,25
	Từ $x_1 < 1 < x_2$ . $\Rightarrow x_1 - 1 < 0; x_2 - 1 > 0 \Rightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$ $\Leftrightarrow -2 - m + 1 < 0$ $\Leftrightarrow m > -1$	0,25

**Câu 3 (1,5 điểm).**

a) Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B trên quãng đường 100 km. Khi từ B về A người đó đã giảm vận tốc 10 km/h so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đó lúc đi.

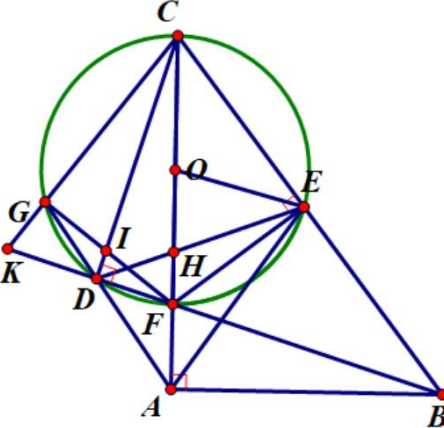
b) Giải phương trình  $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} - 4 = 0$ .

Câu	Nội dung	Điểm
3a) (1,0đ)	Gọi $x$ (km/h) là vận tốc của người đó lúc đi từ A đến B ( $x > 10$ )	0,25
	Vận tốc của người đó lúc về: $x - 10$ (km/h)	0,25
	Thời gian lúc đi: $\frac{100}{x}$ (h)	
	Thời gian lúc về: $\frac{100}{x - 10}$ (h)	
	Theo đề bài ta có phương trình $\frac{100}{x - 10} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0$	0,25
Giải phương trình ta được $x_1 = 50$ (nhận), $x_2 = -40$ (loại) Vậy vận tốc của người đó lúc đi là 50 (km/h).	0,25	
3b) (0,5đ)	Đặt $x + \frac{1}{x} = t \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ ta có phương trình mới $t^2 + t - 6 = 0$ $t_1 = 2; t_2 = -3$ Giải phương trình ta được	0,25
	Với $t = 2$ ta có phương trình $x + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (TM) Với $t = -3$ ta có PT $x + \frac{1}{x} = -3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0$ ta có $x_{1;2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$	0,25

**Câu 4 (3,5 điểm).** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh AC lấy điểm F, vẽ FE vuông góc với BC tại E. Đường thẳng BF cắt đường tròn tâm O đường kính FC tại điểm thứ hai là D, DE cắt AC tại H.

- Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp.
- Chứng minh  $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$ .
- Chứng minh  $EO^2 = AO \cdot HO$ .

d) Đường thẳng  $AD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $G$ ,  $FG$  cắt  $CD$  tại  $I$ ,  $CG$  cắt  $FD$  tại  $K$ . Chứng minh ba điểm  $I, H, K$  thẳng hàng.

Bài 4	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>Hình vẽ đến câu a: 0,5đ</p> 	0,5
a) 1,0 đ	<p>Chứng minh tứ giác <math>ABEF</math> là tứ giác nội tiếp.</p> <p>Ta có: <math>\widehat{FAB} + \widehat{FEB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math> nên suy ra tứ giác <math>ABEF</math> là tứ giác nội tiếp.</p>	1,0đ
b) 0,75 đ	<p>Chứng minh <math>\widehat{CDB} = 90^\circ</math> ( góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>Ta có: <math>\widehat{CAB} = \widehat{BDC} = 90^\circ</math> nên tứ giác <math>ABCD</math> là tứ giác nội tiếp.</p> <p>Suy ra <math>\widehat{BCA} = \widehat{BDA}</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>AB</math>).</p>	0,25 0,25 0,25
c) 0,75đ	<p>ta chứng minh: <math>\widehat{OAE} = \widehat{CBD} = \widehat{OEH}</math>.</p> <p>Trong tứ giác nội tiếp <math>ABEF</math> ta có: <math>\widehat{FAE} = \widehat{FBE}</math> (Vì cùng chắn cung <math>EF</math>).</p> <p>Suy ra <math>\widehat{OAE} = \widehat{CBD}</math> (1).</p> <p>Vì <math>\widehat{FEC} = 90^\circ \Rightarrow E</math> thuộc đường tròn đường kính <math>FC</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> tam giác cân <math>ODE</math> cân tại <math>O \Rightarrow \widehat{OED} = \frac{180^\circ - \widehat{EOD}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{EOD}}{2}</math>,</p> <p>Mà <math>\widehat{EOD} = 2\widehat{ECD}</math> (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung <math>ED</math>)</p> <p><math>\frac{\widehat{EOD}}{2} = \widehat{ECD} = \widehat{BCD}</math></p> <p>Suy ra: <math>\widehat{OED} = 90^\circ - \frac{\widehat{EOD}}{2} = 90^\circ - \widehat{BCD} = \widehat{CBD}</math> (2).</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: <math>\widehat{OAE} = \widehat{CBD} = \widehat{OEH}</math>.</p>	0,25 0,25
	<p>Xét hai tam giác <math>OAE</math> và tam giác <math>OEH</math> có:</p> <p>* Góc <math>O</math> chung;</p>	

\*  $\hat{OAE} = \hat{OEH}$  (theo chứng minh trên).

0,25

Do đó  $\triangle OAE : \triangle OEH (g.g)$ .

Suy ra  $EO^2 = AO.HO$ .

Trong tam giác  $CKF$  ta có  $CD$  và  $FG$  là các đường cao nên giao điểm của chúng là trực tâm của tam giác  $CKF$ .

Vì thế để chứng minh  $I, K, H$  thẳng hàng ta cần chứng minh  $KH$  là đường cao của tam giác  $CKF$  hay là cần chứng minh  $KH \perp CF$ .

ta có  $\hat{ODE} = \hat{OAE}$  (Vì cùng bằng  $\hat{OEH}$ )  
 $\Rightarrow ADOE$  là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow \hat{ADE} = \hat{AOE}$

$\hat{ADE} = \hat{GCE}$  (Trong tứ giác nội tiếp, góc ngoài bằng góc trong đối diện).

Suy ra  $\hat{AOE} = \hat{GCE}$  (3).

Vì tứ giác  $ABEH$  là tứ giác nội tiếp nên suy ra  $\hat{CBK} = \hat{OAE}$  (4)

Trong tam giác  $KCB$  ta có

$$\hat{CKB} = 180^\circ - (\hat{KCB} + \hat{CBK}) = 180^\circ - (\hat{GCE} + \hat{CBK}) \quad (5)$$

Lại có  $\hat{DHA} = \hat{OHE} = \hat{OEA}$  (theo chứng minh ở câu 3)

Suy ra  $\hat{DHA} = 180^\circ - (\hat{AOE} + \hat{OAE})$  (6).

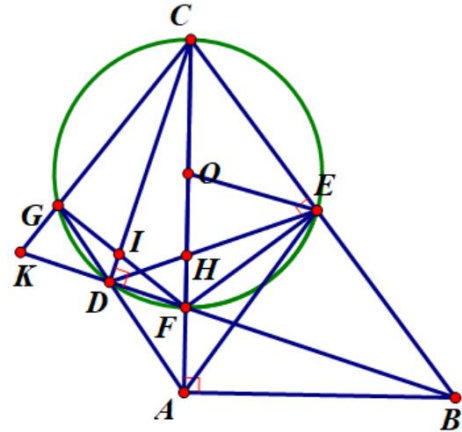
Từ (3), (4), (5) và (6) suy ra  $\hat{CKB} = \hat{DHA}$  hay  $\hat{CKD} = \hat{DHA}$

Suy ra tứ giác  $CKDH$  là tứ giác nội tiếp.

Suy ra  $\hat{CHK} = \hat{CDK} = 90^\circ$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $CK$ ).

Suy ra  $KH \perp CF$ .

Vậy  $I, K, H$  thẳng hàng.



c)  
0,5 đ

0,25

0,25

**Câu 5 (0,5 điểm).**

Với các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$  và  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 15$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y + z$ .

Câu	Nội dung	Điểm
5)	$2(y^2 + 4yz + z^2) \leq 3(y+z)^2 \Rightarrow x^2 \leq (y+z)^2 \Rightarrow x \leq y+z$ $3x^2 + 20xy + 12y^2 = 4(x+2y)^2 - (x-2y)^2 \leq 4(x+2y)^2$ <p>Hoàn toàn tương tự : <math>3x^2 + 20xz + 12z^2 = 4(x+2z)^2 - (x-2z)^2 \leq 4(x+2z)^2</math></p> $\text{Suy ra } P \geq \frac{y^2}{2(x+2y)} + \frac{z^2}{2(x+2z)} + \frac{4}{(y+z)^2} \geq \frac{y^2}{2(3y+z)} + \frac{z^2}{2(3z+y)} + \frac{4}{(y+z)^2}$ $\text{Suy ra } xy + yz + xz + 3 \geq 2(x+y+z) \Leftrightarrow 2(xy + yz + xz) + 6 \geq 4(x+y+z)$	0,25
(0,5đ)	$\text{Lại có : } \frac{y^2}{3y+z} + \frac{z^2}{3z+y} \geq \frac{(y+z)^2}{4y+4z} = \frac{y+z}{4} \Rightarrow P \geq \frac{y+z}{8} + \frac{4}{(y+z)^2}$ $\frac{y+z}{8} + \frac{4}{(y+z)^2} = \frac{y+z}{16} + \frac{y+z}{16} + \frac{4}{(y+z)^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{y+z}{16} \cdot \frac{y+z}{16} \cdot \frac{4}{(y+z)^2}} = \frac{3}{4} \Rightarrow P \geq \frac{3}{4}$ <p>Vậy <math>P_{\min} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 4; y = z = 2</math></p>	0,25

----- HẾT -----