

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN
ĐỀ MINH HỌA 02

ĐỀ THI MÔN: TOÁN (CHUNG)
THỜI GIAN: 120 PHÚT

Bài 1. (2,25 điểm).

a) Giải phương trình : $x^2 - x - 90 = 0$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức: $(3\sqrt{8} - \sqrt{18}) : 2\sqrt{2}$

Bài 2. (1,25 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m + 1$ với m là tham số.

a) Vẽ parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$

b) Tìm điều kiện của tham số m để (P) và (d) tiếp xúc nhau.

Bài 3. (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình.

a) Một đội xe tải dự định chở 300 tấn hàng về kho. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì đội được bổ sung thêm 2 xe nữa và khi đó mỗi xe chở ít hơn dự định 0,625 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội xe có bao nhiêu chiếc xe, biết các xe chở số tấn hàng bằng nhau.

b) Giải phương trình: $2x^2 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} = 8x + 1$.

Bài 4: (1,0 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Với giá trị nào của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn: $2x_1 + 3x_2 = 7$.

Bài 5. (3,5 điểm) .

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$ nội tiếp (O) . Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Tia AD cắt (O) ở K (với K khác A). Tiếp tuyến tại C của (O) cắt đường thẳng FD tại M .

a) Chứng minh tứ giác $ACDF$ nội tiếp.

b) AM cắt (O) tại I (với I khác A). Chứng minh $MC^2 = MI \cdot MA$

c) Chứng minh $\triangle CMD$ cân.

d) MD cắt BI tại N . Chứng minh $\widehat{NDI} = \widehat{KAI}$ và K, N, C thẳng hàng.

Bài 6. (0,5 điểm).

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $3(x^2 + y^2 + z^2) - 2(x + y + z) - 3 = 0$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = xy^2 + yz^2 + zx^2 + xyz$.

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị coi thi tra không giải thích thêm.

-Họ tên thí sinh:; Số báo danh

-Chữ kí giám thị 1:

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
1	a	$x^2 - x - 90 = 0$	0,25
		Tính đúng Δ	
		Tính đúng được $x_1 = 10; x_2 = -9$	0,25*2
	b	$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4 + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$	0,25*3
c	$(3\sqrt{8} - \sqrt{18}) : 2\sqrt{2} = (6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) : 2\sqrt{2}$ $= 3\sqrt{2} : 2\sqrt{2} = \frac{3}{2}$	0,25 0,25*2	
2	a	Lập đúng bảng giá trị	0,25
		Vẽ đúng đồ thị	0,5
	b	Lập được pthđgđ: $-\frac{1}{2}x^2 = x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2m + 2 = 0$	0,25
		Tính đúng Δ và cho $\Delta = 0$ tìm được m	0,25
3	a	Gọi x là số xe dự định ($x \in \mathbb{N}^*$) Thì số xe thực tế tham gia vận chuyển là: $x + 2$	0,25
		Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định là: $\frac{300}{x}$ (tấn)	
		Số tấn hàng mỗi xe phải chở thực tế là: $\frac{300}{x+2}$ (tấn)	0,25
		Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+2} = 0,625$	0,25
		Giải được $x = 30$ Kết luận	0,25
b	$2x^2 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} = 8x + 1 \Leftrightarrow 2(x^2 - 4x + 1) + \sqrt{x^2 - 4x + 1} - 3 = 0$ Đặt $t = \sqrt{x^2 - 4x + 1}$ ($t \geq 0$) thì ta có phương trình: $2t^2 + t - 3 = 0$	0,25	
	Giải được $t_1 = 1$ (nhận) và $t_2 = -\frac{3}{2}$ (loại) Với $t_1 = 1$ tìm được $x \in \{0; 4\}$	0,25	

4	a	$x^2 - 2x + m - 1 = 0$ Tính đúng $\Delta = 8 - 4m$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow 8 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 2$	0,25
	b	Phương trình có hai nghiệm khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$ Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 & (1) \\ x_1 x_2 = m - 1 & (2) \end{cases}$	0,25
		Theo đề: $2x_1 + 3x_2 = 5$ (3) Kết hợp (1) và (3) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 = 7 \end{cases}$ Giải được $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$ Thay $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$ vào (2) tính được $m = -2$ (TMĐK)	0,25
5		Hình vẽ đúng đến câu b 	0,5
	a	Ta có AD và CF là các đường cao của tam giác ABC nên: $\angle ADC = 90^\circ; \angle AFC = 90^\circ$	0,25*2
		Xét tứ giác ACDF có: $\angle ADC = \angle AFC = 90^\circ$ Do đó tứ giác ACDF nội tiếp	0,25*2

	<p>Xét ΔMCI và ΔMAC có:</p> <p>CMI chung</p> <p>b $\widehat{MCI} = \widehat{MAC}$ (gnt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung)</p> <p>Do đó $\Delta MCI \sim \Delta MAC$ (g-g)</p>	0,25
	$\Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MI}{MC}$	0,25
	$\Rightarrow MC^2 = MI \cdot MA$	0,25
	<p>Xét (O) ta có $\Rightarrow \widehat{MCD} = \widehat{ABC}$ (gnt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung)</p>	0,25
	<p>c $\widehat{MDC} = \widehat{ABC}$ (cùng bù với CDF)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{MCD}$</p>	0,25
	$\Rightarrow \Delta MDC \text{ cân tại M}$	0,25
	<p>Ta có $MC^2 = MI \cdot MA \Rightarrow MD^2 = MI \cdot MA \Rightarrow \frac{MI}{MD} = \frac{MD}{MA}$</p> <p>Do đó $\Delta MDI \sim \Delta MAD$ (c-g-c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MDI} = \widehat{MAD}$ hay $\widehat{NDI} = \widehat{KAI}$ (1)</p>	0,25
	<p>d Tứ giác ABIC nội tiếp nên $\widehat{BAC} + \widehat{BIC} = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MDC} + \widehat{BIC} = 180^\circ$ (do $\widehat{MDC} = \widehat{BAC}$)</p> <p>\Rightarrow Tứ giác CIND nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NDI} = \widehat{ICN}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow \widehat{ICN} = \widehat{KAI}$</p> <p>Mà $\widehat{ICK} = \widehat{KAI}$ (2 gnt cùng chắn cung IK)</p> <p>Suy ra $\widehat{ICK} = \widehat{ICN} \Rightarrow C, K, N$ thẳng hàng</p>	0,25
5	<p>Ta có: $3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$ mà $3(x^2 + y^2 + z^2) - 2(x + y + z) - 3 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (x + y + z)^2 - 2(x + y + z) - 3 \leq 0$</p> <p>$\Rightarrow (x + y + z)^2 - 2(x + y + z) - 3 \leq 0 \Rightarrow [(x + y + z) - 3][(x + y + z) + 1] \leq 0$</p> <p>$\Rightarrow x + y + z \leq 3$</p> <p>Vai trò của x, y, z như nhau, không mất tính tổng quát giả sử $x \leq y \leq z$</p> <p>$\Rightarrow (y - x)(y - z) \leq 0 \Rightarrow y^2 + zx \leq yz + xy \Rightarrow xy^2 + zx^2 \leq xyz + x^2y$.</p> <p>$\Rightarrow xy^2 + yz^2 + zx^2 + xyz \leq xyz + x^2y + yz^2 + xyz = y(x^2 + 2xz + z^2) = y(x + z)^2$.</p>	0,25

<p>Ta có $P \leq y(x+z)^2 \Rightarrow 2P \leq 2y(x+z)^2 = 2y(x+z)(x+z)$ Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:</p> $2P \leq \left(\frac{2y + x + z + x + z}{3} \right)^3 = \frac{8}{27} (x+y+z)^3 \Rightarrow P \leq \frac{4}{27} (x+y+z)^3.$ $\Rightarrow P \leq \frac{4}{27} \cdot 3^3 = 4$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=1$</p> <p>Vậy GTLN của P là 4 đạt được khi $x=y=z=1$</p>	0,25
---	------

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

.....**HẾT**.....
(Hướng dẫn chấm này có 4 trang)