

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN
(ĐỀ MINH HỌA 11)

Đề thi môn: TOÁN (Chung)
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $4x^2 + 7x - 2 = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = -2 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 2} \right) : \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m + 2)x - m + 1$.

a) Vẽ parabol (P).

b) Parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 . Tìm m sao cho biểu thức $A = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 9$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Một đội xe dự định chở 60 tấn hàng và dùng một số loại xe nhất định. Lúc sắp khởi hành có 3 xe được điều đi làm việc khác nên để chở được hết số hàng đã dự định, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

b) Giải phương trình: $\frac{4}{(x^2 - 1)^2} - \frac{1 + 3x^2}{x^2 - 1} = 0$

Câu 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Kẻ đường kính CD vuông góc với AB. Trên cung AC lấy điểm N, BN cắt CD tại M.

a) Chứng minh tứ giác ANMO nội tiếp.

b) Chứng minh $BM \cdot BN = 2R^2$.

c) ND cắt tia phân giác của góc ABN tại điểm I. Chứng minh D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABI.

d) Trên AC và AD lấy lần lượt hai điểm E và F sao cho M là trung điểm của EF.

Giả sử $R = 3\text{cm}$. Tính tổng $AE + AF$.

Câu 5 (0,5 điểm). Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{2a^2}{2b + c} + \frac{2b^2}{2a + c} + \frac{c^2}{4a + 4b} \geq \frac{1}{4}(2a + 2b + c)$$

----- HẾT -----

Họ và tên học sinh:Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ MINH HỌA 01
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN (chung)

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $4x^2 + 7x - 2 = 0$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức
$$\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 2} \right) : \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

Ý	Nội dung	Điểm
a (0,75đ)	$\Delta = (-7)^2 - 4.4.(-2) = 81 > 0$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{81}}{2.4} = \frac{1}{4}; x_2 = \frac{-7 - \sqrt{81}}{2.4} = -2$	0,25x2
b (0,75đ)	$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$	0,25x3
c (1,0đ)	$\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 2} \right) : \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ $= \left(\frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} - 2)}{\sqrt{2} - 2} \right) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$	0,5
	$= (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = -1$	0,5

Câu 2 (2,0 điểm). Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m + 2)x - m + 1$.

a) Vẽ parabol (P).

b) Parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 . Tìm m sao cho biểu thức $A = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 9$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ý	Nội dung	Điểm
a) (1,0đ)	HS lập bảng giá trị đúng ít nhất 5 điểm hoặc thể hiện được trên hệ trục tọa độ (Nếu học sinh đúng 3 điểm cho 0,25 đ)	0,5
	Vẽ đúng parabol (Nếu thiếu 3 trong các yếu tố O; x; y; mũi tên thì được 0,25)	0,5

b) (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = (m+2)x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m - 1 = 0$ $\Delta = m^2 + 8 > 0$ với mọi m \Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi m .	0,25
	Theo hệ thức Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$	0,25
	$A = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 9 = (m+2)^2 - 3(m-1) - 9 = m^2 + m - 2$	0,25
	$A = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}$ với mọi m . Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức A là $-\frac{9}{4}$, đạt được khi $m = -\frac{1}{2}$	0,25

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Một đội xe dự định chở 60 tấn hàng và dùng một số loại xe nhất định. Lúc sắp khởi hành có 3 xe được điều đi làm việc khác nên để chở được hết số hàng đã dự định, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

b) Giải phương trình: $\frac{4}{(x^2-1)^2} - \frac{1+3x^2}{x^2-1} = 0$

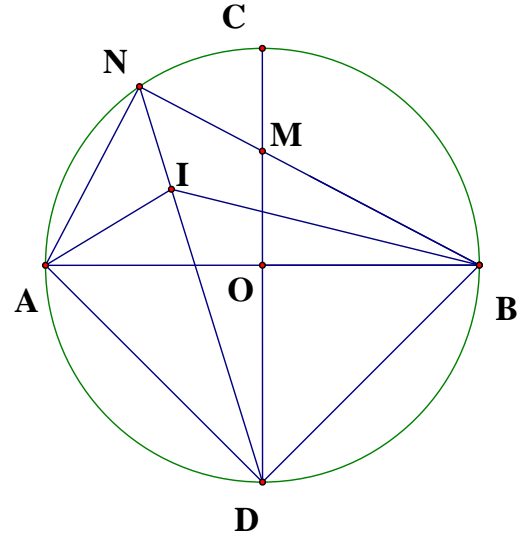
Ý	Nội dung	Điểm
a) (1,0đ)	Gọi số xe lúc đầu của đội là x (xe) ($x > 3; x \in N$)	0,25
	Số xe lúc sau là: $x - 3$ (xe) Số tấn hàng mỗi xe chở lúc đầu là: $\frac{60}{x}$ (tấn) Số tấn hàng mỗi xe chở lúc đầu là: $\frac{60}{x-3}$ (tấn)	0,25
	Theo bài ta có phương trình: $\frac{60}{x-3} - \frac{60}{x} = 1 \Leftrightarrow 60x - 60(x-3) = x(x-3)$ $\Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0$	0,25
	$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-180) = 729 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{3 + \sqrt{729}}{2 \cdot 1} = 15$ (tm) ; $x_2 = \frac{3 - \sqrt{729}}{2 \cdot 1} = -12$ (loại)	

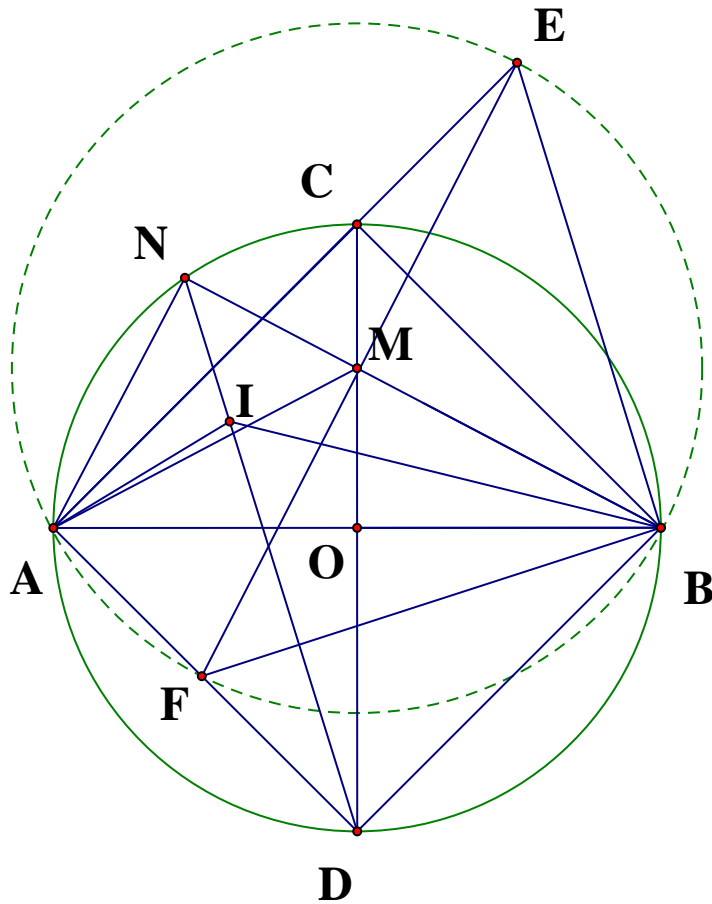
	Vậy số xe lúc đầu của đội là 15 xe.	0,25
b) (0,5đ)	$\frac{4}{(x^2-1)^2} - \frac{1+3x^2}{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{(x^2-1)^2} - \frac{3(x^2-1)+4}{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{x^2-1}\right)^2 - \frac{4}{x^2-1} - 3 = 0$ <p>Đặt $\frac{2}{x^2-1} = t$ ta được phương trình:</p> $t^2 - 2t - 3 = 0$ <p>Ta có $a-b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm: $t_1 = -1; t_2 = 3$ (tm)</p>	0,25
	$t_1 = -1 \Leftrightarrow \frac{2}{x^2-1} = -1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = -2 \Leftrightarrow x^2 = -1. \text{ Phương trình vô nghiệm.}$ $t_2 = 3 \Leftrightarrow \frac{2}{x^2-1} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ -\frac{\sqrt{15}}{3}; \frac{\sqrt{15}}{3} \right\}$</p>	0,25

Câu 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Kẻ đường kính CD vuông góc với AB . Trên cung AC lấy điểm N , BN cắt CD tại M .

- Chứng minh tứ giác $ANMO$ nội tiếp.
- Chứng minh $BM \cdot BN = 2R^2$.
- ND cắt tia phân giác của góc ABN tại điểm I . Chứng minh D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABI .
- Trên AC và AD lấy lần lượt hai điểm E và F sao cho M là trung điểm của EF .
Giả sử $R = 3\text{cm}$. Tính tổng $AE + AF$.

Ý	Nội dung	Điểm
---	----------	------

<p>a) (1,0)</p>		<p>0,5</p>
	<p>Hình vẽ đúng đến ý a được 0,25đ, đúng đến ý c được 0,5 đ</p>	
	<p>\widehat{ANM} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \widehat{ANM} = 90^\circ$, $\widehat{AOM} = 90^\circ$ (gt)</p>	<p>0,5</p>
	<p>\Rightarrow tứ giác $ANMO$ nội tiếp</p>	<p>0,5</p>
<p>b) (0,75)</p>	<p>Xét tam giác BOM và tam giác BNA có \widehat{B} chung và $\widehat{BOM} = \widehat{BNA} = 90^\circ$. Do đó tam giác BOM và tam giác BNA đồng dạng.</p>	<p>0,5</p>
	$\frac{BM}{BO} = \frac{BA}{BN} \Rightarrow BM \cdot BN = BO \cdot BA = 2R^2$	<p>0,25</p>
<p>c) (0,75)</p>	<p>Ta có: $\widehat{DB} = \widehat{DA} \Rightarrow DB = DA$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Ta có: $\widehat{DBI} = \widehat{DBA} + \widehat{ABI}$. Mà $\widehat{DBA} = \widehat{BNI}$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau); $\widehat{ABI} = \widehat{IBN} \Rightarrow \widehat{DBI} = \widehat{BNI} + \widehat{IBN}$</p> <p>Mặt khác: $\Rightarrow \widehat{DIB} = \widehat{BNI} + \widehat{IBN}$ (tính chất góc ngoài của tam giác). $\Rightarrow \widehat{DIB} = \widehat{DBI}$. Do đó tam giác DBI cân tại D, suy ra $DB = DI$. Vậy $DB = DA = DI$ suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABI.</p>	<p>0,25</p>



d)
0,5đ

Ta có: tam giác EAF vuông tại A (do góc CAD vuông), M là trung điểm của EF , suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EAF . Do đó điểm E và F là giao điểm của đường tròn tâm M , bán kính MA với AC, AD .

Ta có $MA = MB$ (tính chất điểm thuộc đường trung trực).

Suy ra $MA = MB = ME = MF$.

\Rightarrow Tứ giác $AEBF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{AEB}$.

Mà $\widehat{BDF} = \widehat{BCE} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{DBF} = \widehat{CBE}$

0,25

Xét tam giác BDF và tam giác BCE , ta có: $BC = BD$, $\widehat{DBF} = \widehat{CBE}$,

$\widehat{BDF} = \widehat{BCE} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle BDF = \triangle BCE$ (g.c.g) $\Rightarrow DF = CE$

$\Rightarrow AE + AF = (AC + CE) + AF = AC + (CE + AF)$

$= AC + (DF + AF) = AC + AD = 2AD$

$\triangle OAD$ vuông cân tại D nên $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ (cm)

Vậy $AE + AF = 6\sqrt{2}$ (cm)

0,25

Câu 5 (0,5 điểm). Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{2a^2}{2b+c} + \frac{2b^2}{2a+c} + \frac{c^2}{4a+4b} \geq \frac{1}{4}(2a+2b+c)$$

Nội dung	Điểm
<p>Ta có:</p> $\left(a+b+\frac{c}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{b+\frac{c}{2}}} \sqrt{b+\frac{c}{2}} + \frac{b}{\sqrt{\frac{c}{2}+a}} \sqrt{\frac{c}{2}+a} + \frac{\frac{c}{2}}{\sqrt{a+b}} \sqrt{a+b}\right)^2$ $\leq \left[\frac{a^2}{b+\frac{c}{2}} + \frac{b^2}{a+\frac{c}{2}} + \frac{\left(\frac{c}{2}\right)^2}{a+b}\right] \cdot 2\left(a+b+\frac{c}{2}\right)$ $\Leftrightarrow \frac{a^2}{b+\frac{c}{2}} + \frac{b^2}{a+\frac{c}{2}} + \frac{\left(\frac{c}{2}\right)^2}{a+b} \geq \frac{1}{2}\left(a+b+\frac{c}{2}\right)$	0,25
$\Leftrightarrow \frac{2a^2}{2b+c} + \frac{2b^2}{2a+c} + \frac{c^2}{4a+4b} \geq \frac{1}{4}(2a+2b+c)$	0,25

----- HẾT -----