

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN
ĐỀ MINH HOẠ 09

Đề thi môn: TOÁN (Chung)
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + 6x + 9 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (m+2)x + 3y = 5 \\ 4x - y = -7 \end{cases}$ khi $m = 2$.

c) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$).

Thu gọn biểu thức A và tìm x để $A < \frac{2}{3}$.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho parabol (P): $y = x^2$.

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm m để (d): $y = mx + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ là $y_1; y_2$ sao cho $|y_1 + y_2| - y_1 y_2 = 2m$.

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 5 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng gấp đôi và giảm chiều dài 10 m thì diện tích tăng 160 m². Tính chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn lúc đầu.

b) Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $x^2 + 6 = (x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 4}$.

Câu 4 (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm I tùy ý trên cung nhỏ AC (I khác A và I khác C). Gọi P là giao điểm của IB và CD.

a) Chứng minh tứ giác AIPO nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{ADI} = \widehat{OIB}$.

c) Gọi K là giao điểm của AB và DI. Chứng minh ID là tia phân giác của \widehat{AIB} và tích DI. DK không phụ thuộc vào vị trí của điểm I trên cung nhỏ AC.

d) Chứng minh $\sqrt{\frac{2}{KA^2 + KB^2}} = \frac{KI}{KA \cdot KB}$.

Câu 5 (0,5 điểm).

Cho x, y là các số dương thỏa mãn hệ thức $(2x + y)^3 \leq 4(3 - 2xy)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)\sqrt{8x^3y^3 - 6x^2y^2 + 9xy + 14}$.

--- Hết ---

Họ và tên thí sinh: Chữ kí giám thị 1:

Số báo danh:

HỘI ĐỒNG BỘ MÔN TOÁN
ĐỀ MINH HOẠ 09

Đề thi môn: TOÁN (Chung)
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,5 điểm).

- a) Giải phương trình $x^2 + 6x + 9 = 0$.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (m+2)x + 3y = 5 \\ 4x - y = -7 \end{cases}$ khi $m = 2$.
- c) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$).

Thu gọn biểu thức A và tìm x để $A < \frac{2}{3}$.

Câu 1 (2,5 điểm)	Nội dung	Điểm
a (0,75đ)	Tính đúng $\Delta = 0$ hoặc $\Delta' = 0$	0,5
	Tìm được $x_1 = x_2 = -3$	0,25
b (0,75đ)	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 4x - y = -7 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 12 \\ 4x - y = -7 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 4x - 3 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
c (1,0đ)	$A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} + \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
	$A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2}$	0,25
	$A < \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3(\sqrt{x} + 1) < 2(\sqrt{x} + 2) \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$	0,25
	Kết hợp với điều kiện suy ra $0 < x < 1$.	0,25

Câu 2 (2,0 điểm). Cho parabol (P): $y = x^2$.

- a) Vẽ parabol (P).
- b) Tìm m để (d): $y = mx + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ là $y_1; y_2$ sao cho $|y_1 + y_2| - y_1 y_2 = 2m$.

Câu 2	Nội dung	Điểm
-------	----------	------

(2,0 điểm)		
a (1,0đ)	Học sinh lập bảng giá trị đúng ít nhất 5 điểm hoặc thể hiện được trên hệ trục. Vẽ đúng parabol.	0,5 0,5
b (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$	0,25
	$\Delta = m^2 + 4 > 0$ với mọi m \Rightarrow (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m	0,25
	Theo Vi – ét ta có $x_1 + x_2 = m$; $x_1 x_2 = -1$ $ y_1 + y_2 - y_1 y_2 = 2m \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2^2 = 2m$	0,25
	$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 x_2)^2 = 2m \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$	0,25

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 5 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng gấp đôi và giảm chiều dài 10 m thì diện tích tăng 160 m². Tính chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn lúc đầu.

b) Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $x^2 + 6 = (x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 4}$.

Câu 3 (1,5 điểm)	Nội dung	Điểm
a (1,0đ)	Gọi x (m) là chiều rộng của hình chữ nhật lúc đầu ($x > 0$)	0,25
	Lập luận để viết được pt $2x(5x - 10) - 5x^2 = 160$	0,5
	Giải pt tìm được $x_1 = 8$ (TM); $x_2 = -4$ (KTM) Vậy hình chữ nhật lúc đầu có chiều rộng 8 (m), chiều dài 40 (m)	0,25
b (0,5đ)	Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ $\Rightarrow t^2 - (x + 3)t + 2x + 2 = 0$ $\Delta = (x - 1)^2 \Rightarrow t_1 = 2; t_2 = x + 1$	0,25
	+) $t_1 = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (TM)} \\ x = 2 \text{ (TM)} \end{cases}$ +) $t_2 = x + 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 4} = x + 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 2x + 4 = (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \text{ (KTM)}$ Vậy $S = \{0; 2\}$	0,25

Câu 4 (3,5 điểm).

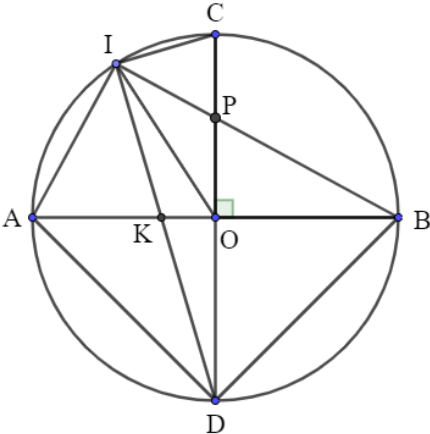
Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm I tùy ý trên cung nhỏ AC (I khác A và I khác C). Gọi P là giao điểm của IB và CD.

a) Chứng minh tứ giác AIPO nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{ADI} = \widehat{OIB}$.

c) Gọi K là giao điểm của AB và DI. Chứng minh ID là tia phân giác của \widehat{AIB} và tích DI. DK không phụ thuộc vào vị trí của điểm I trên cung nhỏ AC.

d) Chứng minh $\sqrt{\frac{2}{KA^2 + KB^2}} = \frac{KI}{KA \cdot KB}$.

Câu 4 (3,5 điểm)	Nội dung	Điểm
Vẽ hình (0,5đ)	 <p>Vẽ được (O) Vẽ được các điểm A, B, C, D, I, P</p>	0,25 0,25
a (1,0đ)	$\hat{AIP} = 90^0, \hat{AOP} = 90^0$ \Rightarrow tứ giác AIPO nội tiếp	0,25x2 0,5
b (0,75đ)	$\hat{ADI} = \hat{ABI}$ (cùng chắn cung AI) $\hat{ABI} = \hat{OIB}$ (OI = OB = R) $\Rightarrow \hat{ADI} = \hat{OIB}$	0,25 0,25 0,25
	+) $\hat{AOD} = \hat{DOB} = 90^0$ ($AB \perp CD$) $\Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$	0,25
	$\Rightarrow \hat{AID} = \hat{DIB} \Rightarrow ID$ là tia phân giác của \hat{AIB} .	0,25
c (0,75đ)	+) $\triangle DOK$ và $\triangle DIC$ có: \hat{IDC} là góc chung $\hat{DOK} = \hat{DIC} (= 90^0)$ $\Rightarrow \triangle DOK \sim \triangle DIC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{DO}{DI} = \frac{DK}{DC} \Rightarrow DI \cdot DK = DO \cdot DC = 2R^2$ Vì $2R^2$ là hằng số nên tích $DI \cdot DK$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm I trên cung nhỏ AC	0,25
d (0,5đ)	+) $\triangle AKI$ và $\triangle DKB$ có: $\hat{AKI} = \hat{DKB}$ (đối đỉnh) $\hat{IAK} = \hat{KDB}$ (cùng chắn cung BI) $\Rightarrow \triangle AKI \sim \triangle DKB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{KI}{KA} = \frac{KB}{KD} \Rightarrow \frac{KI^2}{KA^2} = \frac{KB^2}{KD^2}$ (1) +) $\triangle AKD$ và $\triangle IKB$ có:	0,25

	$\hat{A}KB = \hat{I}KB$ (đối đỉnh) $\hat{K}AD = \hat{K}IB$ (cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \Delta AKD \# \Delta IKB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{KI}{KB} = \frac{KA}{KD} \Rightarrow \frac{KI^2}{KB^2} = \frac{KA^2}{KD^2}$ (2)	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{KI^2}{KA^2} + \frac{KI^2}{KB^2} = \frac{KB^2}{KD^2} + \frac{KA^2}{KD^2} = \frac{KB^2 + KA^2}{KD^2}$ $= \frac{(R + KO)^2 + (R - KO)^2}{KD^2} = \frac{2(R^2 + KO^2)}{KD^2} = 2$ $\Rightarrow \frac{1}{KA^2} + \frac{1}{KB^2} = \frac{2}{KI^2} \Rightarrow \frac{KA^2 + KB^2}{KA^2 \cdot KB^2} = \frac{2}{KI^2}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{2}{KA^2 + KB^2}} = \frac{KI}{KA \cdot KB}$	0,25

Câu 5 (0,5 điểm).

Cho x, y là các số dương thỏa mãn hệ thức $(2x + y)^3 \leq 4(3 - 2xy)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right) \sqrt{8x^3y^3 - 6x^2y^2 + 9xy + 14}$.

Câu 5 (0,5 điểm)	Nội dung	Điểm
	Đặt $2x = a ; y = b$ ($a, b > 0$) $\Rightarrow (a + b)^3 + 4ab \leq 12$ Mà $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow 2(\sqrt{ab})^3 + (\sqrt{ab})^2 - 3 \leq 0$ $\Rightarrow (\sqrt{ab} - 1)(2ab + 3\sqrt{ab} + 3) \leq 0 \Rightarrow \sqrt{ab} \leq 1 \Rightarrow ab \leq 1$ $P = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \sqrt{a^3b^3 - \frac{3}{2}a^2b^2 + \frac{9}{2}ab + 14}$ Do $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}} \Rightarrow P \geq 4\sqrt{a^2b^2 - \frac{3}{2}ab + \frac{9}{2} + \frac{14}{ab}}$	0,25
	$\Rightarrow P \geq 4\sqrt{(ab - 1)^2 + 14\left(ab + \frac{1}{ab}\right) - \frac{27}{2}ab + \frac{7}{2}}$ $\Rightarrow P \geq 12\sqrt{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}; y = 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $12\sqrt{2}$	0,25

---Hét---