

Đề thi gồm có 01 trang

Bài 1.(1.5 điểm) Cho a, b là hai số thực bất kì, chứng minh rằng ít nhất một trong các phương trình $x^2 - ax + b = 0$ và $x^2 + bx - a - 2 = 0$ có nghiệm.

Bài 2.(2 điểm) Cho hai số thực không âm a, b thỏa $a + b = 2$. Chứng minh

$$\frac{7}{2} \leq \frac{1}{a^3 + b^3} + \frac{3}{ab} \leq \frac{7}{2ab}.$$

Bài 3.(2 điểm) Cho hai số tự nhiên a, b thỏa mãn $2a^2 + a = 3b^2 - b$.

- Chứng minh rằng nếu b là số nguyên tố thì $a = b$.
- Chứng minh rằng $2a - 2b + 1$ là số chính phương.

Bài 4.(3 điểm) Cho tam giác nhọn $ABC (AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O) . Vẽ tia phân giác trong AD , cắt đường tròn (O) tại K . Gọi I_B, I_C lần lượt là tâm đường tròn bàng tiếp đối diện với đỉnh B, C của tam giác ABC . M là trung điểm BC .

- Chứng minh A, I_B, I_C thẳng hàng. Giả sử $I_B I_C$ cắt đường tròn (O) tại E , chứng minh E, M, K thẳng hàng.
- Chứng minh M, I_B, I_C và D cùng thuộc đường tròn (C) .
- Đường thẳng AD cắt đường tròn (C) tại H . Chứng minh $AH = AK$.

Bài 5.(1.5 điểm) Có 21 thẻ được ghi số từ 1 đến 10 như sau: có 1 thẻ ghi số 0, các số còn lại thì có đúng 2 thẻ mỗi số. Xếp các thẻ thành 1 hàng ngang.

- Chứng minh rằng luôn chọn được 3 thẻ liên tiếp mà tổng bình phương của 3 số trên các thẻ này không chia hết cho 3.
- Chứng minh rằng tồn tại 1 cách xếp mà giữa 2 thẻ số k sẽ có đúng k thẻ tương ứng, với mọi số k từ 1 đến 10.

-----HẾT-----