

**Câu 1 (2,0 điểm).** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$1) x^2 + 5x = 0 \qquad 2) \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức:  $A = \left( \frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} - 1$  (với  $x > 0, x \neq 1$ )

2) Cho hàm số  $y = (2 - a)x + a^2$ . Tìm  $a$  để hàm số nghịch biến và có đồ thị cắt đường thẳng  $y = x + 5$  tại điểm có tung độ bằng 7.

**Câu 3 (2,0 điểm)**

1) Bác An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng với hạn một năm. Sau năm thứ nhất do chưa có nhu cầu sử dụng nên bác An không rút ra mà tiếp tục gửi một năm nữa. Ngân hàng đã gộp tiền gốc, tiền lãi của năm thứ nhất thành tiền gốc của năm thứ hai. Lãi suất năm thứ hai bằng lãi suất năm thứ nhất. Sau hai năm bác An rút tiền ra thì nhận được 108,16 triệu đồng cả gốc lẫn lãi. Hỏi lãi suất gửi tiết kiệm của ngân hàng là bao nhiêu % một năm?

2) Cho phương trình:  $x^2 - mx + m - 2 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thoả mãn:

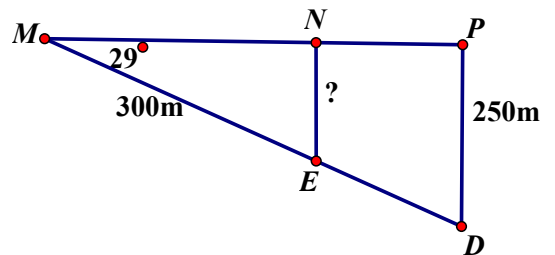
$$(x_2 - 2)^2 - mx_2 = 4x_1 - m^2$$

**Câu 4 (3,0 điểm)**

1) Tàu ngầm đang ở trên mặt biển, lặn xuống theo phương tạo với mặt nước biển một góc  $29^\circ$ .

Nếu tàu chuyển động theo phương lặn xuống được 300m thì nó ở độ sâu bao nhiêu ?

Nếu đạt đến độ sâu 250m thì tàu phải chạy bao nhiêu mét ? (Các độ dài làm tròn đến mét)



2) Cho tam giác MNP có ba góc nhọn ( $MN < MP$ ) nội tiếp đường tròn ( $O$ ). Hai đường cao NE và PF cắt nhau tại điểm H.

a) Chứng minh tứ giác NFEP nội tiếp.

b) Kẻ đường kính MQ của đường tròn. Đường thẳng MQ cắt NP tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng MH tại điểm K. Chứng minh:  $\widehat{NMH} = \widehat{QMP}$  và  $KI // HQ$ .

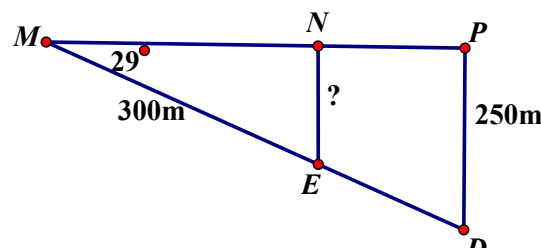
**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho  $x; y; z$  là các số thực dương thoả mãn  $x + y + z = 1$ .

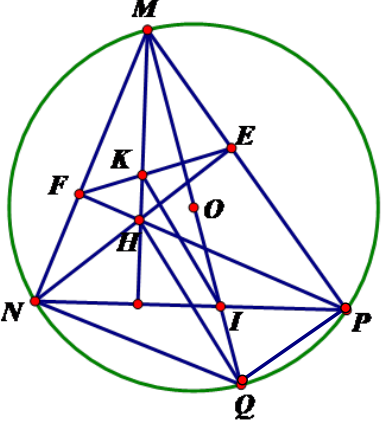
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $P = \frac{yz}{\sqrt{x + yz}} + \frac{xz}{\sqrt{y + xz}} + \frac{xy}{\sqrt{z + xy}}$

.....Hết.....

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG**  
**NĂM HỌC: 2023 – 2024**  
**MÔN: TOÁN 9**  
**Đề lẻ**

Câu	Ý	Đáp án	Biểu điểm
1 (2đ)	1)	$x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x + 5) = 0$	0,25
		TH1: $x = 0$	0,25
		TH2: $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$	0,25
		Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 0, x_2 = -5$	0,25
	2)	$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - y = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x - y = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (-3; -5)$	0,25
2 (2đ)	1)	$A = \left( \frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} - 1$	0,25
		$= \left( \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} - 1$	0,25
		$= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} - 1$	0,25
		$= \frac{x - 1}{x} - 1$	0,25
		$= \frac{-1}{x}$ . Vậy $P = \frac{-1}{x}$ với $x > 0, x \neq 1$	0,25
	(Không kết luận vẫn đủ điểm)		
2)	Hàm số nghịch biến nên $2 - a < 0 \Leftrightarrow a > 2$ (1)	0,25	
	Hai đường thẳng $y = (2 - a)x + a^2$ và $y = x + 5$ cắt nhau khi $2 - a \neq 1 \Leftrightarrow a \neq 1$ (2)	0,25	
	Thay $y = 7$ vào hàm số $y = x + 5$ ta được: $x = 2$ Thay $x = 2, y = 7$ vào hàm số $y = (2 - a)x + a^2$ ta tính được $a^2 - 2a - 3 = 0$	0,25	
	Giải phương trình tìm được $a_1 = -1$ (Loại), $a_2 = 3$ (Thỏa mãn (1), (2)) Vậy $a = 3$ thỏa mãn đầu bài.	0,25	
3 (2đ)	1)	Gọi lãi suất gửi tiết kiệm của ngân hàng một năm là $x\%$ ĐK $x > 0$ Tiền lãi của năm thứ nhất bác An nhận được là: $100x\%$ ( triệu đồng)	0,25

		Số tiền cả gốc và lãi sau năm thứ nhất là: $100+100x\%$ ( triệu đồng) Tiền lãi của năm thứ hai là $(100+100x\%)x\%$ (triệu đồng) Theo bài ra ta có phương trình: $100+100x\%+(100+100x\%).x\%= 108,16$	0,25
		Giải phương trình ta được: $x_1 = 4$ (Thỏa mãn) $x_2 = -204$ (Loại)	0,25
		Vậy lãi suất gửi tiết kiệm của ngân hàng một năm là 4%.	0,25
	2)	Ta có $\Delta = m^2 - 4.(m-2) = m^2 - 4m + 8$ $= (m - 2)^2 + 4 > 0$ với mọi m Vậy phương trình luôn có hai nghiệm $x_1, x_2$ với mọi m. <i>(Không kết luận trừ 0,25đ)</i>	0,25
		Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$ Theo bài ra ta có: $(x_2 - 2)^2 - mx_2 = 4x_1 - m^2$ $\Leftrightarrow x_2^2 - 4x_2 + 4 - (x_1 + x_2) \cdot x_2 = 4x_1 - m^2$ $\Leftrightarrow -4(x_1 + x_2) + 4 - x_1x_2 + m^2 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 = 0$ Giải phương trình tìm được $m_1 = 3, m_2 = 2$ . Kết luận	0,25
4 (3đ)	1	 <p><math>\triangle MNE</math> vuông tại N <math>\sin M = \frac{NE}{ME}, \sin 29^\circ = \frac{NE}{300},</math> <i>(Học sinh không vẽ hình vẫn cho đủ điểm)</i> <math>\Rightarrow NE = 300 \cdot \sin 29^\circ \Rightarrow NE \approx 145 \text{ m}</math> Khi đó độ sâu của tàu khoảng 145m</p> <p><math>\triangle MPD</math> vuông tại P <math>\sin M = \frac{PD}{MD}, \sin 29^\circ = \frac{250}{MD},</math> <math>\Rightarrow MD = \frac{250}{\sin 29^\circ} \Rightarrow ME \approx 516 \text{ m}</math> Để đạt độ sâu 250m tàu phải chạy khoảng 516m <i>(Học sinh không làm tròn theo yêu cầu mà để số thập phân hoặc làm</i></p>	0,25
			0,25

	<i>tròn sai thì trừ 0,25 điểm)</i>	
2a	Vẽ hình đúng đến câu a) 	0,25
	Vì NE là đường cao của $\Delta MNP$ nên: $NE \perp MP \Rightarrow \widehat{NEP} = 90^\circ$ $\Rightarrow$ Tam giác NEP vuông tại E. $\Rightarrow$ Điểm E, N, P thuộc đường tròn đường kính NP	0,25
	Vì PF là đường cao của $\Delta MNP$ nên: $PF \perp MN \Rightarrow \widehat{NFP} = 90^\circ$ $\Rightarrow$ Tam giác NFP vuông tại F. $\Rightarrow$ Điểm N, F, P thuộc đường tròn đường kính NP	0,25
	$\Rightarrow$ Bốn điểm N, F, E, P cùng thuộc một đường tròn. $\Rightarrow$ Tứ giác NFEP nội tiếp.	0,25
2b	NE, PF là các đường cao của tam giác MNP cắt nhau tại H $\Rightarrow$ H là trực tâm $\Rightarrow$ MH vuông góc với NP $\Rightarrow \widehat{NMH} + \widehat{MNP} = 90^\circ$ (1)	0,25
	$\widehat{MPQ} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{QMP} + \widehat{MQP} = 90^\circ$ (2) Mà $\widehat{MNP} = \widehat{MQP}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung MP) (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{NMH} = \widehat{QMP}$	0,25
	Từ $\widehat{NMH} = \widehat{QMP} \Rightarrow \widehat{NMI} = \widehat{KME}$ mà $\widehat{MNI} = \widehat{MEK}$ (Vì tứ giác NFEP nội tiếp) $\Rightarrow \Delta MKE \sim \Delta MIN$ (g-g) $\Rightarrow \frac{MK}{MI} = \frac{ME}{MN}$ (1)	0,25
	Chứng minh $\Delta MEH \sim \Delta MNQ$ (g-g) $\Rightarrow \frac{ME}{MN} = \frac{MH}{MQ}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{MK}{MI} = \frac{MH}{MQ} \Rightarrow \frac{MK}{MH} = \frac{MI}{MQ} \Rightarrow KI \parallel HQ$ (Định lí Ta-lét đảo)	0,25
	Ta có $x + y + z = 1 \Rightarrow x + yz = x(x + y + z) + yz = (x + z)(x + y)$ $\Rightarrow \frac{yz}{\sqrt{x + yz}} = \frac{yz}{\sqrt{(x + y)(x + z)}}$	0,25

5 (1đ)	Áp dụng Bất đẳng thức $\frac{1}{\sqrt{ab}} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ (*) ta được: $\Rightarrow \frac{yz}{\sqrt{x+yz}} = \frac{yz}{\sqrt{(x+y)(x+z)}} \leq \frac{yz}{2} \left( \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} \right)$	0,25
	Tương tự: $\frac{xz}{\sqrt{y+xz}} \leq \frac{xz}{2} \left( \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} \right)$ ; $\frac{xy}{\sqrt{z+xy}} \leq \frac{xy}{2} \left( \frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z} \right)$ Suy ra $P = \frac{yz}{\sqrt{x+yz}} + \frac{xz}{\sqrt{y+xz}} + \frac{xy}{\sqrt{z+xy}} \leq \frac{x+y+z}{2} = \frac{1}{2}$ .	0,25
	Giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$	0,25

**Ghi chú:** - Học sinh có thể làm nhiều cách khác nhau đúng GV vẫn cho điểm tối đa.

- Nếu trong mỗi ô có một lỗi sai nhỏ thì xem xét tổng thể cả câu để trừ điểm cho phù hợp, tránh trừ điểm quá nặng.

.....