

**Câu 1. (2.0 điểm)**

1) Giải phương trình:  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + 3 = 2(x - y) \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} \end{cases}$$

**Câu 2. (2.0 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức sau:  $A = \left( \frac{3}{2\sqrt{x}-6} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{9-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+6}$  với  $x \geq 0 ; x \neq 9$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các đường thẳng  $(d_1): y = 2x + 1$   $(d_2): y = x + 2$  và  $(d_3): y = -2x + 1$ . Lập phương trình đường thẳng song song với  $(d_3)$  đồng thời đi qua giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$

**Câu 3. (2.0 điểm)**

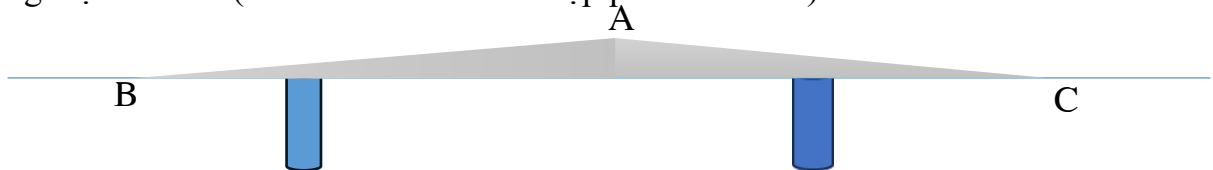
1) Một đội xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại đi vận chuyển 30 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đội xe đó được giao thêm 15 tấn hàng nữa. Do đó, đội xe được điều thêm 4 xe cùng loại trên nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc? Biết rằng các xe chở như nhau.

2) Cho phương trình:  $x^2 + 2(m+1)x + 2m^2 + 9m + 7 = 0$  (với m là tham số)

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  sao cho biểu thức  $A = |7(x_1 + x_2) - 2x_1x_2|$  có giá trị lớn nhất.

**Câu 4. (3.0 điểm)**

1. Người ta xây dựng cây cầu Dinh qua sông Kinh Thầy nối thị xã Kinh Môn (Hải Dương) với huyện Thủy Nguyên (Hải Phòng), cầu được trang trí khung thép trên thành cầu như hình vẽ. Nếu biết độ dài  $BC = 80m$ ,  $\widehat{B} = 3^\circ$ ,  $\widehat{C} = 5^\circ$ . Tính chiều cao từ điểm A xuống mặt của cầu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



2. Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O ; R). Từ điểm M ở ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là các tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn (O ; R) tại C. Nối MC cắt đường tròn (O ; R) tại D. Tia AD cắt MB tại E.

a) Chứng minh MAOB là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $EM = EB$  và tìm vị trí của điểm M để  $BD \perp MA$ .

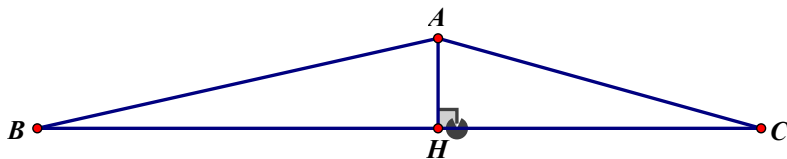
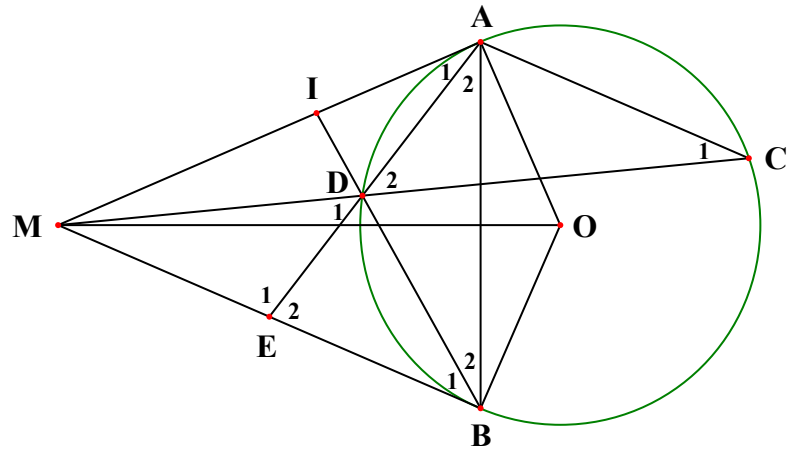
**Câu 5. (1.0 điểm)** Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ .

Chứng minh: 
$$\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca$$

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**

Câu (bài)	ý (phần)	Nội dung	Điểm	
<b>Câu 1</b> <b>(2,0đ)</b>	1)	Đặt $x^2 = t, t \geq 0$ . Khi đó phương trình đã cho có dạng: $t^2 + 3t - 4 = 0$ (1)	0,25	
		Phương trình (1) có tổng các hệ số $a+b+c= 1+3+(-4)= 0$ nên PT(1) có hai nghiệm $t_1 = 1; t_2 = -4$	0, 5	
		Do $t \geq 0$ nên chỉ có $t_1 = 1$ thỏa mãn. Với $t_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ . Vậy phương trình có nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = -1$ .	0,25	
	2)	$\begin{cases} x + y + 3 = 2(x - y) \\ \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3y = -3 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$	0,25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 9y = -9 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$	0,25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 0 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 3x - 2 \cdot 0 = 9 \end{cases}$	0,25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (3; 0)$	0,25	
	<b>Câu 2</b> <b>(2,0đ)</b>	1)	Rút gọn : $A = \left( \frac{3}{2\sqrt{x}-6} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{9-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+6}$ với $x \geq 0 ; x \neq 9$	
			$A = \left( \frac{3}{2(\sqrt{x}-3)} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}+3)}$	0,25
			$A = \frac{3 \cdot (\sqrt{x}+3) + 2(\sqrt{x}-3) - 2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+1}$	0,25
$A = \frac{3\sqrt{x}+9+2\sqrt{x}-6-2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+1} = \frac{3\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)}$			0,25	
$= \frac{3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3}{\sqrt{x}-3}$ Vậy $A = \frac{3}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$			0,25	

	<p>Gọi phương trình đường thẳng cần tìm có dạng tổng quát là (d): <math>y = ax + b</math></p> <p>Tọa độ giao điểm của <math>(d_1)</math> và <math>(d_2)</math> là nghiệm của hệ phương trình: <math display="block">\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x + 2 \end{cases}</math></p>	0,25
2)	Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
	<p>Do (d) song song với <math>(d_3)</math> nên <math>a = -2</math> và <math>b \neq 1</math></p> <p>Do (d) đi qua giao điểm của <math>(d_1)</math> và <math>(d_2)</math> có tọa độ <math>(1;3)</math> nên ta có <math>3 = -2.1 + b</math></p>	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow b = 5</math> (thỏa mãn)</p> <p>Vậy phương trình đường thẳng (d): <math>y = -2x + 5</math></p>	0,25
<b>Câu 3</b> <b>(2,0đ)</b>	<p>Gọi số chiếc xe theo dự định của đoàn xe là <math>x</math> (chiếc). ĐK: <math>x \in N^*</math></p>	0,25
	<p>Số chiếc xe thực tế chuyên chở là <math>x + 4</math> (chiếc)</p> <p>Theo dự định mỗi xe phải chở số tấn hàng là <math>\frac{30}{x}</math> (tấn)</p> <p>Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là <math>\frac{45}{x + 4}</math> (tấn)</p> <p>Do thực tế mỗi xe chở hơn dự định là 1 tấn nên ta có phương trình:</p> $\frac{30}{x} - \frac{45}{x + 4} = 1$	0,25
	$\Rightarrow 30x + 120 - 45x = x^2 + 4x \Leftrightarrow x^2 + 19x - 120 = 0$	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (TM)} \\ x = -24 \text{ (KTM)} \end{cases}</math></p> <p>Vậy lúc đầu đội có 5 xe.</p>	0,25
	<p>Phương trình có <math>x^2 + 2(m + 1)x + 2m^2 + 9m + 7 = 0</math></p> <p><math>\Delta' = (m + 1)^2 - (2m^2 + 9m + 7) = -m^2 - 7m - 6 = -(m + 1)(m + 6)</math></p> <p>Phương trình có hai nghiệm <math>x_1; x_2</math> khi <math>\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -6 \leq m \leq -1</math></p> <p>Theo hệ thức Vi-et ta có <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m + 1) \\ x_1 x_2 = 2m^2 + 9m + 7 \end{cases}</math></p> <p>Ta có <math display="block">A =  7(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2  =  -7.2(m + 1) - 2.(2m^2 + 9m + 7) </math>  <math display="block">=  -4m^2 - 32m - 28  = 4 m^2 + 8m + 7  = 4 (m + 1)(m + 7) </math></p> <p>Do <math>-6 \leq m \leq -1</math> nên <math>(m + 1)(m + 7) \leq 0</math></p>	0,25 0,25 0,25

		$\Rightarrow A = -4(m+1)(m+7) = -4[(m+4)^2 - 9] = -4(m+4)^2 + 36 \leq 36$ <p>Giá trị lớn nhất của A là 36 khi và chỉ khi <math>m = -4</math> (thỏa mãn)</p>	0,25
Câu 4 (3,0đ)	1	<p>Từ thực tế ta có hình vẽ sau, coi chiều cao từ A xuống mặt cầu là AH.</p>  <p>Xét <math>\Delta ABH</math> vuông tại H ta có:</p> $BH = \frac{AH}{\tan 3^\circ}$ <p>Xét <math>\Delta ACH</math> vuông tại H ta có:</p> $CH = \frac{AH}{\tan 5^\circ}$ <p>Mà <math>BC = BH + CH = \frac{AH}{\tan 3^\circ} + \frac{AH}{\tan 5^\circ}</math></p> $AH \left( \frac{1}{\tan 3^\circ} + \frac{1}{\tan 5^\circ} \right) = 80$ $\Leftrightarrow AH = \frac{80}{\frac{1}{\tan 3^\circ} + \frac{1}{\tan 5^\circ}} \approx 2,6\text{m}$ <p>Vậy chiều cao từ điểm A xuống mặt cầu là 2,6 m  <i>Nếu không làm tròn trừ 0,25 điểm, không có hình minh họa trừ 0,25 điểm</i></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
		<p>Vẽ hình phần 1 đúng cho 0,25 điểm          Nếu vẽ sai hình thì không chấm điểm cả câu 4.2</p> 	0.25
	2a)	<p>Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên:</p> $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ <p>Tứ giác MAOB có:</p> $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$ <p><math>\Rightarrow</math> Tứ giác MAOB nội tiếp</p>	0,25 0,5

	<p>Ta có:  <math>\widehat{EMD} = \widehat{C}_1</math> (so le trong, <math>AC \parallel MB</math>)  <math>\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \left( = \frac{1}{2} \text{sđAD} \right)</math>  <math>\Rightarrow \widehat{EMD} = \widehat{A}_1</math>  <math>\Delta EMD</math> và <math>\Delta EAM</math> có:  <math>\widehat{E}_1</math> chung, <math>\widehat{EMD} = \widehat{A}_1</math>  <math>\Rightarrow \Delta EMD \simeq \Delta EAM</math> (g.g)  <math>\Rightarrow \frac{EM}{EA} = \frac{ED}{EM} \Rightarrow EM^2 = EA \cdot ED</math> (1)</p>	0,25
2b)	<p><math>\Delta EBD</math> và <math>\Delta EAB</math> có:  <math>\widehat{E}_2</math> chung, <math>\widehat{B}_1 = \widehat{A}_2 \left( = \frac{1}{2} \text{sđBD} \right)</math>  <math>\Rightarrow \Delta EBD \simeq \Delta EAB</math> (g.g)  <math>\Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow EB^2 = EA \cdot ED</math> (2)          Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow EM^2 = EB^2 \Rightarrow EM = EB</math></p>	0,25
	<p>Gọi I là giao điểm của của BD và MA          Ta có: <math>\widehat{C}_1 = \widehat{B}_2</math> ( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung AD)          Mà <math>\widehat{C}_1 = \widehat{EMD}</math> ( 2 góc so le trong)  <math>\Rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{EMD}</math>          Do đó đê: <math>BD \perp AM \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MAB} + \widehat{B}_2 = 90^\circ</math>          Mà <math>\widehat{MAB} = \widehat{MBA}</math> ( do tam giác MAB cân tại M)  <math>\Rightarrow \widehat{MBA} + \widehat{EMD} = 90^\circ \Rightarrow MC \perp AB</math></p>	0,25
	<p>- Chứng minh được <math>MO \perp AB</math>          Nên M, O, C thẳng hàng <math>\Rightarrow D</math> là điểm chính giữa của cung AB  <math>\Rightarrow \Delta MAB</math> đều <math>\Rightarrow \widehat{AMO} = 30^\circ</math>          Mà tam giác AMO vuông tại A nên <math>OM = 2OA = 2R</math>          Vậy khi M cách O một khoảng bằng 2R thì <math>BD \perp AM</math></p>	0,25
<b>Câu 5</b> <b>(1,0đ)</b>	<p>Cho các số thực dương <math>a, b, c</math> thỏa mãn <math>a^2 + b^2 + c^2 = 1</math>. Chứng minh:  <math display="block">\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca</math></p>	
	<p>Do <math>a^2 + b^2 + c^2 = 1</math> nên ta có  <math display="block">\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \sqrt{\frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+c^2+ab-c^2}} = \sqrt{\frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+ab}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}}</math></p>	0,25
	<p>Áp dụng bất đẳng thức <math>\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}</math>, (<math>x, y &gt; 0</math>)</p>	0,25

	$\Rightarrow \sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)} \leq \frac{2c^2+a^2+b^2+2ab}{2} \leq \frac{2(a^2+b^2+c^2)}{2} = a^2+b^2+c^2$	
	$\Rightarrow \sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}} \geq \frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+c^2} = ab+2c^2 \quad (1)$ <p>Tương tự <math>\sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} \geq bc+2a^2 \quad (2)</math> và <math>\sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq ca+2b^2 \quad (3)</math></p>	0,25
	<p>Cộng vế theo vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) kết hợp <math>a^2+b^2+c^2=1</math> ta có <math>\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2+ab+bc+ca.</math></p> <p>Dấu “=” khi <math>a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}.</math></p>	0,25

- Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa