

Câu 1 (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $x^2 = 3x$

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức: $y = \left(\frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right)$ với $x > 0, x \neq 1$

2) Tìm m để hai đường thẳng $(d_1): y = 2x + 5, (d_2): y = (m + 1)x + 2m - 1$ cắt nhau tại một điểm có hoành độ là -1 .

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Sau hai năm dân số tỉnh A tăng từ 2 500 000 người lên 2 560 360 người. Hỏi tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh A là bao nhiêu phần trăm (biết trong hai năm tỉ lệ tăng dân số không thay đổi)?

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m = 0$ (m là tham số). Tìm số dương m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$.

Câu 4 (3,0 điểm).

1) Một học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng ten (có độ cao 150 m) nhìn thấy đỉnh tháp theo một góc nghiêng lên là 20° và khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1m. Tính khoảng cách từ học sinh đó đến tháp (làm tròn đến mét).

2) Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung nhỏ AC , sao cho $\widehat{AM} > \widehat{CM}$. Từ M hạ ME vuông góc với AC , MF vuông góc với BC . P là trung điểm của AB , Q là trung điểm của FE .

a) Chứng minh tứ giác $MECF$ nội tiếp.

b) Tia FE cắt AB tại N . Chứng minh: $\widehat{MNP} = 90^\circ$ và $PM^2 = PQ^2 + QM^2$

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho các số dương x, y, z thoả mãn $x + y + z = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \frac{1}{x+1} + \frac{4}{y+2} + \frac{9}{z+3}$

----- Hết -----

Ghi chú:

- Học sinh làm cách khác đúng cho điểm tối đa. Điểm tổng toàn bài không làm tròn.
- Ở câu hình, nếu học sinh vẽ hình không chính xác thì không cho điểm hình nhưng vẫn chấm điểm, học sinh vẽ sai hình thì không chấm điểm.
- Khi chấm các thầy cô cần linh hoạt, trân trọng sự cố gắng của học sinh. Nếu trong môi ô có một ít lỗi sai thì các thầy cô xem xét tổng thể cả câu để trừ điểm cho phù hợp, tránh trừ điểm quá nặng.

Câu 1 (2,0 điểm).

Ý	Nội dung	Điểm
1	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$	
	$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -5y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$	0,5
	Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (1; -1)$	0,25
2	Giải phương trình: $x^2 = 3x$	
	$x^2 = 3x \Leftrightarrow x(x - 3) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25
	Vậy PT đã cho có tập nghiệm $S = \{0; 3\}$	0,25

Câu 2 (2,0 điểm).

Ý	Nội dung	Điểm
1	Rút gọn: $y = \left(\frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right)$ $x > 0, x \neq 1$	
	$y = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} \right] \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right)$ $= \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} \right] \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} \right)$	0,25

	$= [x + \sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x} - 1] \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ $= (x - \sqrt{x}) \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ $= 2x$	0,25 0,25 0,25
2	Tìm m để hai đường thẳng (d₁): $y = 2x + 5$, (d₂): $y = (m + 1)x + 2m - 1$ cắt nhau tại một điểm có hoành độ là -1	
	(d ₁) cắt (d ₂) khi $m + 1 \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 1$	0,25
	(d ₁) cắt (d ₂) tại một điểm có hoành độ -1 khi Thay $x = -1$ vào hàm số $y = 2x + 5 \Rightarrow y = 3$	0,25
	Thay $x = -1, y = 3$ vào phương trình của (d ₂) ta được: $(m+1)(-1) + 2m - 1 = 3$ Giải ra ta được: $m = 5$	0,25
	Giá trị $m = 5$ thỏa mãn điều kiện Vậy $m = 5$ thỏa mãn đề bài	0,25

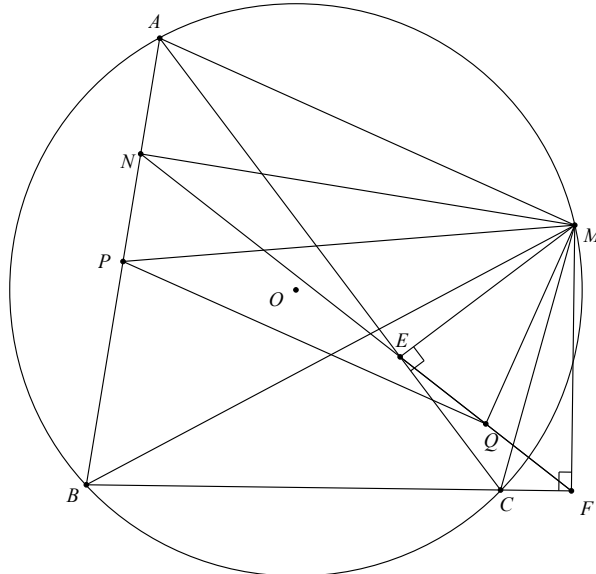
Câu 3 (2,0 điểm).

Ý	Nội dung	Điểm
	Sau hai năm dân số tỉnh A tăng từ 2 500 000 người lên 2 560 360 người. Hỏi tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh A là bao nhiêu phần trăm (biết trong hai năm tỉ lệ tăng dân số không thay đổi)?	
	Đặt $a = 2\,500\,000$ Gọi tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh A là x ($x > 0$) - Sau 1 năm dân số tỉnh A là : $a + a \cdot x = a(1 + x)$ (người)	0,25
	- Sau 2 năm dân số tỉnh A là $a(1 + x) + a(1 + x) \cdot x = a(1 + x)^2$ Theo bài ra ta có phương trình $2\,500\,000(1 + x)^2 = 2\,560\,360$	0,25
1	$\Leftrightarrow (1 + x)^2 = 1.024144$ $\Rightarrow 1 + x = 1,012$ $\Leftrightarrow x = 0,012$ $\Leftrightarrow x = 1,2\%$	0,25
	$x = 1,2\%$ thỏa mãn điều kiện Vậy tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh A là 1,2% Học sinh giải theo công thức nghiệm mà không đặt ĐK, không loại nghiệm trừ 0,25	0,25
2	2) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao	1,0

	cho $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$.	
	Phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ $\Delta' = (m-1)^2 + 2m = m^2 + 1 > 0$ với mọi m Suy ra phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m	0,25
	Theo định lí Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = -2m & (2) \end{cases}$	0,25
	Mặt khác theo đề bài $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m \Leftrightarrow x_1^2 + x_1 - x_2 = (2 - 2m) + 3$ $\Rightarrow x_1^2 + x_1 - x_2 = -x_1 - x_2 + 3 \Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 - 3 = 0$ Giải ra được $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_1 = -3 \end{cases}$	0,25
	Với $x_1 = 1 \Rightarrow x_2 = 2m - 3$ thay vào (2) ta được $m = \frac{3}{4}$ (thỏa mãn) Với $x_1 = -3 \Rightarrow x_2 = 2m + 1$ thay vào (2) ta được $m = \frac{-3}{4}$ (không thỏa mãn) Vậy $m = \frac{3}{4}$ thỏa mãn đề bài.	0,25

Câu 4 (3,0 điểm).

Ý	Nội dung	Điểm
1	<p>Một học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng ten (có độ cao 150m) nhìn thấy đỉnh tháp theo một góc nghiêng lên là 20° và khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1m. Tính khoảng cách từ học sinh đó đến tháp (làm tròn đến mét).</p> <p>The diagram shows a right-angled triangle ABC where B is the top of a 150m tower, A is the base of the tower, and C is the student's eye. A horizontal line AC is drawn. The angle of elevation from C to B is 20°. A right-angled triangle CDH is also shown where D is the student's feet, H is the base of the tower, and CH is the distance from the student to the tower. The height of the student's eye is 1m, so CH = 1m. Right angle symbols are shown at A and H.</p>	0,25

	Trên hình vẽ: Gọi BD là chiều cao của tháp ăng ten, C là vị trí mắt của học sinh, CH là khoảng cách từ mắt của học sinh đến mặt đất, A là hình chiếu của điểm C trên BD .	
	Ta có $ADHC$ là hình chữ nhật và $BD = 150(m); HC = 1(m) \Rightarrow AB = 149(m)$	0,25
	Khoảng cách từ học sinh đó đến tháp là độ dài đoạn thẳng AC Góc nghiêng lên là $\widehat{ACB} = 20^\circ$ Xét ΔABC vuông tại A có: $AC = AB \cdot \cot \widehat{ACB} = 149 \cdot \cot 20^\circ \approx 409(m)$ Vậy khoảng cách từ học sinh đó đến tháp khoảng 409m. <i>Nếu học sinh không làm tròn theo yêu cầu mà để số thập phân hoặc làm tròn sai thì trừ 0,25 điểm.</i>	0,5
2	Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung nhỏ AC , sao cho $\widehat{AM} > \widehat{CM}$. Từ M hạ ME vuông góc với AC , MF vuông góc với BC . P là trung điểm của AB , Q là trung điểm của FE . a) Chứng minh tứ giác $MECF$ nội tiếp. b) Tia FE cắt AB tại N Chứng minh: $\widehat{MNP} = 90^\circ$ và $PM^2 = PQ^2 + QM^2$	
		
	Vẽ hình đến phần a	0,25
a	$\widehat{MEC} = 90^\circ$ (ME vuông góc với AC)	0,25
	$\widehat{MFC} = 90^\circ$ (MF vuông góc với BC)	0,25
	$\widehat{MEC} + \widehat{MFC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	Suy ra tứ giác $MECF$ nội tiếp	0,25
b	Chứng minh được: $\widehat{NBM} = \widehat{NFM}$	0,25
	\Rightarrow tứ giác $BFMN$ nội tiếp	0,25
	Từ đó suy ra $\widehat{MNP} = 90^\circ$	0,25

$\Delta BMA \sim \Delta FME \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{EF}{EM} \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{EQ}{EM}$ <p>Mà $\widehat{PAM} = \widehat{QEM}$</p> <p>Suy ra $\Delta APM \sim \Delta EQM \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{NPM} = \widehat{NQM}$</p>	0,25
<p>Do đó tứ giác MNPQ nội tiếp. Suy ra $\widehat{PQM} = 90^\circ$</p> <p>Suy ra tam giác PQM vuông tại Q. Theo định lí Pi-ta-go ta có</p> $PM^2 = PQ^2 + QM^2$	0,25

Câu 5 (1,0 điểm).

<p>Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \frac{1}{x+1} + \frac{4}{y+2} + \frac{9}{z+3}$</p>	
<p>Xét bài toán 1:</p> <p>Cho x, y dương. Chứng minh rằng $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ (*)</p> <p>Thật vậy: Biến đổi tương đương BĐT(*) ta được $(ay - bx)^2 \geq 0$</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$.</p>	0,25
<p>Áp dụng bài toán 1 ta được: $\frac{1}{x+1} + \frac{4}{y+2} \geq \frac{(1+2)^2}{x+1+y+2} = \frac{9}{x+y+3}$</p>	0,25
<p>Suy ra $\frac{1}{x+1} + \frac{4}{y+2} + \frac{9}{z+3} \geq \frac{9}{x+y+3} + \frac{9}{z+3} \geq \frac{(3+3)^2}{x+y+z+6} = 4$ (vì $x+y+z=3$)</p>	0,25
<p>Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3} = \frac{x+y+z+6}{1+2+3} = \frac{3}{2}$</p> <p>Suy ra: $x = \frac{1}{2}, y = 1, z = \frac{3}{2}$</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là 4 khi $x = \frac{1}{2}, y = 1, z = \frac{3}{2}$</p>	0,25

----- Hết -----