

(Đề thi gồm 02 trang)

(Thời gian làm bài: 120 phút không kể giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho các biểu thức

$$A = \left(5\sqrt{2} - \frac{5}{4}\sqrt{32} + \sqrt{200} \right) : \sqrt{8}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{4}{4-x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-2} \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 4.$$

- 1) Rút gọn biểu thức A và B.
- 2) Tìm x để $\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên dương.

Bài 2. (1,5 điểm)

2.1. Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \frac{1}{y-3} = 5 \\ 3\sqrt{x} = 5 + \frac{1}{y-3} \end{cases} \quad \times$$

2.2. Một ô tô có bình chứa xăng đựng được nhiều nhất 40 lít xăng. Cứ chạy 100km thì ô tô tiêu thụ hết 5 lít xăng. Gọi y (lít) là số lít xăng còn lại trong bình sau khi xe chạy được quãng đường x(km).

- a) Lập công thức tính y theo x.
- b) Khi ô tô chạy từ TP HCM đến Đà Lạt quãng đường dài 300km thì số lít xăng trong bình còn bao nhiêu nếu lúc đầu bình đầy ?

Bài 3. (2,5 điểm)

3.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2x - k + 3$ (k là tham số) và parabol (P): $y = x^2$

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $k = 4$
- b) Tìm giá trị của k để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $x_1 x_2 (y_1 + y_2) = -6$

3.2. Bài toán có nội dung thực tế.

Hưởng ứng phong trào “*Vì biển đảo Trường Sa*” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo phục vụ quân dân trên đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu? (biết mỗi tàu chở số tấn hàng bằng nhau).

Bài 4. (0,75 điểm)

Ở hai quầy hàng A và B trong hội chợ, người ta bán cùng một loại kem lăn lượt được đựng trong hai loại hộp hình nón và hình trụ với đường kính đáy là 12cm, chiều cao là 18cm (*hình minh họa*). Giá tiền 1 hộp kem hình nón là 10 000 đồng, giá tiền một hộp kem hình trụ là 20 000 đồng. Hỏi bạn Hà nên mua kem ở quầy A hay quầy B để bạn có lợi hơn? Tại sao? (*lượng kem đựng trong hộp coi như đầy ngang bằng miệng hộp*)



(Hình ảnh minh họa)

Bài 5. (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), $AB < AC$. Đường cao BD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E (E khác B). Vẽ EF vuông góc với BC (F thuộc BC).

- a) Chứng minh: Tứ giác EDFC nội tiếp và $\hat{A}BE = \hat{DFE}$.
- b) Gọi G là giao điểm của AB và DF. Chứng minh tam giác EAG là tam giác vuông và tam giác ABE đồng dạng với tam giác DFE.
- c) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và DF. Chứng minh IJ vuông góc với JE.

Bài 6. (0,75 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:
$$P = \frac{yz\sqrt{x-1} + xz\sqrt{y-2} + xy\sqrt{z-3}}{xyz}$$

----- Hết -----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi 1:..... Cán bộ coi thi 2:.....

Bài	Nội dung cần đạt	Điểm
1 1,5điểm	a) $A = \left(5\sqrt{2} - \frac{5}{4}\sqrt{32} + \sqrt{200} \right) : \sqrt{8}$ $= (5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 10\sqrt{2}) : (2\sqrt{2})$ $= (10\sqrt{2}) : (2\sqrt{2}) = 5$	0,25 0,25
	$B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{4}{4-x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-2} \quad (x \geq 0; x \neq 4)$ $= \frac{(\sqrt{x}+1) \cdot (\sqrt{x}+2) + \sqrt{x}-2+4}{x-4} : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{x+3\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2+4}{x-4} : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{(\sqrt{x}+2)^2(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2) \cdot (\sqrt{x}+2)} = \sqrt{x}+2$	0,25 0,25
	b) Với $x \geq 0; x \neq 4$ $\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên dương $\Leftrightarrow \sqrt{x}+2=5$ hoặc $\sqrt{x}+2=1$ (vô lí) $\Leftrightarrow x=9$ (TM)	0,25
	$\Leftrightarrow x=9$ (TM) Vậy $x=9$ thì $\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên dương.	0,25
	2 1,5điểm	2.1 ĐK: $x \geq 0, y \geq 3$. $\begin{cases} 2\sqrt{x} + \frac{1}{y-3} = 5 \\ 3\sqrt{x} = 5 + \frac{1}{y-3} \end{cases} \hat{=} \begin{cases} 2\sqrt{x} + \frac{1}{y-3} = 5 \\ 3\sqrt{x} - \frac{1}{y-3} = 5 \end{cases}$
$\hat{=} \begin{cases} 5\sqrt{x} = 10 \\ 3\sqrt{x} - \frac{1}{y-3} = 5 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ \frac{1}{y-3} = 1 \end{cases}$	0,25	
$\hat{=} \begin{cases} x = 4 \\ y - 3 = 1 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = 4 \text{ (TM } x \geq 0) \\ y = 4 \text{ (TM } y \geq 3) \end{cases}$	0,25	

	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (4; 4)$.	
	2.2 a) 1 km tiêu thụ số lít xăng là : $5 : 100 = 0,05$ (lít)	0,25
	Công thức tính y theo x là : $y = 40 - 0,05.x$ (*)	0,25
	b) Thay $x = 300$ vào (*) $y = 40 - 0,05.300 = 20$ (lít) Vậy bình còn lại 20 lít xăng.	0,25
3 1,5điểm	3.1 a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 = 2x - k + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + k - 3 = 0$ Thay $k = 4$, phương trình trở thành $x^2 - 2x + 1 = 0$	0,25
	$\Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$ Với $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(1; 1)$ Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $k = 4$ là $A(1; 1)$	0,25
	b) Phương trình : $x^2 - 2x + k - 3 = 0$ (1) $\Delta = (-2)^2 - 4(k - 3) = 16 - 4k$ Đề (P) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $\Leftrightarrow 16 - 4k > 0 \Leftrightarrow k < 4$ Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = k - 3 \end{cases}$	0,25
	Ta có: $x_1 x_2 (y_1 + y_2) = -6$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2) = -6 \Leftrightarrow x_1 x_2 [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] = -6$ $\Leftrightarrow (k - 3) [4 - 2(k - 3)] = -6$ $\Leftrightarrow (k - 3) (10 - 2k) = -6$ $\Leftrightarrow 10k - 30 + 6k - 2k^2 = -6$ $\Leftrightarrow k^2 - 8k + 12 = 0$	0,25
	Giải phương trình ta được $k_1 = 2$; $k_2 = 6$	0,25
	Đối chiếu điều kiện Vậy $k = 2$	0,25
	3.2 Gọi số tàu dự định của đội tàu là x (chiếc) ($x \in \mathbb{N}^*$)	0,25
Số tàu thực tế của đội tàu là $x + 1$ (chiếc) Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo dự định: $\frac{280}{x}$ (tấn) Số tấn hàng trên mỗi chiếc thực tế: $\frac{286}{x+1}$ (tấn)	0,25	

	<p>Theo đề bài ta có pt: $\frac{280}{x} - \frac{286}{x+1} = 2$ $\Rightarrow 280(x+1) - 286x = 2x(x+1)$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 140 = 0$</p>	
	<p>$\Delta' = 2^2 + 140 = 144 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = 10$; $x_2 = -14$</p>	0,25
	<p>Ta có $x_1 = 10$ (TMĐK) $x_2 = -14$ (KTMĐK) Vậy số tàu dự định của đội tàu là 10 chiếc.</p>	0,25
<p>4 0,75 điểm</p>	<p>Thể tích hộp hình nón là :</p> $V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (12:2)^2 \cdot 18 = 216\pi \text{ (mm}^3\text{)}$	0,25
	<p>Thể tích hộp hình trụ là :</p> $V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (12:2)^2 \cdot 18 = 648\pi \text{ (mm}^3\text{)}$	0,25
	<p>$V_2 = 3 \cdot V_1$. Suy ra lượng kem trong hộp hình trụ nhiều gấp 3 lần lượng kem trong hộp hình nón. Mà giá tiền 1 hộp hình trụ chỉ nhiều gấp đôi giá tiền hộp hình nón. Vậy bạn Hà nên mua kem ở cửa hàng B để có lợi hơn.</p>	0,25
<p>5 3điểm</p>		0,25
	<p>Vẽ đúng hình</p>	
	<p>a/ Ta có $EDC = 90^\circ$ ($BD \perp AC$); $EFC = 90^\circ$ ($EF \perp BC$)</p>	0,25
	<p>Xét tứ giác EDFC có $EFC = EDC = 90^\circ$ suy ra tứ giác EDFC nội tiếp</p>	0,25
	<p>$ABE = ACE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AE)</p>	0,25
	<p>Tứ giác DECF nội tiếp $\Rightarrow DCE = DFE$ hay $ACE = DFE$ $\Rightarrow ABE = DFE$</p>	0,25
	<p>b/ Ta có $ABE = DFE$ hay $GBE = GFE$ \Rightarrow Tứ giác BGEF nội tiếp</p>	0,25
<p>$\Rightarrow BGE + BFE = 180^\circ$ Mà $BFE = 90^\circ \Rightarrow BGE = 90^\circ \Rightarrow$ Tam giác EAG vuông tại G</p>	0,25	

	<p>Xét tam giác ABE và tam giác DFE có $ABE = DFE$ (CMT) $BAE = FDE$ (cùng bù BCE) Suy ra $\Delta ABE \sim \Delta DFE$ (g -g)</p>	0,25 0,25
	$c/ \Delta ABE \sim \Delta DFE \Rightarrow \frac{AB}{DF} = \frac{AE}{DE} = \frac{2.AI}{2.DJ}$ hay $\frac{AI}{DJ} = \frac{AE}{DE}$	0,25
	<p>Xét ΔAIE và ΔDJE có : $IAE = EDJ$ (Do $BAE = EDF$); $\frac{AI}{DJ} = \frac{AE}{DE}$ $\Rightarrow \Delta AIE \sim \Delta DJE$ (c - g - c) $\Rightarrow AIE = DJE$.</p>	0,25
	<p>\Rightarrow Tứ giác $G I J E$ nội tiếp $\Rightarrow IGE + EIJ = 180^\circ$ Mà $IGE = 90^\circ \Rightarrow IJE = 90^\circ$ Vậy $IJ \perp JE$.</p>	0,25
5 0,75 điểm	<p>Điều kiện xác định $x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3$. $P = \frac{yz\sqrt{x-1} + xz\sqrt{y-2} + xy\sqrt{z-3}}{xyz} = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y} + \frac{\sqrt{z-3}}{z}$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có: $x = 1 + (x - 1) \geq 2\sqrt{x - 1} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x - 1}}{x} \leq \frac{1}{2}$.</p>	0,25
	$y = 2 + (y - 2) \geq 2\sqrt{2(y - 2)} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y - 2}}{y} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ $z = 3 + (z - 3) \geq 2\sqrt{3(z - 3)} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{z - 3}}{z} \leq \frac{1}{2\sqrt{3}}$ <p>Suy ra $P \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$</p>	0,25
	<p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \\ y - 2 = 2 \\ z - 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(TM) \\ y = 4(TM) \\ z = 6(TM) \end{cases}$</p> <p>Vậy $P_{max} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 6 \end{cases}$</p>	0,25

Chú ý:

- Trên đây chỉ trình bày tóm tắt một cách giải, nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó trong biểu điểm.
- Thí sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.

- Trong một câu, nếu thí sinh làm phần trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm
- Bài hình học, thí sinh vẽ hình sai thì không chấm điểm. Thí sinh không vẽ hình mà làm vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.
- Bài có nhiều ý liên quan với nhau, nếu thí sinh công nhận ý trên để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì chấm điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.