ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024
Môn: Toán, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 101

Họ và tên:………………………………………………………..........SBD:………………......

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} \le 27$ là

A. $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=x^4+3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^5+x^3+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3+6x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{5}x^5+x^3+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^4}{4}+x^3+C$.

Câu 3. Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{4}f(x)+3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 13.

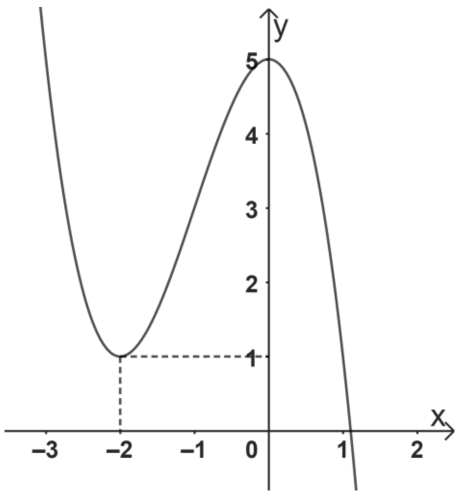
Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=\frac{1}{2}$ và công bội $q=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** 8. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 2.

Câu 5. Cho khối trụ có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối trụ bằng

A. 16π. **B.** 96π. **C.** 56π. **D.** 48π.

Câu 6. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $5f(x)-6=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên ¡ ?

A. $y=3^x$. **B.** $y=(0,3)^x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 8. Cho số phức $z=5-2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

A. -2 **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Câu 9. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $3V$. **C.** $2V$. **D.** V.

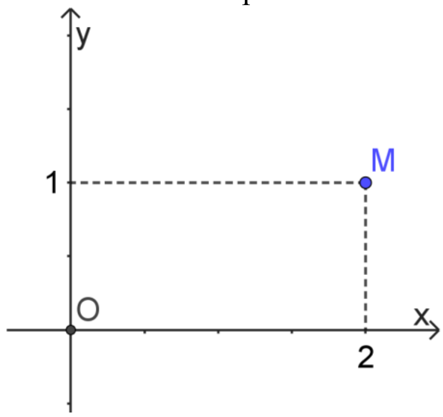
Câu 10. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=10a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $20a^3$. **B.** $\frac{20}{3}a^3$. **C.** $\frac{20}{3}a^2$. **D.** $10a^3$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x-3}{2x+1}$ có phương trình là

A. $y=-3$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

Câu 12. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức z.



Phần thực của số phức $\overline{z}$ là

A. 2. **B.** -1. **C.** $2i$. **D.** -2.

Câu 13. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **B.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln b-\ln a$. **C.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\left(4x^2-x+1\right)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x=1$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là

A. $I(-1;-2;-3)$. **B.** $I(1;-2;3)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(1;2;3)$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5(x+3)$ là

A. $y'=\frac{1}{\ln 5}$. **B.** $y'=\frac{1}{(x+3)\ln 5}$. **C.** $y'=\frac{1}{x+3}$. **D.** $y'=\frac{x+3}{\ln 2}$.

Câu 18. Lớp 12A có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh tùy ý của lớp 12A để tham gia 1 trò chơi?

A. 6545. **B.** 39270. **C.** 35^3. **D.** 102.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π. **B.** 6π. **C.** 36π **D.** 18π.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{x}=(2;-1;3)$ và $\vec{y}=(4;2;-5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}=3\vec{x}+\vec{y}$ là

A. $\vec{a}=(10;-1;4)$. **B.** $\vec{a}=(6;1;-2)$. **C.** $\vec{a}=(10;1;-4)$. **D.** $\vec{a}=(14;5;-12)$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=1+5i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** -8. **D.** 1.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) \le \log_3 2$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (SCD) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 24. Nếu $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_{-2}^{4} f(t)\mathrm{d}t = -6$ thì $\int_{1}^{4} f(u)\mathrm{d}u$ bằng

A. $I = -9$. **B.** $I = 9$. **C.** $I = -3$. **D.** $I = 3$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) // (Oyz)$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1;0;1)$. **B.** $\vec{n} = (0;1;0)$. **C.** $\vec{n} = (0;0;1)$. **D.** $\vec{n} = (1;0;0)$.

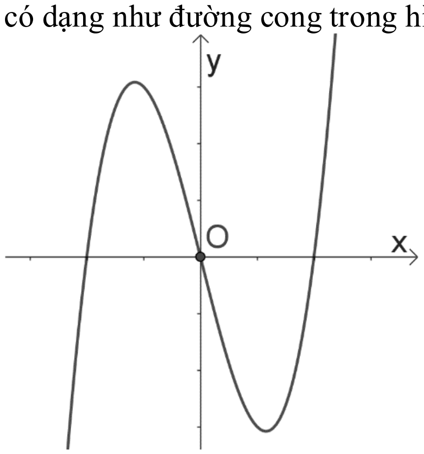
Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Câu 28. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $4a^3$ và cạnh đáy bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $3a\sqrt{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $4a\sqrt{3}$.

Câu 29. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = -x^3 + 4x$. **B.** $y = x^3 - 4x$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(2) < f(-3)$. **B.** $f\left(\frac{7}{2}\right) > f(2)$. **C.** $f(0) > f(2)$. **D.** $f\left(\frac{1}{2}\right) > f(2)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và đi qua điểm $A(2;0;1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên ¡ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Cho số phức $z=1+2i$, môđun của số phức $(2+3i)(\overline{z}-1)$ bằng

A. $3\sqrt{13}$. **B.** $4\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 34. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc chỉ trả lời sai. Nếu 1 ý trả lời đúng đáp án thì được 0,1 điểm, đúng đáp án 2 ý được 0,25 điểm, đúng đáp án 3 ý được 0,5 điểm và đúng đáp án cả 4 ý được 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Tính xác suất để học sinh đó được 1 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

A. $\frac{17}{256}$. **B.** $\frac{1}{16}$. **C.** $\frac{1}{128}$. **D.** $\frac{9}{128}$.

Câu 35. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+4x$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 36. Cho $b>0$ và $a>0$, $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(a^{-2023}.b^{2024}\right)$ bằng

A. $\frac{2023}{2}$. **B.** $\frac{2025}{2}$. **C.** $\frac{2027}{2}$. **D.** 1013.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} x^3 \text{ khi } x<1 \\ 2x-1 \text{ khi } x\geq 1 \end{cases}$. Khi đó $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{7}{4}$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng $d':\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+1}{3}$ là

A. $\frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-5}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta:\frac{x}{5}=\frac{y+4}{7}=\frac{z}{2}$ và đi qua hai điểm $M(1;0;2)$, $N(5;-1;-1)$. Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng nào dưới đây?

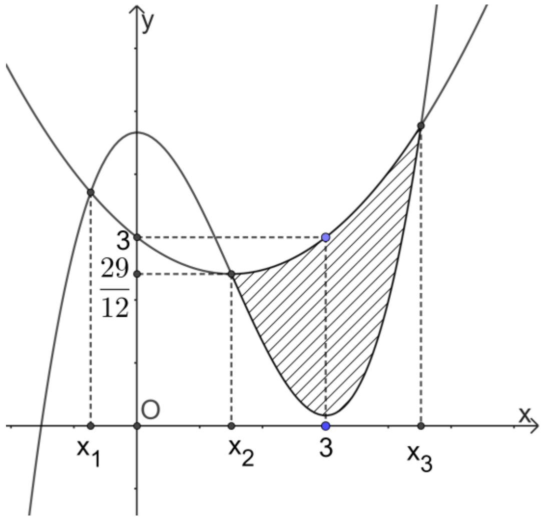
A. $(R): 2x+2y-z+1=0$. **B.** $(\alpha): 2x+2y-z-1=0$.

C. $(\beta): 2x+2y-z+3=0$. **D.** $(P): 2x+2y-z-14=0$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-1}{3}x^3-mx^2+(m^2-9)x+3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực đại?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc hai $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_1x_2x_3=-5$. Diện tích miền tô đậm nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{9}{2};5\right)$. **B.** $\left(\dfrac{11}{2};6\right)$. **C.** $\left(5;\dfrac{11}{2}\right)$. **D.** $\left(6;\dfrac{13}{2}\right)$.

Câu 42. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=AB'=AC'$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ là $\dfrac{3a\sqrt{2}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-mz+10=0$, (với m là tham số). Biết phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2. Các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, $\dfrac{1}{z_1}$, $\dfrac{1}{z_2}$ tạo thành một đa giác lồi có diện tích lớn nhất bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** $\dfrac{49}{10}$. **D.** $\dfrac{99}{20}$.

Câu 44. Cho số phức w thỏa mãn $|2w-2-i|=|2w-6+i|$ và hai số phức z_1, z_2 cùng thỏa mãn $\left|z^2-(\overline{z})^2\right|=4$, z_1 có phần thực, phần ảo là các số âm, z_2 có phần thực, phần ảo là các số dương và $|z_2-z_1|$ bé nhất. Giá trị nhỏ nhất của $|w-z_1|+|w-z_2|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left[4;\dfrac{9}{2}\right)$. **B.** $\left[\dfrac{11}{2};6\right)$. **C.** $\left[\dfrac{9}{2};5\right)$. **D.** $\left[5;\dfrac{11}{2}\right)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $M(5;8;3), Q(-2;-1;-4)$ và hai đường thẳng lần lượt có phương trình: $\Delta_1:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=3\end{cases}$; $\Delta_2:\begin{cases}x=-5\\y=3\\z=-t'\end{cases}$. Biết điểm N di động trên đường thẳng Δ_1 và điểm P di động trên đường thẳng Δ_2. Giá trị nhỏ nhất của $T=MN+NP+PQ$ là

A. $\sqrt{459}$. **B.** $\sqrt{179}$. **C.** $\sqrt{369}$. **D.** $\sqrt{289}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên $x\in[2024;7000]$ là nghiệm bất phương trình sau:

$$\log_{0,3}\left(\log_6\left(\frac{\log_3^2 x-9\log_3 x+80}{\log_3 x+4}\right)\right)<0\ ?$$

A. 601. **B.** 602. **C.** 600. **D.** 603.

Câu 47. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB=2$, $AD=8$ và $BC=x$ với $0<x<8$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng BC và AD. Tìm x để $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$.

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn các điều kiện: $f(1)=0$ và $\left(2x^2-x f'(x)-1\right).e^{x^2}=x^2.e^{x+f(x)}$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(4)=a+b\ln 2\ (a,b\in ¢)$. Giá trị $a-b$ bằng

A. 12. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 15.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện sau:

$$6^x+9^y.\sqrt{\log_2\left(2x^4+4x^2y-16+2y^2\right)-\log_2^2\left(x^2+y\right)}=3\log_6\left(x^2+5x+y-3\right)+2x+1\ ?$$

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=2023x^3+2024x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $f\left(\left|x^2+mx+3-m\right|\right)+f\left(-2x^2-x-3\right)<0$ nghiệm đúng với $\forall x\in(1;+\infty)$.

A. 25. **B.** 22. **C.** 24. **D.** 23.

-------------- HẾT --------------

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	$-$	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f\left(\frac{7}{2}\right)>f(2)$. **B.** $f(0)>f(2)$. **C.** $f\left(\frac{1}{2}\right)>f(2)$. **D.** $f(2)<f(-3)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)=a(x-1)(x-3)=a\left(x^2-4x+3\right),\ a>0$.

$\int_2^{\frac{7}{2}} f'(x)\mathrm{d}x=f\left(\frac{7}{2}\right)-f(2)=\frac{-3}{8}a<0\Rightarrow f(2)>f\left(\frac{7}{2}\right)$ => phương án A sai.

$\int_2^{0} f'(x)\mathrm{d}x=f(0)-f(2)=\frac{-2}{3}a<0\Rightarrow f(2)>f(0)$ => phương án B sai.

$\int_2^{\frac{1}{2}} f'(x)\mathrm{d}x=f\left(\frac{1}{2}\right)-f(2)=\frac{3}{8}a>0\Rightarrow f(2)<f\left(\frac{1}{2}\right)$ => **Phương án C đúng.**

$\int_2^{-3} f'(x)\mathrm{d}x=f(-3)-f(2)=\frac{-110}{3}a<0\Rightarrow f(2)>f(-3)$ => phương án D sai.

Câu 37. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc chỉ trả lời sai. Nếu 1 ý trả lời đúng đáp án thì được 0,1 điểm, đúng 2 ý được 0,25 điểm, đúng 3 ý được 0,5 điểm và đúng cả 4 ý được 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Tính xác suất để học sinh đó được 1 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{1}{128}$. **C.** $\frac{9}{128}$. **D.** $\frac{17}{256}$.

Lời giải

Số phần tử KG mẫu là $n(\Omega)=2^8=256$.

Để đạt 1 điểm sẽ có các trường hợp sau xảy ra:

TH1. Đúng cả 4 ý của 1 câu hỏi và sai cả 4 ý câu hỏi còn lại hoặc ngược lại.

TH2. Mỗi câu hỏi đúng 3 ý và sai 1 ý.

Gọi A là biến cố HS đó được 1 điểm khi đó ta có $n(A)=2.C_4^4.C_4^0+C_4^3.C_4^3=18$.

Vậy xác suất để HS đó được 1 điểm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{18}{256}=\frac{9}{128}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^3 \text{ khi } x<1\\ 2x-1 \text{ khi } x\ge 1\end{cases}$. Khi đó $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{7}{4}$.

Lời giải

$$\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1} x^3\mathrm{d}x+\int_1^2(2x-1)\mathrm{d}x=-\frac{7}{4}$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên $x\in[2024;7000]$ là nghiệm bất phương trình sau:

$\log_{0,3}\left(\log_6\left(\dfrac{\log_3^2 x-9\log_3 x+80}{\log_3 x+4}\right)\right)<0$?

A. 601. **B.** 602. **C.** 600. **D.** 603.

Lời giải

Vì yêu cầu đề bài là $x\in[2024;7000]$, khi đó $\log_3 x+4>0$.

$\log_{0,3}\left(\log_6\dfrac{\log_3^2 x-9\log_3 x+80}{\log_3 x+4}\right)<0\Leftrightarrow \log_6\dfrac{\log_3^2 x-9\log_3 x+80}{\log_3 x+4}>1\Leftrightarrow \dfrac{\log_3^2 x-9\log_3 x+80}{\log_3 x+4}>6$

$\Leftrightarrow \dfrac{\log_3^2 x-15\log_3 x+56}{4+\log_3 x}>0\Leftrightarrow(\log_3 x-7)(\log_3 x-8)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x>8\\ \log_3 x<7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3^8\\ 0<x<3^7\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện $x\in[2024;7000]$ ta có $x\in[2024;2187)\cup(6561;7000]$.

Do đó số nghiệm nguyên của BPT là $2187-2024+7000-6561=602$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-1}{3}x^3-mx^2+(m^2-9)x+3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực đại?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

$f(x)=\dfrac{-1}{3}x^3-mx^2+(m^2-9)x+3\Rightarrow f'(x)=-x^2-2mx+m^2-9$.

Hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực đại có 2 trường hợp xảy ra.

TH1. $f'(x)\le 0,\ \forall x\in\mathbf{R}\Leftrightarrow\Delta'\le 0\Leftrightarrow 2m^2-9\le 0\Leftrightarrow-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\le m\le\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

TH2. $f'(x)=0$ có hai nghiệm không dương phân biệt. Điều kiện là

$$\begin{cases}\Delta'>0\\ S<0\\ P\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2>9\\ -m<0\\ 9-m^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{3\sqrt{2}}{2}<m\le 3.$$

Do đó $m\in\{-2;-1;0;1;2;3\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 41. Cho số phức w thỏa mãn $|2w-2-i|=|2w-6+i|$ và hai số phức z_1, z_2 cùng thỏa mãn $\left|z^2-(\overline{z})^2\right|=4$, z_1 có phần thực, phần ảo là các số âm, z_2 có phần thực, phần ảo là các số dương và $|z_2-z_1|$ bé nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $|w-z_1|+|w-z_2|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left[4;\dfrac{9}{2}\right)$. **B.** $\left[\dfrac{11}{2};6\right)$. **C.** $\left[\dfrac{9}{2};5\right)$. **D.** $\left[5;\dfrac{11}{2}\right)$.

Lời giải

Giả sử $w=x+yi\ (x,y\in\mathbf{R})$,

$|2w-2-i|=|2w-6+i|\Leftrightarrow(2x-2)^2+(2y-1)^2=(2x-6)^2+(2y+1)^2\Leftrightarrow y=2x-4$. Do đó w có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng $\Delta: y=2x-4$.

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbf{R})$, $\left|z^2-\left(\overline{z}\right)^2\right|=4\Leftrightarrow|xy|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\dfrac{1}{x}\\ y=\dfrac{-1}{x}\end{array}\right.$. Vì z_1 có phần thực, phần ảo là các số âm, z_2 có phần thực, phần ảo là các số dương nên chúng có các điểm biểu diễn là M, N cùng thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$. Giả sử $M\left(a;\dfrac{1}{a}\right);N\left(-b;\dfrac{1}{-b}\right)\ (a,b>0)$. Khi đó

$$|z_1-z_2|=\sqrt{(a+b)^2+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2}\geq\sqrt{4ab+\frac{4}{ab}}\geq\sqrt{8}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M(1;1);N(-1;-1)$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $MP+NP$ với $P(x;2x-4)\in\Delta$.Ta có

$$MP+NP=\sqrt{(x-1)^2+(2x-5)^2}+\sqrt{(x+1)^2+(2x-3)^2}=\sqrt{5x^2-22x+26}+\sqrt{5x^2-10x+10}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt{5}x-\frac{11}{\sqrt{5}}\right)^2+\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-\sqrt{5}x\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2}\geq\sqrt{\left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2+\left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2}=2\sqrt{5}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{\sqrt{5}x-\dfrac{11}{\sqrt{5}}}{\dfrac{3}{\sqrt{5}}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{5}x}{\sqrt{5}}>0\Leftrightarrow x=\dfrac{7}{4}\Rightarrow P\left(\dfrac{7}{4};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{5}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z}{2}$ và đi qua hai điểm $M(1;0;2)$, $N(5;-1;-1)$. Khi đó (S) tiếp xúc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(P):2x+2y-z-14=0$.
B. $(R):2x+2y-z+1=0$.
C. $(\alpha):2x+2y-z-1=0$.
D. $(\beta):2x+2y-z+3=0$.

Lời giải

$I\in\Delta\Rightarrow I(5t;-4+7t;2t)$;

Ta có $IM^2=IN^2\Leftrightarrow(5t-1)^2+(7t-4)^2+(2t-2)^2=(5t-5)^2+(-3+7t)^2+(2t+1)^2\Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow I(5;3;2), R=IM=5$.

$d(I;(R))=5=R\Rightarrow(S)$ tiếp xúc với $(R):2x+2y-z+1=0$;

Câu 43. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện sau:

$$6^x+9^y.\sqrt{\log_2\left(2x^4+4x^2y-16+2y^2\right)-\log_2^2\left(x^2+y\right)}=3\log_6\left(x^2+5x+y-3\right)+2x+1$$

A. 2.
B. 6.
C. 4.
D. 8.

Lời giải

ĐK: $\log_2\left(2x^4+4x^2y-16+2y^2\right)-\log_2^2\left(x^2+y\right)\geq0\Leftrightarrow\log_2\left[2\left(x^2+y\right)^2-16\right]\geq\log_2^2\left(x^2+y\right)$ (*)

Đặt $t=\log_2\left(x^2+y\right)$, ta có $x^2+y=2^t$.

Áp dụng BĐT Cô-si ta có $2^{t^2}+16\geq2\sqrt{2^{t^2+4}}=2.2^{\frac{t^2+4}{2}}\geq2.2^{2t}\Rightarrow2^{t^2}\geq2.2^{2t}-16$

$\Rightarrow t^2\geq\log_2\left(2.2^{2t}-16\right)$. Hay $\log_2^2\left(x^2+y\right)\geq\log_2\left[2\left(x^2+y\right)^2-16\right]$. Do đó từ (*) suy ra:

$x^2+y=4\Leftrightarrow y=4-x^2$. Khi đó PT đã cho trở thành: $6^x=3\log_6(5x+1)+2x+1$

$\Leftrightarrow6^x+3x=6^{\log_6(5x+1)}+3\log_6(5x+1)\Leftrightarrow x-\log_6(5x+1)=0$.

Xét hàm số $f(x)=x-\log_6(5x+1)\Rightarrow f'(x)=1-\dfrac{5}{(5x+1)\ln 6}$; $f''(x)=\dfrac{25}{(5x+1)^2\ln 6}>0,\forall x>-\dfrac{1}{5}$

Nên $f'(x)$ liên tục và đồng biến trên $\left(-\dfrac{1}{5};+\infty\right)$; $f'(0)=1-\dfrac{5}{\ln 6}<0$; $f'(1)=\dfrac{25}{\ln 6}>0$ nên tồn tại $x_0\in(0;1): f'(x_0)=0$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(x_0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{5};x_0\right)$.

Dễ thấy PT $f(x)=0$ có duy nhất nghiệm $x=0$ trên $\left(-\dfrac{1}{5};x_0\right)$ và trên $(x_0;+\infty)$ PT cũng có duy nhất nghiệm $x=1$.

Vậy $(x;y)=(0;4)$; $(x;y)=(1;3)$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $M(5;8;3), Q(-2;-1;-4)$ và hai đường thẳng lần lượt có phương trình: $\Delta_1:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=3\end{cases}$; $\Delta_2:\begin{cases}x=-5\\y=3\\z=-t'\end{cases}$. Biết điểm N di động trên đường thẳng Δ_1 và điểm P di động trên đường thẳng Δ_2. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $T=MN+NP+PQ$ là

A. $\sqrt{289}$. **B.** $\sqrt{459}$. **C.** $\sqrt{179}$. **D.** $\sqrt{369}$.

Lời giải

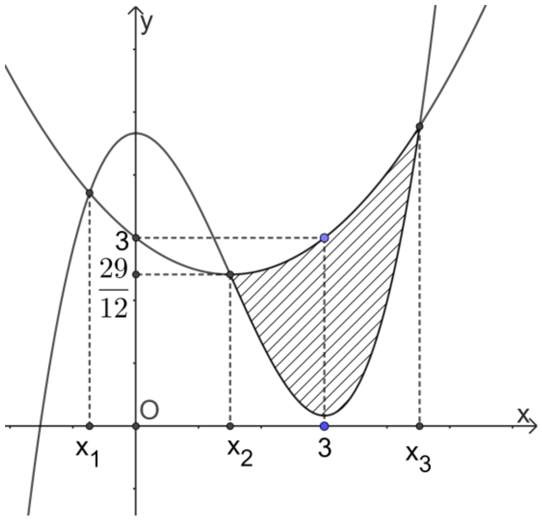
$N\in\Delta_1\Rightarrow N(t;3;3)$; $P\in\Delta_2\Rightarrow P(-5;3;-t')$. Ta có:

$$MN+NP+PQ=\sqrt{(t-5)^2+(-5)^2}+\sqrt{(-t-5)^2+(-t'-3)^2}+\sqrt{(-5)^2+(t'-4)^2}$$

$$\geq\sqrt{\left[(t-5)+(-t-5)-5\right]^2+\left[-5-(t'+3)-(4-t')\right]^2}=\sqrt{369}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{t-5}{-5}=\dfrac{-t-5}{-(t'+3)}=\dfrac{-5}{-(4-t')}>0\Rightarrow\begin{cases}t=-\dfrac{5}{4}\\t'=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}N\left(-\dfrac{5}{4};3;3\right)\\P(-5;3;0)\end{cases}$

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc hai $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_1x_2x_3=-5$. Diện tích miền tô đậm nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{11}{2};6\right)$. **B.** $\left(5;\frac{11}{2}\right)$. **C.** $\left(6;\frac{13}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{2};5\right)$.

Lời giải

Ta có: $g(x)=ax^2+bx+c$. Vì Parabol đối xứng qua trục nên điểm $I\left(\frac{3}{2},\frac{29}{12}\right)$ và đi qua điểm $(0;3)$ nên ta có hpt

$$\begin{cases} c=3 \\ 3a+b=0 \\ \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b=-\frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{27} \\ b=\frac{-7}{9} \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow g(x)=\frac{7}{27}x^2-\frac{7}{9}x+3.$$

Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x=0,x=3 \Rightarrow f'(x)=k\left(x^2-3x\right) \Rightarrow f(x)=k\left(\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}\right)+m$

Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua $I\left(\frac{3}{2},\frac{29}{12}\right)$ nên $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{29}{12} \Leftrightarrow \frac{29}{12}=-\frac{9}{4}k+m,(1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow k\left(\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}\right)+m=\frac{7}{27}x^2-\frac{7}{9}x+3$$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{3}x^3-\left(\frac{3k}{2}+\frac{7}{27}\right)x^2+\frac{7}{9}x+m-3=0$$

Theo định lý viet ta có: $x_1x_2x_3=-5 \Leftrightarrow -\frac{m-3}{\frac{k}{3}}=-5 \Rightarrow 5k-3m=-9,(2)$

Từ $(1),(2)$: $k=1,m=\frac{14}{3} \Rightarrow f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{14}{3}$.

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3-\frac{95}{54}x^2+\frac{7}{9}x+\frac{5}{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{17-\sqrt{559}}{9} \\ x=\frac{3}{2} \\ x=\frac{17+\sqrt{559}}{9} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow S=\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{17+\sqrt{559}}{9}}\left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{95}{54}x^2-\frac{7}{9}x-\frac{5}{3}\right)dx \approx 5,709$$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $f(1)=0$ và $\left(2x^2-xf'(x)-1\right).e^{x^2}=x^2.e^{x+f(x)}$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(4)=a+b\ln 2$ $(a,b\in ¢)$. Giá trị $a-b$ bằng

A. 12. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 15.

Lời giải

Ta có:

$(2x^2 - xf'(x) - 1).e^{x^2} = x^2.e^{x+f(x)} \Leftrightarrow \dfrac{2x^2 - xf'(x) - 1}{x^2}.e^{x^2 - f(x)} = e^x$

$\Leftrightarrow \dfrac{x\left(2x - f'(x)\right).e^{x^2-f(x)} - x'.e^{x^2-f(x)}}{x^2} = e^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{e^{x^2-f(x)}}{x}\right)' = e^x$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được:

$\dfrac{e^{x^2-f(x)}}{x} = \int e^x dx = e^x + C$

Cho $x = 1 \Rightarrow \dfrac{e^{1-f(1)}}{1} = e^1 + C \Rightarrow C = 0$.

Suy ra

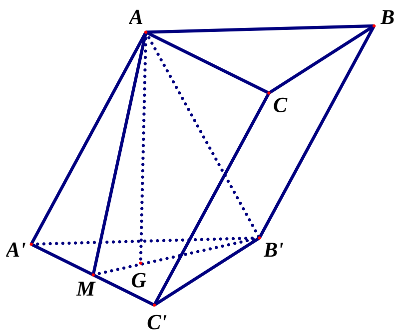
$\dfrac{e^{x^2-f(x)}}{x} = e^x \Rightarrow e^{x^2-f(x)} = x.e^x \Rightarrow x^2 - f(x) = x + \ln x \Rightarrow f(x) = x^2 - x - \ln x$

$\Rightarrow f(4) = 12 - 2\ln 2 \Rightarrow a - b = 12 - (-2) = 14$

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA' = AB' = AC'$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ là $\dfrac{3a\sqrt{2}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Lời giải



$\Delta A'B'C'$ đều cạnh a nên $B'M = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \dfrac{1}{3}B'M = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

Gọi G là trọng tâm $\Delta A'B'C'$. Vì $AA' = AB' = AC'$ nên $AG \perp (A'B'C')$.

Ta có

$d(B; ACC'A') = d(B'; ACC'A') = 3d(G; ACC'A') = 3GK = 3.\dfrac{GM.AG}{\sqrt{GM^2 + AG^2}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3a\sqrt{2}}{5} = 3.\dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.AG}{\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + AG^2}} \Leftrightarrow AG = a\sqrt{2}$

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AG = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 48. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - mz + 10 = 0$, (với m là tham số). Biết phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2. Các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, $\frac{1}{z_1}$, $\frac{1}{z_2}$ tạo thành một đa giác lồi có diện tích lớn nhất bằng

A. $\frac{99}{20}$. **B.** 5. **C.** $\frac{49}{10}$. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện để các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, $\frac{1}{z_1}$, $\frac{1}{z_2}$ tạo thành một đa giác lồi là: $\begin{cases} m^2 - 40 < 0 \\ m \neq 0 \end{cases}$

Gọi $z_1 = a + bi\ (a \neq 0; b \neq 0) \Rightarrow z_2 = \overline{z_1} = a - bi$

Ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = m = 2a \\ z_1.z_2 = |z_1|^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{m}{2} \\ b^2 = 10 - \frac{m^2}{4} \end{cases}$

Mặt khác, $\frac{1}{z_2} = \frac{z_1}{10} = \frac{a}{10} + \frac{b}{10}i$; $\frac{1}{z_1} = \frac{z_2}{10} = \frac{a}{10} - \frac{b}{10}i$

Gọi các điểm biểu diễn các số phức $z_1, z_2, \frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}$ lần lượt là $A(a;b); B(a;-b); C\left(\frac{a}{10};-\frac{b}{10}\right); D\left(\frac{a}{10};\frac{b}{10}\right)$

Diện tích đa giác lồi cần tính là $S_{ABCD} = \frac{2|b| + 2\left|\frac{b}{10}\right|}{2}.\left|a - \frac{a}{10}\right| = \frac{99}{100}.|a||b| = \frac{99}{100}.\frac{1}{2}|m|\sqrt{10 - \frac{m^2}{4}}$

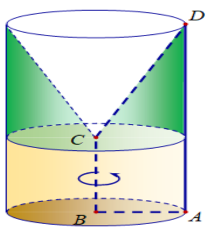
$= \frac{99}{100}.\frac{1}{4}.\sqrt{m^2(40 - m^2)} \leq \frac{99}{400}.\frac{1}{2}(m^2 + 40 - m^2) = \frac{99}{20}$.

Đẳng thức xảy ra khi $m^2 = 40 - m^2 \to m = \pm 2\sqrt{5}$.

Câu 49. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB = 2$, $AD = 8$ và $BC = x$ với $0 < x < 8$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng BC và AD. Tìm x để $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

A. $x = 2$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

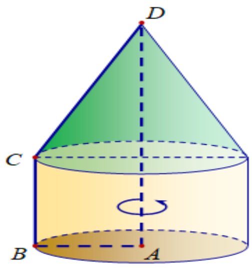
Lời giải



• Khi quay hình thang $ABCD$ (kể các điểm trong) quanh đường thẳng BC ta được khối tròn xoay có thể tích là

$V_1 = V_3 - V_4 = 32\pi - \frac{1}{3}\pi.2^2(8 - x) = \frac{4}{3}\pi(16 + x)$.

Trong đó, V_3 là thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 8 ; V_4 là thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $8 - x$.



• Khi quay hình thang $ABCD$ (kể các điểm trong) quanh đường thẳng AD ta được khối tròn xoay có thể tích là

$$V_2 = V_5 + V_4 = 4\pi x + \frac{1}{3}\pi.4.(8-x) = \frac{4}{3}\pi(8+2x).$$

Trong đó, V_5 là thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng x.

Theo giả thiết ta có: $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \dfrac{16+x}{8+2x} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 32 + 2x = 24 + 6x \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = 2023x^3 + 2024x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $f\left(\left|x^2 + mx + 3 - m\right|\right) + f\left(-2x^2 - x - 3\right) < 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in (1;+\infty)$.

A. 23. **B.** 22. **C.** 24. **D.** 25.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 6069x^2 + 2024 > 0 \, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ giả thiết suy ra $f\left(\left|x^2 + mx + 3 - m\right|\right) < -f\left(-2x^2 - x - 3\right) = f\left(2x^2 + x + 3\right)$

(do $f(x) = 2023x^3 + 2024x$ là hàm số lẻ)

$$\Leftrightarrow \left|x^2 + mx + 3 - m\right| < 2x^2 + x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 3 - m < 2x^2 + x + 3 \\ x^2 + mx + 3 - m > -2x^2 - x - 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m(x-1) < x^2 + x \\ m(x-1) > -3x^2 - x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{x^2 + x}{x-1} = g(x) \\ m > \dfrac{-3x^2 - x - 6}{x-1} = h(x) \end{cases}$$

Ta có $g'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 + \sqrt{2} \ (t/m) \\ x = 1 - \sqrt{2} \ (L) \end{array}\right. \Rightarrow \min g(x) = g\left(1 + \sqrt{2}\right) = 3 + 2\sqrt{2}$

$$h'(x) = \frac{-3x^2 + 6x + 7}{(x-1)^2}; h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3 + \sqrt{30}}{3} \ (t/m) \\ x = \dfrac{3 - \sqrt{30}}{3} \ (L) \end{array}\right. \Rightarrow \max h(x) = h\left(\frac{3 + \sqrt{30}}{3}\right) = -7 - 2\sqrt{30}$$

Suy ra $\begin{cases} m \ge -7 - 2\sqrt{30} \\ m \le 3 + 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow -7 - 2\sqrt{30} \le m \le 3 + 2\sqrt{2}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-17; -16; ...; 4; 5\}$.

Vậy có 23 giá trị cần tìm.