

Bài 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + 7x + 6 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$.

c) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{40} - 5\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{(\sqrt{10} + 3)^2}$.

Bài 2 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P).

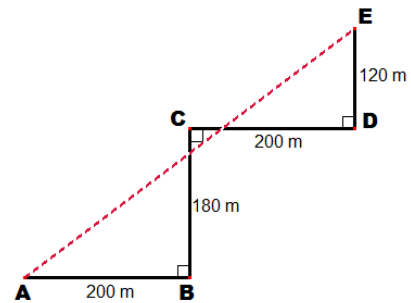
a) Vẽ (P).

b) Tìm m để đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

x_1, x_2 thoả mãn $x_1^3 + x_1^2 x_2 - 2x_2^2 + 8 = 0$.

Bài 3 (1,5 điểm).

a) Một người ở vị trí A, đi về hướng Đông 200 m để đến vị trí B, từ B đi về hướng Bắc 180 m để đến vị trí C, từ C đi về hướng Đông 200 m để đến vị trí D, rồi từ D tiếp tục đi về hướng Bắc 120 m để đến vị trí E. Tính khoảng cách đường chim bay từ A đến E? (Hình vẽ bên).



b) Giải phương trình $x(x-1) + \sqrt{2x^2 - 2x + 1} = 1$.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O; R), dây BC cố định không đi qua tâm O, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho $AB < AC$. Kẻ BE vuông góc AC tại E, kẻ CF vuông góc AB tại F, BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.

b) Các đường thẳng EF, BC cắt nhau tại I. Chứng minh: $IB \cdot IC = IF \cdot IE$.

c) Kẻ đường kính AN của (O;R). Chứng minh HN luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.

d) Giả sử $BC = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác HEF theo R.

Bài 5 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{2024}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}} - \sqrt{4x^2 - 8x + 5}.$$

----- Hết -----

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1:

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (2,5 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + 7x + 6 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{40} - 5\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{(\sqrt{10} + 3)^2}$.

Bài 1 (2,5 điểm)	Nội dung	Điểm
a (0,75đ)	Tính đúng $\Delta = 25$	0,25
	Tìm được nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -6$	0,5
b (0,75đ)	$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ -2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ -2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ -2x + 2 = 2 \end{cases}$	0,5x2
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
c (1,0đ)	$A = \sqrt{40} - 5\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{(\sqrt{10} + 3)^2} = 2\sqrt{10} - \sqrt{10} + \sqrt{10} + 3 $	0,5
	$2\sqrt{10} - \sqrt{10} + \sqrt{10} + 3 = 2\sqrt{10} + 3$	0,5

Bài 2 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P).

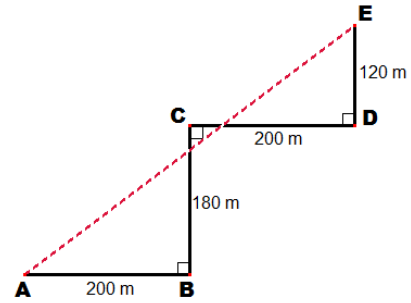
a) Vẽ (P).

b) Tìm m để đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_1^2 x_2 - 2x_2^2 + 8 = 0$.

Bài 2 (2,0 điểm)	Nội dung	Điểm
a (1,0đ)	Xác định được 5 điểm khác nhau thuộc (P) hoặc thể hiện được trên đồ thị.	0,5
	Vẽ đúng (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy	0,5
b (1,0đ)	PT hoành độ giao điểm $x^2 + 2x - m^2 + 1 = 0$	0,25
	$\Delta' = m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0; x_1 + x_2 = -2; x_1 \cdot x_2 = -m^2 + 1$	0,25
	$x_1^3 + x_1^2 x_2 - 2x_2^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow x_1^2(x_1 + x_2) - 2x_2^2 + 8 = 0$ $\Leftrightarrow -2x_1^2 - 2x_2^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow -2(x_1 + x_2)^2 + 4x_1 x_2 + 8 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow -8 - 4m^2 + 4 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$ (tmđk $m \neq 0$)	0,25

Bài 3 (1,5 điểm).

a) Một người ở vị trí A, đi về hướng Đông 200 m để đến vị trí B, từ B đi về hướng Bắc 180 m để đến vị trí C, từ C đi về hướng Đông 200 m để đến vị trí D, rồi từ D tiếp tục đi về hướng Bắc 120 m để đến vị trí E. Tính khoảng cách đường chim bay từ A đến E? (Hình vẽ bên).



b) Giải phương trình $x(x-1) + \sqrt{2x^2 - 2x + 1} = 1$

Bài 3 (1,5 điểm)	Nội dung	Điểm
a (1,0đ)		0,25
	AO = 400 m, EO = 300 m	0,25x2
	Tam giác AOE vuông tại O $\Rightarrow AE = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500m$	0,25
b (0,5đ)	$pt \Leftrightarrow x^2 - x + \sqrt{2x^2 - 2x + 1} = 1$ $\Leftrightarrow (2x^2 - 2x + 1) + 2\sqrt{2x^2 - 2x + 1} - 3 = 0$ Đặt $y = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$, ($y \geq 0$) Ta được pt: $y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 (n) \\ y = -3 (l) \end{cases}$	0,25
	Với $y = 1 \Rightarrow 1 = \sqrt{2x^2 - 2x + 1} \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O; R), dây BC cố định không đi qua tâm O, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho $AB < AC$. Kẻ BE vuông góc AC tại E, kẻ CF vuông góc AB tại F, BE và CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.
- Các đường thẳng EF, BC cắt nhau tại I. Chứng minh: $IB \cdot IC = IF \cdot IE$.
- Kẻ đường kính AN của (O;R). Chứng minh HN luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.
- Giả sử $BC = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác HEF theo R.

Bài 4 (3,5 điểm)	Nội dung	Điểm
---------------------	----------	------

<p>Hình vẽ (0,5đ)</p>	<p>Vẽ được (O) và 3 điểm A, B, C Vẽ đúng 3 điểm E, F, H</p>	<p>0,25 0,25</p>
<p>a (1,0đ)</p>	<p>$AFH = AEH = 90^0$ \Rightarrow tứ giác AEHF nội tiếp.</p>	<p>0,5 0,5</p>
<p>b (1,0đ)</p>	<p>$BFC = BEC = 90^0 \Rightarrow$ Tứ giác BCEF nội tiếp. $\Rightarrow BEF = FCB \Rightarrow \Delta IBE$ đồng dạng ΔIFC $\Rightarrow \frac{IB}{IE} = \frac{IF}{IC} \Rightarrow IB.IC = IF.IE$</p>	<p>0,25 0,5 0,25</p>
<p>c (0,5đ)</p>	<p>Ta có: $ABN = ACN = 90^0$ (Chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BH // CN$ (cùng vuông góc với AC). $CH // BN$ (cùng vuông góc với AB). Do đó tứ giác BHCN là hình bình hành. Suy ra HN đi qua trung điểm M cố định của đoạn BC cố định.</p>	<p>0,25 0,25</p>
<p>d (0,5đ)</p>	<p>Ta có ΔBOM vuông tại M $\Rightarrow OM = \sqrt{OB^2 - BM^2} = \sqrt{R^2 - (\frac{R\sqrt{3}}{2})^2} = \frac{R}{2}$ $\Rightarrow AH = 2.OM = 2.\frac{R}{2} = R$</p>	<p>0,25</p>
<p></p>	<p>Do đó diện tích đường tròn ngoại tiếp ΔAEF là: $\Rightarrow \pi.r^2 = \pi.(\frac{AH}{2})^2 = \pi.(\frac{R}{2})^2 = \frac{\pi.R^2}{4}$</p>	<p>0,25</p>

Bài 5 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{2024}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}} - \sqrt{4x^2 - 8x + 5}$$

<p>Bài 5 (0,5 điểm)</p>	<p>Nội dung</p>	<p>Điểm</p>
	<p>$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = \sqrt{(2x+1)^2} + \sqrt{(2x-3)^2}$ $= 3-2x + 2x+1 \geq 3-2x+2x+1 = 4$ Dấu “=” xảy ra khi $(3-2x)(2x+1) \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$</p>	<p>0,25</p>
	<p>$-\sqrt{4x^2 - 8x + 5} = -\sqrt{(2x-2)^2 + 1} \leq -1$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 1$</p>	
	<p>$M = \frac{2024}{\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 6x + 9}} - \sqrt{x^2 + 4x + 40} \leq \frac{2024}{4} - 1 = 505$ Vậy MaxM = 505 khi $x = 1$</p>	<p>0,25</p>