

MÃ ĐỀ 101

Câu 1 (2,0 điểm)

- Giải phương trình: $2x^2 - 3x = 0$.
- Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$; $x \neq 4$

2) Cho đường thẳng (d): $2y - 10x = -2$ và đường thẳng (d'): $y = (m^2 - 4)x + 2m - 7$.

Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

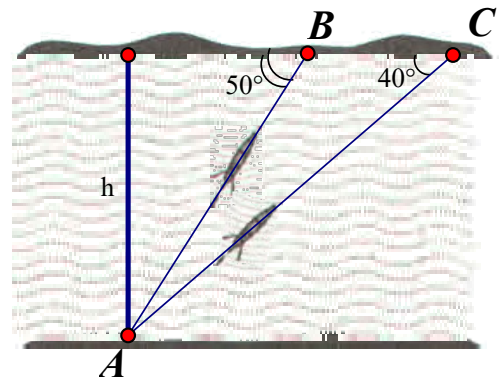
Câu 3 (2,0 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 + mx + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $|x_1| - |x_2| = 2$

2) Một công ty vận tải điều một số xe tải đến kho hàng để chở 80 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng đó, mỗi xe phải chở thêm 2 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi lúc đầu công ty đã điều đến kho hàng bao nhiêu xe. Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Câu 4: (3,0 điểm).

1) Một con thuyền xuất phát từ điểm A, dự định đi đến bờ bên kia của một con sông. Do dòng nước chảy nên con thuyền không đi theo hướng vuông góc với bờ sông được. Lần thứ nhất, con thuyền đi theo hướng AB, lần thứ hai con thuyền đi theo hướng AC. Tính chiều rộng h của con sông biết rằng góc tạo bởi hướng đi của con thuyền với bờ sông ở các lần đi thứ nhất, thứ hai lần lượt là 50° , 40° (hình vẽ) và độ dài BC là 25m (Kết quả làm tròn đến mét)



2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Các tiếp tuyến tại B và C với đường tròn cắt nhau tại N, NO cắt BC tại H. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M.

a) Chứng minh tứ giác BOCN nội tiếp.

b) Đường thẳng AH cắt (O) tại K ($K \neq A$). Chứng minh $HA \cdot HK = HB^2$ và ba điểm N, M, K thẳng hàng.

Câu 5: (1,0 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{(a + b + c)^3}{abc}$$

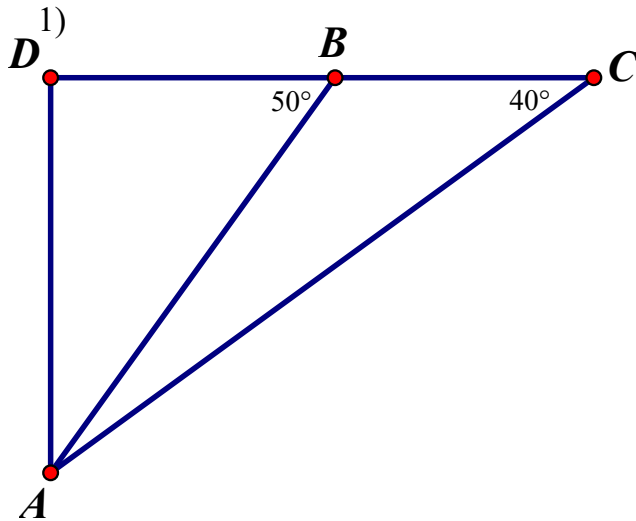
----- Hết -----

Câu	Nội dung	Điểm
1 (2,0đ)	1) Giải phương trình: $2x^2 - 3x = 0$.	
	$\Leftrightarrow x(2x - 3) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 3 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$	0,5
	Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 0$, $x = \frac{3}{2}$ (HS không KL không trừ điểm)	
	2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 2x + 10y = -6 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -13y = 13 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x + 5 \cdot (-1) = -3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; -1)$. (HS chỉ tìm đúng x hoặc chỉ đúng y cho 0,5đ) (HS không KL không trừ điểm)	0,25
2 (2,0đ)	1) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$; $x \neq 4$	
	$A = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{x}{x-2\sqrt{x}} - \frac{x-4}{x-2\sqrt{x}} \right)$	0,5
	Quy đồng đúng 1 ngoặc cho 0.25đ $A = \frac{4\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} : \frac{4}{x-2\sqrt{x}}$	0,25
	$A = \frac{4(\sqrt{x}-1)}{x-2\sqrt{x}} \cdot \frac{x-2\sqrt{x}}{4} = \sqrt{x}-1$	

	Vậy $A = \sqrt{x} - 1$ với $x > 0; x \neq 4$	0,25
	2) Cho đường thẳng (d): $2y - 10x = -2$ và đường thẳng (d'): $y = (m^2 - 4)x + 2m - 7$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.	
	(d): $2y - 10x = -2 \Leftrightarrow$ (d): $y = 5x - 1$	0,25
	(d) // (d') $\Leftrightarrow \begin{cases} 5 = m^2 - 4 \\ -1 \neq 2m - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m \neq 3 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow m = -3$ Vậy $m = -3$ thì đường thẳng (d): $2y - 10x = -2$ và đường thẳng (d'): $y = (m^2 - 4)x + 2m - 7$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.	0,25
3 (2,0đ)	1) Cho phương trình $x^2 + mx + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $ x_1 - x_2 = 2$	
	Ta có: $\Delta = m^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0 \forall m$ \Rightarrow phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$ Theo định lý Vi et có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$	0,25
	Ta có: $ x_1 - x_2 = 2$ $\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2 x_1x_2 = 4$	0,25
	$\Rightarrow m^2 - 2m + 4 - 2 m - 2 = 4$ $\Rightarrow m^2 - 2m - 2 m - 2 = 0 (*)$	0,25
	Nếu $m \geq 2$, từ (*) $\Rightarrow (m - 2)^2 = 0$ $m = 2$ (TM) Nếu $m < 2$, từ (*) $\Rightarrow m^2 - 4 = 0$ $m = 2$ (Loại) hoặc $m = -2$ (TM)	0,25
	Vậy $m=2, m=-2$	
	2) Một công ty vận tải điều một số xe tải đến kho hàng để chở 80 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng đó, mỗi xe phải chở thêm 2 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi lúc đầu công ty đã điều đến kho hàng bao nhiêu xe. Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.	
	Gọi số xe đã điều đến kho hàng lúc đầu là x (xe). đk: $x \in N, x > 2$ Nên số xe thực tế chở hàng là $x - 2$ (xe) Dự định mỗi xe chở $\frac{80}{x}$ (tấn hàng) Thực tế mỗi xe chở $\frac{80}{x-2}$ (tấn hàng)	0,25
	Thực tế, mỗi xe phải chở thêm 2 tấn so với dự định ban đầu nên: $\frac{80}{x-2} - \frac{80}{x} = 2$	0,25
	Suy ra: $x^2 - 2x - 80 = 0$ Giải phương trình tìm được $x_1 = 10$ (thoả mãn $x \in N, x > 2$) $x_2 = -8$ (loại).	0,25

Vậy số xe lúc đầu điều đến kho là 8 xe

0,25



0,25

Học sinh vẽ hình minh họa,

Gọi chiều rộng của con sông là AD.

Ta có tam giác ABD, tam giác ACD vuông tại D

Trong tam giác ABD vuông tại D có $\tan \widehat{ABD} = \frac{AD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{AD}{\tan \widehat{ABD}}$ (1)

Trong tam giác ACD vuông tại D có $\tan \widehat{ACD} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow CD = \frac{AD}{\tan \widehat{ACD}}$ (2)

0.25

Từ (1) và (2) ta có Trong tam giác ABD vuông tại D có

$$CD - BD = \frac{AD}{\tan \widehat{ACD}} - \frac{AD}{\tan \widehat{ABD}}$$

$$BC = AD \left(\frac{1}{\tan \widehat{ACD}} - \frac{1}{\tan \widehat{ABD}} \right)$$

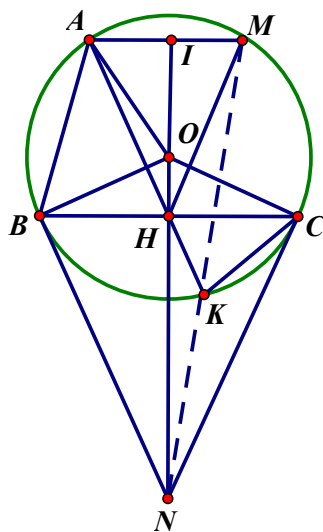
$$\Rightarrow AD = BC : \left(\frac{1}{\tan \widehat{ACD}} - \frac{1}{\tan \widehat{ABD}} \right)$$

$$\Rightarrow AD = 25 : \left(\frac{1}{\tan 40^\circ} - \frac{1}{\tan 50^\circ} \right) \approx 71 \text{ (m)}$$

0.25

Vậy chiều rộng của con sông khoảng 71m

0.25



0.25

Vẽ hình đúng đến phần a

a) Chứng minh tứ giác OBNC nội tiếp.

Vì BN là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{NBO} = 90^\circ$.

0,25

4
(3,0đ)

	Vì CN là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{NCO} = 90^\circ$. Xét tứ giác BNCO có $\widehat{NBO} = 90^\circ$, $\widehat{NCO} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{NBO} + \widehat{NCO} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác BNCO nội tiếp	0,25 0,25
	b) Đường thẳng AH cắt (O) tại K (K \neq A). Chứng minh HA.HK = HB² và ba điểm N, M, K thẳng hàng.	
	Xét ΔHAB và ΔHCK có $\widehat{AHB} = \widehat{KHC}$ (đ đ) $\widehat{HAB} = \widehat{HCK}$ (cùng chắn cung BK) $\Rightarrow \Delta HAB$ và ΔHCK đồng dạng $\Rightarrow \frac{HA}{HC} = \frac{HB}{HK} \Rightarrow HB.HC = HA.HK$ (1) Lại có ON là đường trung trực của BC nên $ON \perp BC$ tại H và $HB = HC$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow HB^2 = HA.HK$	0,25 0,25
	Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông NBO, đường cao BH có $HO.HN = HB^2$ Theo chứng minh trên ta có $HB^2 = HA.HK$ $\Rightarrow HO.HN = HA.HK$ $\Rightarrow \Delta AHO$ và ΔNHK đồng dạng (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{NKH} = \widehat{HOA}$ (3) Vì $AM // BC$, NO là đường trung trực của BC \Rightarrow NO là đường trung trực của AM \Rightarrow NO vuông góc và đi qua trung điểm I của AM \Rightarrow OI là phân giác của \widehat{AOM} $\Rightarrow \widehat{AOI} = \frac{1}{2} \widehat{AOM}$ mà $\widehat{AKM} = \frac{1}{2} \widehat{AOM}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung) $\Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{AOI}$ (4) Từ (3) và (4) ta có $\widehat{NKH} + \widehat{HKM} = \widehat{AOI} + \widehat{AOH} = 180^\circ$ \Rightarrow ba điểm N, M, K thẳng hàng	0,25 0,25
	Cho ba số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \frac{(a+b+c)^3}{abc}$	1,0
5 (1,0đ)	Với $x; y; z > 0$ ta có: +) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ (1). +) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$ (2) +) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx} \geq 1$ (3)	
	Xây ra đẳng thức ở (1), (2) và (3) $\Leftrightarrow x = y = z$	0,25
	Ta có: $M = \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + (a+b+c)^2 \cdot \frac{a+b+c}{abc}$ $= \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + (a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca) \cdot \frac{a+b+c}{abc}$	0,25
	Áp dụng các bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được:	0,25

	$M \geq \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + (a^2+b^2+c^2) \cdot \frac{9}{ab+bc+ca} + 2 \cdot 9$ $= \left(\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} \right) + 8 \cdot \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} + 18 \geq 2 + 8 + 18 = 28.$ <p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2 = ab+bc+ca \\ ab=bc=ca \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c.$</p> <p>Vậy GTNN của P= 28 khi và chỉ khi $a=b=c$</p>	0,25
--	--	-------------

-