

Câu 1 (2,5 điểm).

a. Thực hiện phép tính: $A = \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75}$

b. Nêu điều kiện và rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2024}{\sqrt{x}-2}$

c. Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = -3x + 5$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 2 (2,0 điểm).

a. Giải phương trình: $3x^2 - 2x - 5 = 0$.

b. Biết phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{456 - |x_1 - x_2|}{x_1^3 + x_2^3}$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Nhân ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam 21/4/2023, một nhà sách đã có chương trình giảm giá. Bạn An đến mua một quyển sách Toán và một quyển sách Tiếng Anh với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 150000 đồng. Nhưng quyển sách Toán được giảm giá 20%, quyển sách Tiếng Anh được giảm giá 35% nên An chỉ phải trả tổng số tiền là 108000 đồng. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách là bao nhiêu?

b. Nhà An có một cái bể chứa nước hình trụ có đường kính đáy (không tính thành bể) là 1,8m, chiều cao (không tính đáy bể) là 2,5m. Sau khi tháo cạn và dọn sạch bể An dùng máy bơm với lưu lượng nước 3m³/h để bơm nước từ giếng lên bể. An dự tính máy bơm trong thời gian 1,5 giờ sẽ đầy bể. Em hãy tính xem dự tính của An đúng hay sai? (với $\pi \approx 3,14$).

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC.

a) Chứng minh rằng AEHF là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Vẽ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh: $AB.AC = 2R.AD$.

c) Chứng minh rằng OC vuông góc với DE.

Câu 5 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases}$$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm
a. (1)	$a) A = \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$ $= 2\sqrt{3}$	0,5 0,5
b. (0,75)	<p>ĐK $xx \geq 0, x \neq 4$</p> $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2024}{\sqrt{x}-2} = \left(\frac{(\sqrt{x}+2) - (\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{2024}$ $= \frac{4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{2024} = \frac{1}{506(\sqrt{x}+2)}$	0,25 0,25 0,25
c. (0,75)	<p>Để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -3x + 5$ thì:</p> $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 5 \end{cases} (*)$ <p>Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 tức là khi $x = 2$ thì $y = 0$. Thay vào ta có:</p> $0 = -3 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 6 \text{ (TM (*))}$ <p>Vậy $a = -3; b = 6$</p>	0,25 0,25 0,25
2a. (1,0)	<p>a. $3x^2 - 2x - 5 = 0; \Delta = 8$ và giải phương trình ta được :</p> $x_1 = -1; x_2 = \frac{5}{3}$	0,5 0,5
b. (1,0)	<p>Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 12 \end{cases}$</p> <p>Khi đó: $A = \frac{456 - x_1 - x_2 }{x_1^3 + x_2^3} = \frac{456 - \sqrt{(x_1 - x_2)^2}}{x_1^3 + x_2^3} = \frac{456 - \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}}{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)}$</p> $= \frac{456 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 12}}{7^3 - 3 \cdot 12 \cdot 7} = \frac{456 - 1}{91}$ $= \frac{455}{91} = 5$	0,25 0,25 0,25
3a. (1,5)	<p>Gọi giá ghi trên quyển sách Toán, sách Tiếng Anh thứ tự là x, y (đồng). Điều kiện: $x, y > 0$</p>	0,25

	<p>Tổng số tiền ghi trên hai quyển sách là 150000 đồng nên ta có phương trình: $x + y = 150000$ (1)</p> <p>Giá quyển sách Toán sau khi giảm 20% là $0,8x$ (đồng). Giá quyển sách Tiếng Anh sau khi giảm 35% là $0,65x$ (đồng). Số tiền An phải trả là 108000 đồng nên ta có phương trình: $0,8x + 0,65y = 108000$ (2)</p> <p>Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 150000 \\ 0,8x + 0,65y = 108000 \end{cases}$</p> <p>Giải hệ phương trình, ta được $\begin{cases} x = 70000 \\ y = 80000 \end{cases}$ (t/m)</p> <p>Vậy giá một quyển sách Toán là 70000 đồng. Giá một quyển sách Tiếng Anh là 80000 đồng.</p>	0,5
		0,5
		0,25
b. (0,5)	<p>Thể tích của bể đựng nước là: $V = \pi.(1,8 : 2)^2 .2,5 \approx 6,36m^3$</p> <p>Lượng nước máy bơm lên bể trong thời gian 1,5 giờ là: $1,5.3 = 4,5m^3$</p> <p>Lượng nước máy bơm lên trong 1,5 giờ nhỏ hơn thể tích của bể chứa. Do đó An dự tính sai.</p>	0,25
		0,25
a. (1,5)	<p>Vẽ hình đúng đến câu a.</p> <p>Ta có : Xét tứ giác AEHF có: $\widehat{AEH} = 90^\circ$ và $\widehat{AFH} = 90^\circ$ Do đó $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$ \Rightarrow Tứ giác AEHF nội tiếp được.</p>	0,5
		1
b. (1)	<p>Ta có $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>Hai tam giác vuông ADB và ACK, có: $\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ$ $\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)</p> <p>Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (g-g)</p> <p>Từ đó ta được, $\frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB.AC = AK.AD$ $\Rightarrow AB.AC = 2R.AD$ (đpcm)</p>	0,25
		0,5
		0,25
c. (0,5)	<p>Vẽ tiếp tuyến xy tại C của (O)</p> <p>Ta có $OC \perp Cx$ (1)</p> <p>Chứng minh được tứ giác AEDB nội tiếp</p>	

	$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{DEC}$ Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACx}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung AC). Nên $\widehat{DEC} = \widehat{ACx}$ Mà $\widehat{DEC}, \widehat{ACx}$ ở vị trí so le trong. Do đó $Cx \parallel DE$ (2) Từ (1) và (2) ta có: $OC \perp DE$ (đpcm)	0,25 0,25
Câu 5 (0.5)	$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 (1) \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y (2) \end{cases}$ <p>Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x + y \geq 1$</p> <p>Từ (1) ta có: $x^2 - 2y^2 - xy - x - y = 0$ $\Rightarrow (x^2 + 2xy + y^2) - 3xy - 3y^2 - (x + y) = 0$ $\Rightarrow (x + y)^2 - 3y(x + y) - (x + y) = 0$ $\Rightarrow (x + y)(x - 2y - 1) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 (L) \\ x = 2y + 1 \end{cases}$</p> <p>Kết hợp với phương trình (2) ta được $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ (2y + 1)\sqrt{2y} - y\sqrt{2y} = 2y + 2 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ \sqrt{2y}(y + 1) - 2(y + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ (y + 1)(\sqrt{2y} - 2) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} (L)$ $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases} (TM)$ <p>Vậy hệ có nghiệm duy nhất $S = (x; y) = (5; 2)$</p>	0,25 0,25

Lưu ý : Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa