

**PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)**

**Câu 1:** ĐKXD của biểu thức  $A = \sqrt{x - 2023}$  là:

- A.  $x < 2023$       B.  $x \leq 2023$       C.  $x > 2023$       D.  $x \geq 2023$

**Câu 2:** Hệ số góc của đường thẳng  $y = 2023x - 1$  là:

- A. 2023      B. -2023      C. 1      D. -1

**Câu 3:** Cho đường thẳng  $(d): y = x + 1$ . Gọi A, B lần lượt là giao điểm của  $(d)$  với trục hoành và trục tung. Diện tích  $\Delta OAB$  bằng

- A. 1.      B. 2.      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 4.

**Câu 4** Khi  $m = -1$ , hệ phương trình  $\begin{cases} mx + 3y = 4 \\ m^2x - y = 6 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y)$  là

- A. (11;5).      B. (5;11).      C. (-11;5).      D. (-11;-5).

**Câu 5:** Hai người cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% khối lượng công việc. Vậy thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là

- A. 48 giờ      B. 12 giờ      C. 24 giờ      D. 36 giờ

**Câu 6:** Điểm nào dưới đây *thuộc* đồ thị hàm số  $y = 2x^2$ ?

- A. (2;4)      B. (1,2)      C. (-1;-2)      D. (2;1)

**Câu 7:** . Cho  $x_1; x_2$  là nghiệm phương trình  $x^2 - 3x + 2 = 0$ . Khi đó  $x_1^2 + x_2^2$  bằng

- A.5      B.6      C.7      D.8

**Câu 8:** Tổng tất cả các số nguyên dương  $m$  thỏa mãn phương trình:  $x^2 - (m + 1)x + m - 5 = 0$  có hai nghiệm trái dấu bằng:

- A.3      B.6      C.10      D.15

**Câu 9:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, đường cao AH, biết HC= 4cm, HB = 9cm. Tính AH ?

- A.6cm      B.8cm      C.10cm      D.15cm

**Câu 10:** Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH, đoạn BH = 2cm, CH = 4cm. Khi đó  $AB + AC$  bằng:

- A.  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ .      B.  $2\sqrt{3} + \sqrt{26}$ .      C.  $2\sqrt{2} + \sqrt{26}$       D.  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

**Câu 11:** Hàm số  $y = 2x^2$  đi qua hai điểm  $A(\sqrt{2}; m)$  và  $B(\sqrt{3}; n)$  khi đó  $2m - n$  bằng

- A.2      B.4      C.6      D.8

**Câu 12:** Trên đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  lấy hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = R\sqrt{2}$ . Số đo góc ở tâm  $\widehat{AOB}$  chắn cung nhỏ  $\widehat{AB}$  có số đo bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $120^\circ$ .

**PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

**Bài 1.(1.5 điểm )** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$  với  $x > 0$ ,  $x \neq 9$

1. Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ ;
2. Rút gọn biểu thức  $B$
3. Tìm các số nguyên  $x$  để biểu thức  $P = A.B < 0$ .

**Bài 2.( 2 điểm )**

2.1. Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = 2$ .

b) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  thỏa mãn  $3x + y = 3$ .

2.2. Cho phương trình (ẩn  $x$ ):  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$ .

a) Giải phương trình với  $m = 2$

b) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.  $x_1, x_2$  là thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$

**Bài 3. (3,5 điểm )**

Cho đường tròn  $(O; R)$ , từ một điểm  $A$  trên  $(O)$  kẻ tiếp tuyến  $d$  với  $(O)$ . Trên đường thẳng  $d$  lấy điểm  $M$  bất kì ( $M$  khác  $A$ ) kẻ cát tuyến  $MNP$  và gọi  $x \geq 0$ .  $K$  là trung điểm của  $NP$ , kẻ tiếp tuyến  $MB$  ( $B$  là tiếp điểm). Kẻ  $AC \perp MB$ ,  $BD \perp MA$ , gọi  $H$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $I$  là giao điểm của  $OM$  và  $AB$ .

a) Chứng minh tứ giác  $AMBO$  nội tiếp. Chứng minh năm điểm  $O, K, A, M, B$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh  $OI \cdot OM = R^2, OI \cdot IM = IA^2$ .

c) Chứng minh tứ giác  $OAHB$  hình thoi

d) Tìm quỹ tích của điểm  $H$  khi  $M$  di chuyển trên đường thẳng  $d$

**Bài 4.(0.5 điểm)**

Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \sqrt{4x-y} - \sqrt{3y-4x} = 1 \\ 2\sqrt{3y-4x} + y(5x-y) = x(4x+y) - 1 \end{cases}$$

Hết

**Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm**

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### A. Trắc Nghiệm

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Đ/a</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>B</b>
<b>Câu</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Đ/a</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>C</b>

### B. Tự Luận

#### Bài 1:

a) Thay  $x = 25$  (t/m ĐK) vào A ta có  $A = \frac{3}{5}$     Vậy  $x = 25$  thì  $A = \frac{3}{5}$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{2x}{x-9} \quad (x > 0, x \neq 9) \\
 &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} - \frac{2x}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} \\
 &= \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 2x}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} = \frac{x - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}
 \end{aligned}$$

Với  $x > 0; x \neq 9$  thì  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$

$$\text{c) Với } x > 0; x \neq 9 \quad A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+3}}$$

$$A.B < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+3}} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện ta được :  $0 < x < 4$

$$\text{Bài 2: 2.1 a) } \begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=-1 \\ x=4-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy với  $m = 2$  hệ có nghiệm  $(x; y) = (2; 1)$

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} x+my=4 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)y=1 \\ x=4-my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{2m-3} \\ x=4-\frac{m}{2m-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{2m-3} \\ x=\frac{7m-12}{2m-3} \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất khi  $m \neq \frac{3}{2}$ . Khi đó  $(x; y) = \left(\frac{7m-12}{2m-3}; \frac{1}{2m-3}\right)$

thay vào  $x+3y=2$  ta được

$$\frac{7m-12}{2m-3} + \frac{3}{2m-3} = 2 \Leftrightarrow 7m-9 = 4m-6 \Leftrightarrow 3m=3 \Leftrightarrow m=1$$

Vậy với  $m=1$  hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x+3y=2$

$$2.2) \quad a) \quad m=2 \Rightarrow x^2 - 8x + 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 + \sqrt{5} \\ x_2 = 4 - \sqrt{5} \end{cases}$$

b) Ta có:  $\Delta' = (m+2)^2 - (m^2 + 7) = 4m - 3$

+) phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2 \Rightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$

+) Áp dụng Vi-Et ta được:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 x_2 = m^2 + 7 \end{cases}$

Mà:  $x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 - 3x_1 x_2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 4(m+2)^2 - 3(m^2 + 7) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 16m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (t/m)} \\ m = -17 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$

**Bài 3.** Cho đường tròn  $(O; R)$ , từ một điểm  $A$  trên  $(O)$  kẻ tiếp tuyến  $d$  với  $(O)$ . Trên đường thẳng  $d$  lấy điểm  $M$  bất kì ( $M$  khác  $A$ ) kẻ cát tuyến  $MNP$  và gọi  $K \geq 0$ .  $K$  là trung điểm của  $NP$ , kẻ tiếp tuyến  $MB$  ( $B$  là tiếp điểm). Kẻ  $AC \perp MB$ ,  $BD \perp MA$ , gọi  $H$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $I$  là giao điểm của  $OM$  và  $AB$ .

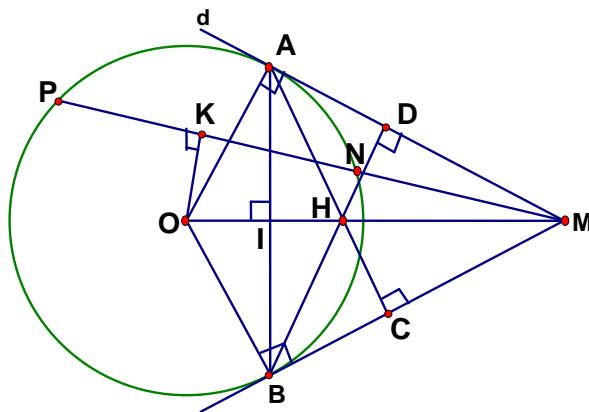
a) Chứng minh tứ giác  $AMBO$  nội tiếp. Chứng minh năm điểm  $O, K, A, M, B$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh  $OI \cdot OM = R^2, OI \cdot IM = IA^2$ .

c) Chứng minh tứ giác  $OAHB$  hình thoi

d) Tìm quỹ tích của điểm  $H$  khi  $M$  di chuyển trên đường thẳng  $d$

Lời giải



a)  $\widehat{OAM} + \widehat{BOM} = 180^\circ$  nên tứ giác  $AMBO$  nội tiếp đường tròn đường kính  $MO$ . Vì  $K$  là trung điểm  $NP$  nên  $OK \perp NP$  (quan hệ đường kính

Và dây cung)  $\Rightarrow OKM = 90^\circ$ . Theo tính chất tiếp tuyến ta có  $OAM = 90^\circ$ ;  $OBM = 90^\circ$ . Như vậy  $K, A, B$  cùng nhìn  $OM$  dưới một góc  $90^\circ$  nên cùng nằm trên đường tròn đường kính  $OM$ .

Vậy năm điểm  $O, K, A, M, B$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Ta có  $MA = MB$  (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau);  $OA = OB = R$   
 $\Rightarrow OM$  là trung trực của  $AB \Rightarrow OM \perp AB$  tại  $I$ .

Theo tính chất tiếp tuyến ta có  $OAM = 90^\circ$  nên tam giác  $OAM$  vuông tại  $A$  có  $AI$  là đường cao.

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao  $\Rightarrow OI \cdot OM = OA^2$  hay  $OI \cdot OM = R^2$ ; và  $OI \cdot IM = IA^2$ .

c) Ta có  $OB \perp MB$  (tính chất tiếp tuyến);  $AC \perp MB(gt) \Rightarrow OB // AH$  hay  $OB // AH$ .

Mặt khác  $OA \perp MA$  (tính chất tiếp tuyến);  $BD \perp MA \Rightarrow OA // BD$  hay  $OA // BH$ .

Suy ra tứ giác  $OAHB$  là hình bình hành; lại có  $OA = OB (= R) \Rightarrow OAHB$  là hình thoi.

d) Theo trên  $OAHB$  là hình thoi.  $\Rightarrow AH = AO = R$ . Vậy khi  $M$  di động trên  $(d)$  thì  $H$  cũng di động nhưng luôn cách  $A$  cố định một khoảng bằng  $R$ . Do đó quỹ tích của điểm  $H$  khi  $M$  di chuyển trên đường thẳng  $(d)$  là nửa đường tròn tâm  $(A)$  bán kính  $AH = R$ .

#### **Bài 4:**

Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \sqrt{4x-y} - \sqrt{3y-4x} = 1 \\ 2\sqrt{3y-4x} + y(5x-y) = x(4x+y) - 1 \end{cases}$$

#### **Lời giải**

Điều kiện  $\frac{y}{4} \leq x \leq \frac{3y}{4}$ .

Ta viết phương trình (1) thành:  $\sqrt{4x-y} = 1 + \sqrt{3y-4x}$ . Bình phương 2 vế ta thu được:

$2\sqrt{3y-4x} = 8x - 4y - 1$ . Thay vào phương trình (2) của hệ ta có:  
 $4x^2 - 4x(y+2) + y^2 + 4y = 0$ .

Ta coi đây là phương trình bậc 2 của  $x$  thì

$$\Delta' = 4(y+2)^2 - 4(y^2 + y) = 16 \text{ suy ra } \begin{cases} x = \frac{2(y+2) - 4}{4} = \frac{y}{2} \\ x = \frac{2(y+2) + 4}{4} = \frac{y+4}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 1:  $y = 2x$  thay vào phương trình (1) ta có:  $\sqrt{2x} = -12$  vô nghiệm

Trường hợp 2:  $y = 2x - 4$  thay vào phương trình (1) ta thu được:

$$2\sqrt{2x-12} = 15 \Leftrightarrow x = \frac{273}{8}, y = \frac{257}{4}$$

Vậy hệ phương trình có 1 cặp nghiệm:  $(x; y) = \left(\frac{273}{8}; \frac{257}{4}\right)$