

ĐỀ THAM KHẢO

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{9}$ là

- A. -3. B. 9. C. 3. D. ± 3 .

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 2024 - \frac{5}{x}$. B. $y = -8\sqrt{x} + 2025$. C. $y = 4x^2 + 1$. D. $y = 5 - 8x$.

Câu 3. Hệ số góc của đường thẳng $(d): y = 3 - 5x$ là

- A. 3. B. -5. C. 5. D. -3.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$, khi đó giá trị của $2y_0 - 3x_0$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 7. D. -7.

Câu 5. Một người đi xe đạp đi từ A đến B. Khi đi từ B về A người đó tăng vận tốc thêm 4 km / h so với lúc đi nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Vận tốc của người đi xe đạp lúc đi biết quãng đường AB là 24 km .

- A. 12 (km / h) . B. 16 (km / h) . C. 8 (km / h) . D. 24 (km / h) .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = -3x^2$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(-2; 12)$. B. $N(-1; 3)$. C. $P(1; -3)$. D. $Q(3; -3)$.

Câu 7. Phương trình $-x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng

- A. 5. B. 13. C. 25. D. -13.

Câu 8. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. $x^2 - 2x^3 - 6 = 0$. B. $3x^2 - x + 2 = 0$. C. $8x - 6 = 0$. D. $x^2 - 2x^4 = 0$.

Câu 9. Cho ΔABC vuông tại A đường cao $AH (H \in BC)$. Biết $AB = 10 \text{ cm}, AH = 5 \text{ cm}$, khi đó số

đo góc $\hat{A}CB$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 10. Cho hai đường tròn $(O; 4 \text{ cm})$ và $(I; 5 \text{ cm})$, $OI = 8 \text{ cm}$. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đó là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 11. Cho $(O; 10 \text{ cm})$, dây AB có độ dài bằng 16 cm . Khi đó, diện tích tam giác OAB là

- A. 80 cm^2 . B. 160 cm^2 . C. 64 cm^2 . D. 32 cm^2 .

Câu 12. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 2\sqrt{5} \text{ cm}, AC = 10 \text{ cm}$.

Kẻ đường cao $AH (H \in BC)$, đường thẳng (d) đi qua H cắt đường tròn (O) theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của dây cung đó bằng

- A. $5\sqrt{5} \text{ cm}$. B. $8\sqrt{5} \text{ cm}$. C. 4 cm . D. 8 cm .

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{5\sqrt{x} - 21}{x - 9} - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4}{3 - \sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 16$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $A.B < 0$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - 2m + 1$ (m là tham số).

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1).$$

2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - m + 1 = 0 \\ 2x - my + 2 = 0 \end{cases}$.

a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $P = x_0 + y_0$ có giá trị nguyên.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho (O) đường kính $AB = 2R$, D là một điểm tùy ý trên đường tròn (D khác A và D khác B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại C ; BC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E . Kẻ DF vuông góc với AB tại F .

a) Chứng minh: Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $CD^2 = CE.CB$.

c) Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF .

d) Tìm vị trí của D để diện tích tam giác DAF lớn nhất.

Câu 4 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{3a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{3b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{3c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq 1.$$

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ MINH HỌA
MÔN: TOÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

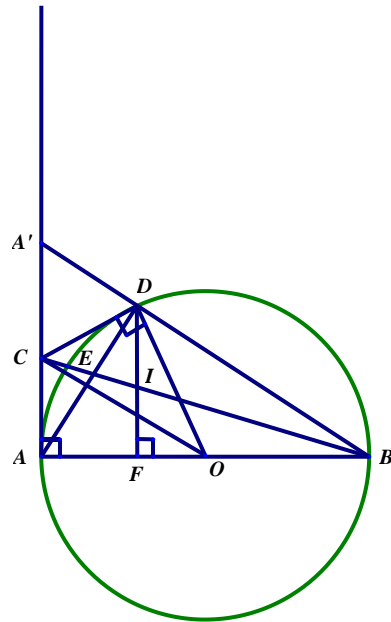
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	A	B	B	B	C	D	D	C	D	C

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Nội dung	Điểm
<p>Câu 1 (1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{5\sqrt{x} - 21}{x - 9} - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4}{3 - \sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.</p> <p>a) Tính giá trị của A khi $x = 16$.</p> <p>b) Rút gọn biểu thức B.</p> <p>c) Tìm x để $A.B < 0$.</p>	1,5
a) Tính giá trị của A khi $x = 16$.	0,5
Với $x = 16$ (TMĐK) ta có $A = \frac{7}{4}$.	0,5
b) Rút gọn biểu thức B .	0,5
Với $x > 0$ và $x \neq 9$ ta có :	
$B = \frac{5\sqrt{x} - 21}{x - 9} - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4}{3 - \sqrt{x}}$ $= \frac{5\sqrt{x} - 21 - 3(\sqrt{x} - 3) + 4(\sqrt{x} + 3)}{x - 9} = \frac{6\sqrt{x}}{x - 9}$	0,25
Vậy, với $x > 0$ và $x \neq 9$ thì $B = \frac{6\sqrt{x}}{x - 9}$.	0,25
c) Tìm x để $A.B < 0$.	0,5
$A.B = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{6\sqrt{x}}{x - 9} = \frac{6}{\sqrt{x} - 3}$.	0,25
Để $A.B < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9$.	
Kết hợp với điều kiện $0 < x < 9$ thì $A.B < 0$.	0,25
Câu 2 (2,0 điểm).	
1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - 2m + 1$ (m là tham số).	1,0

<p>a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi $m = 2$.</p> <p>b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1)$.</p>	
<p>a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi $m = 2$.</p>	0,5
<p>Phương trình hoành độ giao điểm:</p> $x^2 = 4x - 2m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2m - 1 = 0 \quad (1)$ <p>Với $m = 2$ thì phương trình (1): $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.</p>	0,25
<p>Vậy khi $m = 2$ thì tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P): $(1;1);(3;9)$.</p>	0,25
<p>b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1)$.</p>	0,5
<p>Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.</p> $\Leftrightarrow \Delta' = (2)^2 - (2m - 1) > 0 \Leftrightarrow 5 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2} \quad (*).$	0,25
<p>Với điều kiện (*) gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Theo định lí Vi-et, ta có:</p> $x_1 + x_2 = 4 \quad (**); \quad x_1 x_2 = 2m - 1.$ <p>Ta có:</p> $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1) \Leftrightarrow x_1^2 + x_1 x_2 - 2x_2 = 16$ $\Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) - 2x_2 = 16 \Leftrightarrow 4x_1 - 2x_2 = 16 \quad (2)$ <p>Giải (2) và (***) $\Rightarrow x_1 = 4; x_2 = 0$.</p> <p>Ta có: $x_1 x_2 = 2m - 1 \Leftrightarrow 0 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \quad (t / m)$.</p> <p>Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.</p>	0,25
<p>2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - m + 1 = 0 \\ 2x - my + 2 = 0 \end{cases}$</p> <p>a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.</p> <p>b) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $P = x_0 + y_0$ có giá trị nguyên.</p>	1,0

a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.	0,5
Với $m = 2$: $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 2x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$	0,25
Vậy với $m = 2$, nghiệm hệ phương trình là: $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.	0,25
b) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $P = x_0 + y_0$ có giá trị nguyên	0,5
$\begin{cases} x + 2y - m + 1 = 0 \\ 2x - my + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m^2 - m - 4}{m + 4} \\ y = \frac{2m}{m + 4} \end{cases} \quad (m \neq -4).$	0,25
$P = x_0 + y_0 = \frac{m^2 + m - 4}{m + 4} = m - 3 + \frac{8}{m + 4}.$	
Vì m nguyên dương, $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m + 4 = 4 \\ m + 4 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m = 4 \text{ (t / m)} \end{cases}.$	0,25
Vậy với $m = 4$ thì hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn yêu cầu đề bài	
Câu 3 (3,0 điểm). Cho (O) đường kính $AB = 2R$, D là một điểm tùy ý trên đường tròn (D khác A và D khác B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại C ; BC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E . Kẻ DF vuông góc với AB tại F .	3,0
<p>a) Chứng minh: Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn.</p> <p>b) Chứng minh: $CD^2 = CE.CB$.</p> <p>c) Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF.</p> <p>d) Tìm vị trí của D để diện tích tam giác DAF lớn nhất.</p>	



a) Chứng minh: Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn.

1,0

Xét tứ giác $OACD$ có:

$\widehat{CAO} = 90^\circ$ (vì CA là tiếp tuyến tại A của (O))

0,5

$\widehat{CDO} = 90^\circ$ (vì CD là tiếp tuyến tại D của (O))

$\Rightarrow \widehat{CAO} + \widehat{CDO} = 180^\circ$

0,25

\Rightarrow Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn (vì có tổng hai góc đối nhau bằng 180°)

b) Chứng minh: $CD^2 = CE.CB$.

1,0

Xét $\triangle CDE$ và $\triangle CBD$ có:

\widehat{DCE} chung

$\widehat{CDE} = \widehat{CBD}$ (hệ quả góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

0,5

$\Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle CBD$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD}$$

0,5

$$\Rightarrow CD^2 = CE.CB$$

c) Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF .

0,5

Tia BD cắt Ax tại A' . Gọi I là giao điểm của BC và DF

Ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{ADA'} = 90^\circ$, suy ra $\triangle ADA'$ vuông tại D .

Ta có: $CD = CA$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \triangle CDA$ cân tại $A \Rightarrow \widehat{CDA} = \widehat{CAD}$.

Mà $\widehat{CAD} + \widehat{A'DC} = 90^\circ$ (do tam giác $A'DC$ vuông tại D)

0,25

Mặt khác: $\widehat{CDA} + \widehat{A'DC} = 90^\circ$

Suy ra: $\widehat{CAD} = \widehat{A'DC} \Rightarrow \triangle A'DC$ cân tại C .

Suy ra: $CD = CA'$.

<p>Lại có $CD = CA$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) Suy ra: $CA = CA'$ (1). Mặt khác ta có $DF \perp AA'$ (cùng vuông góc với AB) nên theo định lí Ta-lét thì $\frac{ID}{CA'} = \frac{IF}{CA} = \frac{BI}{BC}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $ID = IF$. Vậy BC đi qua trung điểm của DF.</p>	0,25
<p>d) Tìm vị trí của D để diện tích tam giác DAF lớn nhất.</p>	0,5
<p>Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có: $AF = AD \cdot \sin ADF = AD \sin B$; $DF = AD \cos B$; $AD = 2R \sin B$. Suy ra $S_{\Delta ADF} = \frac{1}{2} DF \cdot AF = \frac{1}{2} 4R^2 \sin^3 B \cdot \cos B = 2R^2 \sin^3 B \cdot \cos B$</p>	0,25
<p>Áp dụng BĐT Cauchy cho 4 số không âm ta có: $\frac{\sin^2 B}{3} \cdot \frac{\sin^2 B}{3} \cdot \frac{\sin^2 B}{3} \cdot \cos^2 B \leq \left(\frac{1}{4}\right)^4$ Suy ra $S_{\Delta ADF} \leq \frac{3\sqrt{3}R^2}{8}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $B = 60^\circ$ và D là giao điểm của đường trung trực OB với (O). Vậy D là giao điểm của đường trung trực OB với (O) thì diện tích tam giác ADF lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}R^2}{8}$.</p>	0,25
<p>Câu 4 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng</p> $\frac{3a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{3b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{3c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq 1.$	0,5
<p>Ta có : $V_T = \frac{a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{c^2}{5c^2 + (a+b)^2}$ $\frac{9a^2}{5a^2 + (b+c)^2} = \frac{(a+2a)^2}{(a^2 + b^2 + c^2) + 2(2a^2 + bc)} \leq \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{2a^2}{2a^2 + bc}$ Tương tự rồi cộng vế với vế của các BĐT ta được: $9V_T \leq 1 + \frac{2a^2}{2a^2 + bc} + \frac{2b^2}{2b^2 + ca} + \frac{2c^2}{2c^2 + ab}$ Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$. Ta chứng minh: $A = \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ca} + \frac{c^2}{2c^2 + ab} \leq 1$. Ta có: $\frac{3}{2} - A = \frac{1}{2} - \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{1}{2} - \frac{b^2}{2b^2 + ca} + \frac{1}{2} - \frac{c^2}{2c^2 + ab}$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{2a^2 + bc} + \frac{ca}{2b^2 + ca} + \frac{ab}{2c^2 + ab} \right)$</p>	0,25

$\frac{3}{2} - A = \frac{1}{2} \left(\frac{(bc)^2}{(bc)^2 + 2abac} + \frac{(ca)^2}{(ca)^2 + 2bcab} + \frac{(ab)^2}{(ab)^2 + 2cab} \right) \geq \frac{1}{2}$ <p>$A \leq 1$</p> <p>Do đó: $9VT \leq 1 + 2$ hay $VT \leq \frac{1}{3}$.</p> <p>Vậy:</p> $\frac{a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq \frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{3a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{3b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{3c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq 1.$ <p>Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.</p>	0,25
---	------

Lưu ý:

- Chỉ cho điểm tối đa với những bài làm chính xác, bố cục hợp lý, trình bày rõ ràng, đủ nội dung;
- Điểm toàn bài là điểm trắc nghiệm và tự luận, không làm tròn (điểm lẻ tự luận 0,25; điểm trắc nghiệm theo cấu trúc).
- Khuyến khích những bài làm sáng tạo, thể hiện quan điểm của học sinh (mở), cách diễn đạt khác mà vẫn đảm bảo nội dung theo yêu cầu./.