

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{3-2x}$ là

- A. $x > \frac{3}{2}$. B. $x \geq \frac{3}{2}$. C. $x < \frac{3}{2}$. D. $x \leq \frac{3}{2}$.

Câu 2. Cho các hàm số: $y = -2x + 3$; $y = \frac{2}{x} + 1$; $y = \frac{x}{3} - 2$; $y = -4x$; $y = \sqrt{2}x - \frac{1}{2}$; $y = x^2 + 1$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số bậc nhất?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 3. Giá trị của m để hai đường thẳng $(d): y = (m^2 + 1)x + 2$ và $(d'): y = 2x - m + 3$ song song với nhau là

- A. $m = 1$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = -3$.

Câu 4. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

- A. (1;1). B. (1;-1). C. (0;-1). D.

(-1;-1).

Câu 5. Tỉ số của hai số là 7 : 2. Nếu giảm số lớn đi 150 và tăng số nhỏ lên 200 thì tỉ số mới là 11 : 8. Tìm hai số đó.

- A. 777; 222. B. 1400; 400. C. 700; 200. D. 77; 22.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = (m + 5)x^2$ nằm phía trên trục hoành khi

- A. $m < -5$. B. $m > -5$. C. $m = 5$. D. $m = -5$.

Câu 7. Cho phương trình $mx^2 + 3x + 6 = 0$ Với điều kiện nào của m thì phương trình sau đây là phương trình bậc hai?

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 8. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm âm?

- A. $x^2 + 5x + 6 = 0$. B. $2x^2 + 3x + 6 = 0$. C. $x^2 + 3x + 6 = 0$. D. $-x^2 + 4 = 0$.

Câu 9. Tam giác vuông ABC vuông tại A , $AC = 20$, $AB = 21$. Độ dài đường cao AH bằng

- A. $AH = 15$. B. $AH = 18,33$. C. $AH = \frac{420}{29}$. D. $AH = \frac{580}{21}$.

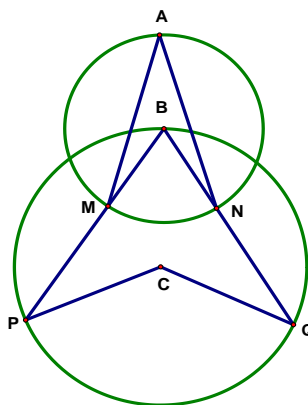
Câu 10. Với tam giác vuông ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$, $AC = 12$. Gọi AH là chiều cao của tam giác thì độ dài HC bằng

- A. $HC = 8$. B. $HC = 6$. C. $HC = 6\sqrt{3}$. D. $HC = 3\sqrt{3}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $AC = 3\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$. Vẽ đường tròn $(C; CA)$. Khi đó

- A. Đường thẳng BC cắt đường tròn $(C; CA)$ tại một điểm.
B. AB là cát tuyến của đường tròn $(C; CA)$.
C. BC là tiếp tuyến của $(C; CA)$.
D. AB là tiếp tuyến của $(C; CA)$.

Câu 12. Cho hình vẽ, biết đường tròn (B) có tâm B nằm trên đường tròn (C) và $PCQ = 136^\circ$. Khi đó số đo góc MAN bằng



A. 34° .

B. 24° .

C. 36° .

D. 28° .

PHÂN II. TỰ LUẬN 97,0 điểm)

Câu 1(1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{x + 2\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0; x \neq 4$)

- Tính giá trị của B tại $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm x để $A \cdot B < 0$.

Câu 2. (2,0 điểm).

1. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx + 1$.

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm m để hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục tung.
- Gọi $x_A; x_B$ tương ứng là hoành độ của A và B. Xác định giá trị của m để biểu thức $Q = x_A^2 + x_B^2 - 2(x_A + x_B)$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó?

2. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 1$.
- Xác định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên.

Câu 3. (3,0 điểm). Cho (O;R), đường thẳng d cố định không qua O và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, B. Từ một điểm C trên d (A nằm giữa B và C) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (N cùng phía với O so với d). Gọi H là trung điểm AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

- Chứng minh bốn điểm C, H, O, N thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $KN \cdot KC = KH \cdot KO$.
- Gọi D là giao điểm của tia OH với đường tròn (O). Đường thẳng ND cắt AB tại E. Chứng minh AD là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác AEN.
- Chứng minh rằng khi C thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện bài toán thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4. (0,5 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3y^2 + 1 + 2y(x+1) = 4y\sqrt{x^2 + 2y + 1} \\ y(y-x) = 3 - 3y \end{cases}$$

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng cho 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	D	C	A	C	B	D	A	C	B	D	A

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Đáp án	Biểu điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	<p>Cho biểu thức $A = \frac{x+2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ (với $x > 0; x \neq 4$)</p> <p>a) Tính giá trị của B tại $x = 9$.</p> <p>b) Rút gọn biểu thức A.</p> <p>c) Tìm x để $A \cdot B < 0$.</p>	1,5
	<p>a) Tại $x = 9$ (thỏa mãn ĐKXD), ta có: $B = \frac{1}{\sqrt{9}+1} = \frac{1}{4}$.</p>	0,25
	<p>Vậy tại $x = 9$ thì $B = \frac{1}{4}$</p>	0,25
	<p>b) Với $x > 0; x \neq 4$, ta có:</p> $A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) = \frac{\sqrt{x}+2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}$ <p>Vậy $A = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$</p>	0,25
	<p>c) Với $A \cdot B < 0$, ta có:</p> $A \cdot B = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{2}{\sqrt{x}-2} < 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$ <p>mà $x > 0; x \neq 4$, suy ra: $0 < x < 4$.</p> <p>Vậy với $0 < x < 4$ thì $A < 0$.</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$</p> <p>mà $x > 0; x \neq 4$, suy ra: $0 < x < 4$.</p> <p>Vậy với $0 < x < 4$ thì $A < 0$.</p>	0,25
Câu 2 (2,0 điểm)	<p>1. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx + 1$.</p> <p>a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm m để hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục tung.</p>	1,0

	<p>b) Gọi $x_A; x_B$ tương ứng là hoành độ của A và B. Xác định giá trị của m để biểu thức $Q = x_A^2 + x_B^2 - 2(x_A + x_B)$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó?</p>	
	<p>a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = 2mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 1 = 0$ là phương trình bậc hai có $\Delta' = m^2 + 1 > 0$ với mọi m. Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Vậy đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. - Hai điểm A, B đối xứng nhau qua trục tung nên $x_A = -x_B \Leftrightarrow x_A + x_B = 0 \Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Theo hệ thức Vi-et có: $\begin{cases} x_A + x_B = 2m \\ x_A \cdot x_B = -1 \end{cases}$ Từ đó: $Q = x_A^2 + x_B^2 - 2(x_A + x_B) = (x_A + x_B)^2 - 2x_A x_B - 2(x_A + x_B)$ $= 4m^2 + 2 - 4m = (2m - 1)^2 + 1 \geq 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là 1 đạt được khi $m = \frac{1}{2}$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$</p> <p>a) Giải hệ phương trình với $m = 1$ b) Xác định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên.</p>	<p>1,0</p>
	<p>a) Với $m = 1$ hệ trở thành: $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = 0; y = 1$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) $\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ x = \frac{(2m - 1) - my}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow m \cdot \frac{(2m - 1) - my}{2} + 2y = m + 1$ $\Leftrightarrow 2m^2 - m - m^2 y + 4y = 2m + 2$ $\Leftrightarrow (m^2 - 4)y = 2m^2 - 3m - 2$ $\Leftrightarrow (m - 2)(m + 2)y = (m - 2)(2m + 1) \quad (1)$ Để hệ có nghiệm duy nhất thì phương trình (1) phải có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (m - 2)(m + 2) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$ Với $m \neq \pm 2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất:</p>	<p>0,25</p>

$$\begin{cases} y = \frac{(m-2)(2m+1)}{m^2-4} = \frac{2m+1}{m+2} = 2 - \frac{3}{m+2} \\ x = \frac{m-1}{m+2} = 1 - \frac{3}{m+2} \end{cases}$$

0,25

Với m nguyên, để x, y là những số nguyên thì $m+2 \in U(3)$

$$\Leftrightarrow m+2 \in \{\pm 1; \pm 3\} \Leftrightarrow m \in \{-1; -3; 1; -5\} \quad (t/m)$$

Vậy $m \in \{-1; -3; 1; -5\}$

Cho $(O; R)$, đường thẳng d cố định không qua O và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, B . Từ một điểm C trên d (A nằm giữa B và C) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (N cùng phía với O so với d). Gọi H là trung điểm AB , đường thẳng OH cắt tia CN tại K .

Câu 3
(3,0 điểm)

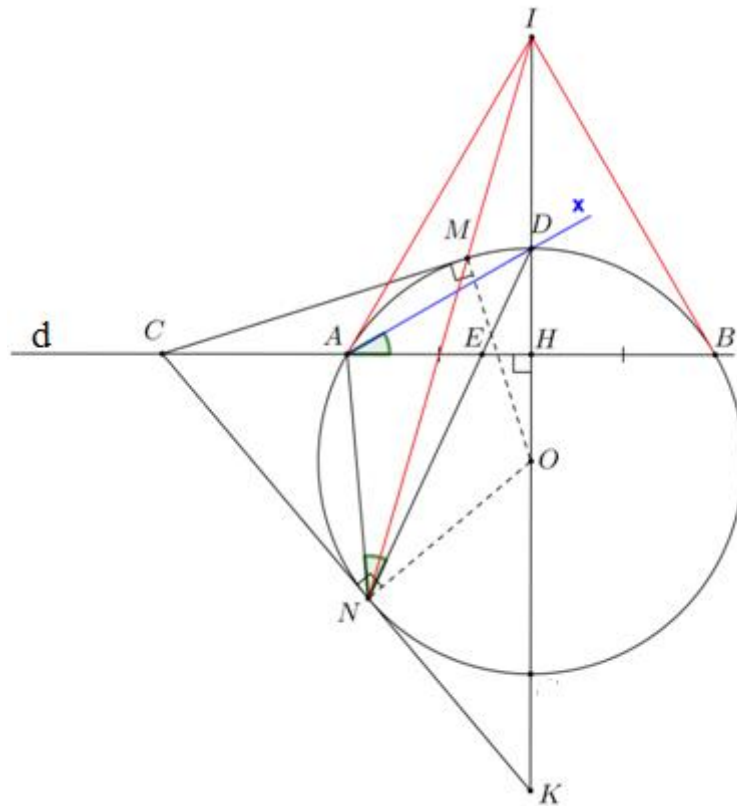
a) Chứng minh tứ giác $CHON$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $KN.KC = KH.KO$.

c) Gọi D là giao điểm của tia OH với đường tròn (O) . Đường thẳng ND cắt AB tại E . Chứng minh AD là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác AEN .

3,0

d) Chứng minh rằng khi C thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện bài toán thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.



	<p>a) Ta có: H là trung điểm của dây AB (không qua O) (gt) $\Rightarrow \hat{C}HO = 90^\circ$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung) CN tiếp tuyến của (O) tại N (gt) $\Rightarrow CN \perp ON$ tại N (t/c của tiếp tuyến) $\Rightarrow \hat{C}NO = 90^\circ$ Tứ giác $CNOH$ có $\hat{C}NO + \hat{C}HO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Nên tứ giác $CNOH$ nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180°) Vậy bốn điểm C, H, O, N thuộc một đường tròn.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b) Có: $\hat{K}NO = 90^\circ$ (kề bù với $\hat{C}NO$); $\hat{K}HC = \hat{C}HO = 90^\circ$ Xét ΔKNO và ΔKHC, có: $\hat{O}KN$ chung, $\hat{K}NO = \hat{K}HC = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \Delta KNO \sim \Delta KHC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{KN}{KH} = \frac{KO}{KC} \Rightarrow KN \cdot KC = KH \cdot KO$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>c) Xét $(O; R)$, có: H là trung điểm của dây cung AB không đi qua tâm O, OH cắt (O) tại $D \Rightarrow D$ là điểm chính giữa của cung nhỏ AB $\Rightarrow sđ \widehat{AD} = sđ \widehat{BD}$ $\Rightarrow \hat{D}AB = \hat{A}NE$ (các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau) Trên nửa mặt phẳng bờ AN chứa E, kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoài tiếp ΔANE. Khi đó có $\hat{E}Ax = \hat{A}NE$, đồng thời có Ax và AN thuộc 2 mặt phẳng đối nhau bờ AE. Từ đó suy ra $Ax \equiv AD$ Vậy AD là tiếp tuyến đường tròn ngoài tiếp ΔANE.</p>	0,25 0,25
	<p>d) Tiếp tuyến tại A và B cắt nhau ở I. Do A, B và (O) cố định nên suy ra I cố định. Ta chứng minh I, M, N thẳng hàng. Ta có: $OM^2 = OH \cdot OI (= OA^2)$ Có AI là tiếp tuyến của (O) tại A (gt) $\Rightarrow \hat{O}AI = 90^\circ \Rightarrow \Delta OAI$ là vuông tại A. Xét ΔOAI vuông tại A, đường cao AH, có: $OA^2 = OH \cdot OI$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông). Mà $OA = OM = R \Rightarrow OM^2 = OH \cdot OI \Rightarrow \frac{OM}{OI} = \frac{OH}{OM}$ Xét ΔOHM và ΔOMI có: $\frac{OH}{OM} = \frac{OM}{OI}$ ($OM^2 = OH \cdot OI$) và $\hat{M}OI$ chung $\Rightarrow \Delta OHM \sim \Delta OMI$ (g.g) $\Rightarrow \hat{O}MI = \hat{O}HM$ (hai góc tương ứng) Tứ giác $MNOH$ nội tiếp đường tròn đường kính $OC \Rightarrow \hat{M}HI = \hat{O}NM$ (cùng bù với $\hat{M}HO$). Mà $\hat{O}NM = \hat{O}MN$ ($ON = OM$) và $\hat{M}HI + \hat{M}HO = 180^\circ$. $\Rightarrow \hat{O}MI + \hat{O}MN = 180^\circ$. Suy ra I, M, N thẳng hàng. Do đó MN luôn đi qua điểm I cố định.</p>	0,25 0,25
Câu 4 (0,5 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3y^2 + 1 + 2y(x+1) = 4y\sqrt{x^2 + 2y + 1} \\ y(y-x) = 3 - 3y \end{cases}$	0,5

Điều kiện: $x^2 + 2y + 1 \geq 0$.

Phương trình $3y^2 + 1 + 2y(x+1) = 4y\sqrt{x^2 + 2y + 1}$ tương đương:

$$4y^2 - 4y\sqrt{x^2 + 2y + 1} + x^2 + 2y + 1 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$\Leftrightarrow (2y - \sqrt{x^2 + 2y + 1})^2 = (x - y)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 2y + 1} = 3y - x \\ \sqrt{x^2 + 2y + 1} = x + y \end{cases}$$

TH 1: $\sqrt{x^2 + 2y + 1} = 3y - x$. Bình phương hai vế phương trình ta được:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y \geq x \\ x^2 + 2y + 1 = 9y^2 - 6xy + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y \geq x \\ 6xy = 9y^2 - 2y - 1 \\ xy = y^2 + 3y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = 1(TM) \\ x = \frac{415}{51}; y = \frac{17}{3}(TM) \end{cases}$$

0,25

TH 2: $\sqrt{x^2 + 2y + 1} = x + y$. Bình phương hai vế phương trình:

$$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x^2 + 2y + 1 = x^2 + 2xy + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2xy = -y^2 + 2y + 1 \\ xy = y^3 + 3y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = 1 \\ x = \frac{41}{21}; y = -\frac{7}{3}(L) \end{cases}$$

0,25

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (1; 1), \left(\frac{415}{51}; \frac{17}{3}\right)$