

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) vào tờ giấy thi

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Điều kiện để $\sqrt{\frac{x^2}{x-3}}$ xác định là

- A. $x > 3$. B. $x \geq 3$. C. $x \neq 3$. D. $x > 3; x \neq 0$.

Câu 2. Giá trị của m để $y = (2m+1)x + 2 - 2x$ là hàm số bậc nhất

- A. $m \neq \frac{-1}{2}$. B. $m \neq \frac{1}{2}$. C. $m \neq 0$. D. $m > \frac{-1}{2}$.

Câu 3. Đường thẳng $y = (a-1)x + 3$ đi qua $A(1;4)$ thì hệ số góc của đường thẳng là

- A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ Khi đó $x - y$ bằng

- A. 1. B. -4. C. 2. D. 0.

Câu 5. Tổng số sách của hai tủ là 2024 quyển. Nếu chuyển 500 quyển sách từ tủ thứ hai sang tủ thứ nhất thì số sách của tủ thứ nhất gấp 3 lần số sách ở tủ thứ hai. Số sách của tủ thứ nhất là

- A. 506. B. 1012. C. 500. D. 1018.

Câu 6. Cho hàm số $y = -3x^2$. Khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số luôn đồng biến với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đồng biến khi $x > 0$.
B. Hàm số đồng biến khi $x < 0$. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$.

Câu 7. Biết Parabol $y = x^2$ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$). Giá trị $T = 2x_1 + 3x_2$ bằng

- A. -5. B. -10. C. 5. D. 10.

Câu 8. Phương trình $2x^2 + 4x - 1 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ bằng

- A. 6. B. -2. C. -10. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BC = 20cm, CH = 4cm$. Độ dài cạnh AC là

- A. $2\sqrt{5}cm$. B. $4\sqrt{5}cm$. C. $4\sqrt{2}cm$. D. $8\sqrt{2}cm$.

Câu 10. Một cột đèn cao $5m$, tại một thời điểm tia sáng mặt trời tạo với mặt đất một góc 60° . Hỏi bóng của cột đèn trên mặt đất dài bao nhiêu mét?

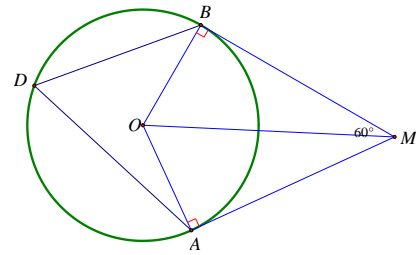
- A. $\frac{5}{\sqrt{2}}m$. B. $\frac{10}{\sqrt{2}}m$. C. $\frac{5}{2}m$. D. $\frac{5}{\sqrt{3}}m$.

Câu 11. Cho đường tròn $(O; 8cm)$, dây $AB = 12cm$. Khoảng cách từ tâm O đến dây AB là

- A. $4\sqrt{5}$. B. 28. C. $2\sqrt{7}$. D. 80.

Câu 12. Cho hình vẽ, biết $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Số đo \widehat{ADB} là

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 30° .
- D. 120° .



PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm): Cho hai biểu thức: $A = \frac{2 \cdot (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6}$ (với $x \geq 0, x \neq 4; x \neq 9$)

- a) Tính giá trị của A khi $x = 25$.
- b) Rút gọn biểu thức B.
- c) Tìm các giá trị x nguyên để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị nguyên.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 5x - m + 2$ (m là tham số).

- a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$.
- b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.

2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ (với m là tham số)

- a) Giải hệ phương trình với $m = -1$.
- b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 1$.

Câu 3. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O, R) . Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Đường cao AD, BE cắt nhau tại H (D thuộc BC, E thuộc AC). Kéo dài BE cắt đường tròn (O, R) tại F.

- a) Chứng minh tứ giác CDHE; ABDE nội tiếp.
- b) Chứng minh ΔAHF là tam giác cân.
- c) Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE .
- d) Cho $BC = \sqrt{3}R$, điểm A thay đổi trên cung lớn BC. Xác định vị trí của A trên (O, R) để $DH \cdot DA$ lớn nhất.

Câu 4. (0,5 điểm). Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$.

_____ **Hết** _____

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Mỗi câu đúng được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	A	D	D	B	A	C	B	D	C	B

II. TỰ LUẬN (7.0 điểm)

Nội dung	Điểm
<p>Câu 1. (1,5 điểm): Cho hai biểu thức:</p> $A = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \text{ (với } x \geq 0, x \neq 4; x \neq 9)$ <p>a) Tính giá trị của A khi $x = 25$.</p> <p>b) Rút gọn biểu thức B.</p> <p>c) Tìm các giá trị x nguyên để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên.</p>	
<p>a) Tính giá trị của A khi $x = 25$.</p>	0,5
<p>ĐKXĐ: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$</p> <p>Thay $x = 25$ vào biểu thức A ta có:</p> $A = \frac{2(\sqrt{25}-2)}{\sqrt{25}-3} = \frac{2(5-2)}{5-3} = 3$ <p>Vậy $A = 3$ khi $x = 25$</p>	0,25
<p>b) Rút gọn biểu thức B.</p>	0,5
<p>ĐKXĐ: $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$</p> $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) + (\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ <p>Vậy với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ ta có $B = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$.</p>	0,25
<p>c) Tìm các giá trị x nguyên để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên.</p>	0,5
<p>Ta có: $P = A.B$</p> $\Leftrightarrow P = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-2} \text{ (ĐKXĐ: } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9)$ $\Leftrightarrow P = \frac{2}{\sqrt{x}-3}$ <p>Để P nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 \in U(2)$</p> <p>Ta có: $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow \sqrt{x}-3 \in \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow \sqrt{x} \in \{2; 4; 1; 5\}$</p> $\Rightarrow x \in \{4; 16; 1; 25\}$ <p>Kết hợp ĐKXĐ ta có $x \in \{1; 16; 25\}$ thì $P = A.B$ nhận giá trị nguyên.</p>	0,25
<p>Câu 2. (2,0 điểm)</p>	

<p>1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ (m là tham số).</p> <p>a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$.</p> <p>b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.</p>	
a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$.	0,5
Đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ đi qua điểm $A(1;2)$ nên thay $x=1; y=2$ ta có: $2 = 5 \cdot 1 - m + 2 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5$ Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm	0,25 0,25
b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.	0,5
<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (d) cắt (P) là</p> $x^2 = 5x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + m - 2 = 0 \quad (1)$ <p>(d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt</p> $\Leftrightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(m - 2) > 0 \Leftrightarrow 33 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{33}{4} (*)$ <p>Với điều kiện (*) gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = 5; x_1 x_2 = m - 2$</p> <p>Ta có: $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 = 25$ $\Leftrightarrow 5^2 - 2(m - 2) + (m - 2)^2 = 25 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m - 4) = 0$ $\Leftrightarrow m = 2$ (TM (*)) hoặc $m = 4$ (TM (*)) Vậy $m = 2; m = 4$ là giá trị cần tìm.</p>	0,25 0,25
<p>2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ (với m là tham số)</p> <p>a) Giải hệ phương trình với $m = -1$.</p> <p>b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 1$.</p>	
a) Giải hệ phương trình với $m = -1$.	0,5
Thay $m = -1$ vào hệ phương trình ta được $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ -x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}$ Vậy với $m = -1$ hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; 9)$	0,25 0,25
b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 1$.	0,5
$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ mx + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 2)x = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ <p>Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi phương trình $(m + 2)x = 4$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.</p> <p>Khi đó ta có $\begin{cases} x = \frac{4}{m + 2} \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{m + 2} \\ y = 2 \cdot \frac{4}{m + 2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{m + 2} \\ y = \frac{m + 10}{m + 2} \end{cases}$</p> <p>Thay $x = \frac{4}{m + 2}; y = \frac{m + 10}{m + 2}$ vào $x + 2y = 1$ ta được</p>	0,25

$$\frac{4}{m+2} + 2 \cdot \frac{m+10}{m+2} = 1 \Rightarrow 2m + 24 = m + 2 \Leftrightarrow m = -22(TM)$$

Vậy $m = -22$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 1$.

0,25

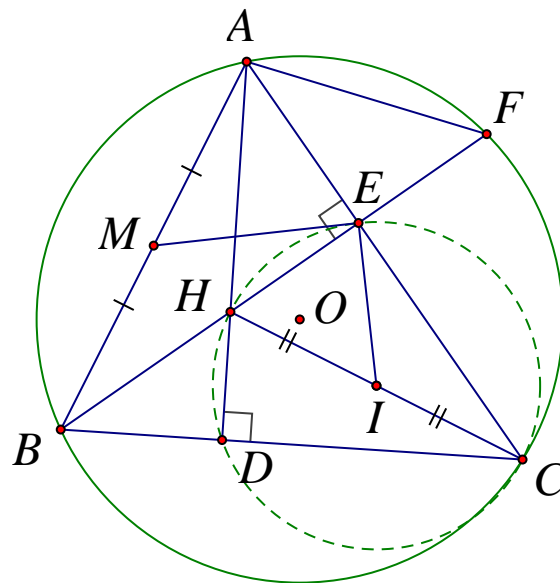
Câu 3. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O, R) . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Đường cao AD, BE cắt nhau tại H (D thuộc BC , E thuộc AC). Kéo dài BE cắt đường tròn (O, R) tại F .

a) Chứng minh tứ giác $CDHE$; $ABDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh ΔAHF là tam giác cân.

c) Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE .

d) Cho $BC = \sqrt{3}R$, điểm A thay đổi trên cung lớn BC . Xác định vị trí của A trên (O, R) để $DH \cdot DA$ lớn nhất.



a) Chứng minh tứ giác $CDHE$, $ABDE$ nội tiếp.

1,0

- Xét tứ giác $CDHE$ có

$$\widehat{HDC} = \widehat{HEC} = 90^\circ (gt) \Rightarrow \widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Nên tứ giác $CDHE$ nội tiếp.

0,5

- Xét tứ giác $ABDE$ có $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$

Nên tứ giác $ABDE$ nội tiếp.

0,5

b) Chứng minh ΔAHF cân

1,0

Ta có: $CDHE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AHF} = \widehat{ECD}$ (cùng bù \widehat{DHE})

Mà $\widehat{AFB} = \widehat{ACB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

Suy ra $\widehat{AHF} = \widehat{AFH}$

Vậy ΔAHF cân tại A .

0,5

0,5

c) Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE .

0,5

Gọi I là trung điểm HC . Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCDE .

+ Xét ΔABE vuông tại E có M là trung điểm AB

$$\Rightarrow ME = MA = MB = \frac{AB}{2} \text{ nên } \Delta AME \text{ cân tại } M \Rightarrow \widehat{MEA} = \widehat{MAE}$$

Xét ΔHEC vuông tại E có I là trung điểm HC

$$\Rightarrow IE = IC = IH = \frac{HC}{2} \text{ nên } \Delta IEC \text{ cân tại } I \Rightarrow \widehat{IEC} = \widehat{ICE}$$

Mặt khác $\widehat{MAE} + \widehat{ICE} = 90^\circ$ (Vì H là trực tâm ΔABC)

0,25

$\Rightarrow \widehat{AEM} + \widehat{IEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MEI} = 90^\circ$ Vậy ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$.	
d) Cho $BC = \sqrt{3}R$, điểm A thay đổi trên cung lớn BC. Xác định vị trí của A trên (O, R) để DH.DA lớn nhất.	0,5
Tứ giác AEDB nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{EBD} = \widehat{DAE}$ (Cùng chắn cung DE) $\Rightarrow \widehat{HBD} = \widehat{DAC}$ Xét $\triangle BDH$ và $\triangle ADC$ có $\left. \begin{array}{l} \widehat{BDH} = \widehat{ADC} = 90^\circ \\ \widehat{HBD} = \widehat{DAC} \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle ADC (g.g) \Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$ $\Rightarrow DH \cdot AD = BD \cdot DC$	0,25
Ta có: $4BD \cdot DC \leq (BD + DC)^2 \Rightarrow BD \cdot DC \leq \frac{(BD + DC)^2}{4} = \frac{BC^2}{4} \Rightarrow BD \cdot DC \leq \frac{3R^2}{4}$ Dấu “=” xảy ra khi $BD = DC$ suy ra AD là tiếp tuyến của tam giác ABC. Mà AD là đường cao nên $\triangle ABC$ cân tại A. Mặt khác ta chứng minh được $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Vậy $\triangle ABC$ là tam giác đều Vậy A di chuyển A trên (O, R) sao cho $\triangle ABC$ đều thì DH.DA lớn nhất.	0,25
Câu 4. (0,5 điểm). Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$	
ĐK: $x \geq -1; y \geq -1, xy \geq 0$. Hệ $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ x + y + 2 + 2\sqrt{(x+1)(y+1)} = 16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ x + y + 2\sqrt{x + y + xy + 1} = 14 \end{cases}$	0,25
Đặt $x + y = a, \sqrt{xy} = b, (a \geq 3, b \geq 0, a^2 \geq 4b^2)$. Ta được hệ phương trình $HPT \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a + 2\sqrt{a + b^2 + 1} = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 3 \\ b + 2\sqrt{b^2 + b + 4} = 11 \end{cases}$	0,25
$\begin{cases} a = b + 3 \\ 2\sqrt{b^2 + b + 4} = 11 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 3 \\ 4(b^2 + b + 4) = (11 - b)^2 \\ 11 - b \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
Vậy nghiệm của hệ phương trình: $(x; y) = (3; 3)$.	

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa