

Câu 1. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $2x^2 - x - 2 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá

trị của biểu thức $A = \frac{x_1^2}{x_2 + 1} + \frac{x_2^2}{x_1 + 1} - \frac{3}{2}x_1 - \frac{3}{2}x_2$.

Câu 3. (1,0 điểm) Để tính múi giờ của một địa điểm ta làm như sau:

- Ở Đông bán cầu (kí hiệu là $^{\circ}D$): múi giờ = kinh độ Đông : 15°
– Ở Tây bán cầu (kí hiệu là $^{\circ}T$): múi giờ = $(360^{\circ} - \text{kinh độ Tây}) : 15^{\circ}$

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Để tính giờ của một địa điểm, ta tính theo công thức sau: $T = GMT + H$ với T là giờ tại nơi đó, GMT là giờ gốc, H được quy đổi như sau:

Múi giờ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
H	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Múi giờ	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
H	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1

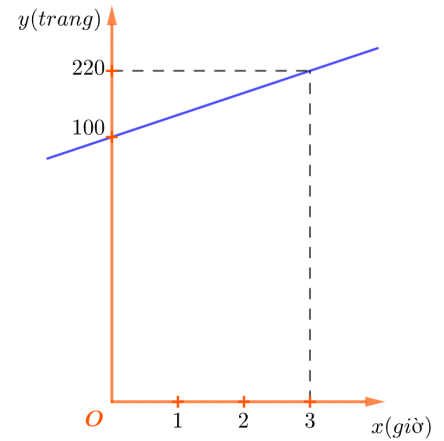
- a) Lúc 19h00 ở Hà Nội ($105^{\circ}D$) ngày 15/06/2021 thì lúc đó ở Los Angeles ($120^{\circ}T$) là mấy giờ?
b) Một chiếc máy bay cất cánh ở sân bay New York ($75^{\circ}T$) với vận tốc 750 km/h trên quãng đường chim bay dài 14250 km để hạ cánh xuống sân bay Tân Sơn Nhất ($105^{\circ}D$) của Việt Nam đúng 2 giờ sáng ngày 01/10/2021. Hỏi máy bay cất cánh tại New York ngày nào? Lúc mấy giờ?

Câu 4. (0,75 điểm) Hãng viễn thông Văn có ba phương án trả tiền cước điện thoại cho mỗi cuộc gọi như sau:

- Phương án I: Trả tổng cộng 99 cent cho 20 phút đầu, sau đó từ phút thứ 21 thì mỗi phút trả 5 cent.
– Phương án II: Kể từ lúc đầu tiên, mỗi phút trả 10 cent.
– Phương án III: Trả 25 cent tiền thuê bao, sau đó kể từ phút đầu tiên mỗi phút trả 8 cent.

Anh Toàn là nhân viên Sale bất động sản. Trung bình mỗi tháng thì anh Toàn thực hiện 200 cuộc gọi với 10% cuộc gọi 1 phút, 10% cuộc gọi 5 phút, 30% cuộc gọi 10 phút, 30% cuộc gọi 20 phút, 20% cuộc gọi 30 phút. Hỏi anh Toàn nên chọn phương án nào của hãng viễn thông Văn để có lợi nhất?

Câu 5. (1,0 điểm) Hôm qua, bạn Phương đã đọc được 100 trang đầu một cuốn sách. Hôm nay, trong 3 giờ bạn đọc thêm 120 trang. Gọi x (giờ) là thời gian đọc sách trong ngày hôm nay, y (trang) là số trang sách đã đọc được trong x (giờ) (số trang sách đọc được mỗi giờ là không thay đổi). Mối liên hệ giữa y và x là một hàm số bậc nhất: $y = ax + b$ có đồ thị như hình bên.



- Xác định các hệ số a, b .
- Nếu quyển sách 380 trang thì bạn Phương cần thêm bao nhiêu giờ để đọc hết quyển sách trên.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình bên là một thúng gạo vun đầy. Thúng có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 15cm.



- Tính thể tích phần gạo trong thúng. (làm tròn đến dạng 0,1).

Biết thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, hình trụ là $V = \pi R^2 h$ và hình cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

- Nhà Danh dùng lon sữa bò cũ có dạng hình trụ (bán kính đáy bằng 5cm, chiều cao 15cm) để đong gạo mỗi ngày. Biết mỗi ngày nhà Danh ăn 5 lon gạo và mỗi lần đong thì lượng gạo chiếm 90% thể tích lon. Hỏi với lượng gạo ở thúng trên thì nhà Danh có thể ăn nhiều nhất là bao nhiêu ngày.

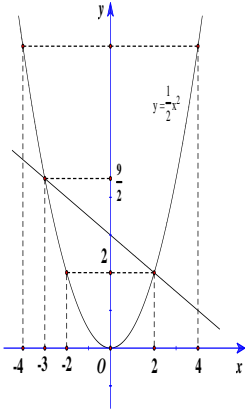
Câu 7. (0,75 điểm) Có 2 can đựng dầu, can thứ nhất đang chứa 38 lít và can thứ hai đang chứa 22 lít. Nếu rót từ can thứ nhất sang cho đầy can thứ hai thì lượng dầu trong can thứ nhất chỉ còn lại nửa thể tích của nó. Nếu rót từ can thứ hai sang cho đầy can thứ nhất thì lượng dầu trong can thứ hai chỉ còn lại $\frac{1}{3}$ thể tích của nó. Tính thể tích của mỗi can.



Câu 8. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi D là giao điểm của AH và BC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt BC tại S.

- Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp và $\widehat{EAH} = \widehat{EBC}$.
- Đường kính AK của đường tròn (O) cắt EF tại M, cắt BC tại N. Tiếp tuyến tại K của đường tròn (O) cắt tia AH tại Q. Chứng minh $HM \parallel QN$.
- Gọi I là trung điểm của BC. Đường tròn đường kính AH cắt AI tại P (P khác A). Chứng minh $SA = SP$.

---HẾT---

Bài	Nội dung	Điểm																								
1	<p>a) Bảng giá trị:</p> <table border="1" data-bbox="240 214 747 508"> <tr> <td>x</td> <td></td> <td>-2</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$y = \frac{1}{2}x^2$</td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$y = -\frac{1}{2}x + 3$</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 	x		-2	0			$y = \frac{1}{2}x^2$			0			x	0					$y = -\frac{1}{2}x + 3$	3					0,5 0,5
x		-2	0																							
$y = \frac{1}{2}x^2$			0																							
x	0																									
$y = -\frac{1}{2}x + 3$	3																									
	<p>b) Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d) :</p> $\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ <p>Thay $x = 2$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$</p> <p>Thay $x = -3$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 = \frac{9}{2}$</p> <p>Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là: $(2; 2)$ và $\left(-3; \frac{9}{2}\right)$.</p>	0,5																								
2	<p>Ta có $a.c = 2(-2) = -4 < 0 \Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của x. Áp dụng định lý Vi-et, ta có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$ <p>Ta có: $A = \frac{x_1^2}{x_2 + 1} + \frac{x_2^2}{x_1 + 1} - \frac{3}{2}x_1 - \frac{3}{2}x_2$</p> $= \frac{x_1^2(x_1 + 1) + x_2^2(x_2 + 1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} - \frac{3}{2}(x_1 + x_2) = \frac{x_1^3 + x_1^2 + x_2^3 + x_2^2}{x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1} - \frac{3}{2}(x_1 + x_2)$																									

	$= \frac{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1} - \frac{3}{2}(x_1 + x_2)$ $= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3(-1)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2(-1)}{-1 + \frac{1}{2} + 1} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = 7.$	1,0
3	<p>a) Lúc 19h00 ở Hà Nội ($105^\circ D$) ngày 15/06/2021 thì lúc đó ở Los Angeles ($120^\circ T$) là mấy giờ?</p> <p>giờ tại Hà Nội là: $\frac{105^\circ}{15} = 7 \Rightarrow H = 7$</p> <p>giờ tại Los Angeles là: $\frac{360^\circ - 120^\circ}{15} = 16 \Rightarrow H = -8$</p> <p>giờ gốc là: $19 = GMT + 7 \Rightarrow GMT = 12$ giờ</p> <p>lúc 19h00 ở Hà Nội ($105^\circ D$) ngày 15/06/2021 thì lúc đó ở Los Angeles là $12 - 8 = 4$ giờ</p>	0,5
	<p>b) Một chiếc máy bay cất cánh ở sân bay New York ($75^\circ T$) với vận tốc 750 km/h trên quãng đường chim bay dài 14250 km để hạ cánh xuống sân bay Tân Sơn Nhất ($105^\circ D$) của Việt Nam đúng 2 giờ sáng ngày 01/10/2021. Hỏi máy bay cất cánh tại New York ngày nào? Lúc mấy giờ? Thời gian để di chuyển từ New York đến sân bay Tân Sơn Nhất là:</p> $t = \frac{s}{v} = \frac{14250}{750} = 19 \text{ giờ}$ <p>Như vậy máy bay cất cánh vào lúc 7 giờ ngày 30/09/2021 theo giờ tại sân bay Tân Sơn Nhất.</p> <p>Múi giờ tại New York là: $\frac{360^\circ - 75^\circ}{15} = 19 \Rightarrow H = -5$</p> <p>Vậy giờ gốc là: $7 = GMT + 7 \Rightarrow GMT = 0$</p> <p>Vậy thời gian máy bay cất cánh ở New York là: $24 - 5 = 19$ giờ vào ngày 29/09/2021</p>	0,5

<p>4</p>	<p>Số cuộc gọi 1 phút là: $200.10\% = 20$ cuộc gọi Số cuộc gọi 5 phút là: $200.10\% = 20$ cuộc gọi Số cuộc gọi 10 phút là: $200.30\% = 60$ cuộc gọi Số cuộc gọi 20 phút là: $200.30\% = 60$ cuộc gọi Số cuộc gọi 30 phút: $200.20\% = 40$ cuộc gọi Vậy tổng số phút để thực hiện số cuộc gọi trên là: $20.1 + 20.5 + 60.10 + 60.20 + 30.40 = 3120$ phút. Số tiền phải trả ở phương án I là: $99 + (3120 - 21).5 = 15594 \text{ cent}$ Số tiền phải trả ở phương án II là: $3120.10 = 31200 \text{ cent}$ Số tiền phải trả ở phương án III là: $25 + 3120.8 = 24985 \text{ cent}$ Vậy anh Toàn nên chọn phương án I để có lợi nhất</p>	<p>0,75</p>
<p>5</p>	<p>hệ hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$</p> <p>a) Thay $x = 0, y = 100$ ta được pt: $0a + b = 100(1)$ Thay $x = 3, y = 100 + 120 = 220$ ta được pt: $3a + b = 220(2)$</p> <p>(1),(2) ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} 0a + b = 100 \\ 3a + b = 220 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} a = 40 \\ b = 100 \end{cases} \quad \text{Vậy } y = 40x + 100$ <p>b) Thay $y = 380 - 120 = 260$ vào hàm số ta được: $40x + 100 = 260$ Vậy bạn Phương cần thêm 4 giờ. $\hat{=} x = 4$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>6</p>	<p>a) Bán kính hình cầu là: $50:2=25(\text{cm})$ Thể tích gạo trong thúng là:</p> $V_{gao} = V_{non} + \frac{1}{2}V_{h.cau} = \frac{1}{3}\pi R^2 h + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ $= \frac{1}{3}\pi 25^2 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 25^3 = \frac{40625}{3}\pi \approx 42542,4(\text{cm}^3)$	

<p>8</p>		
	<p>a/ Chứng minh được các tứ giác AEHF, BCEF nội tiếp => đpcm</p> <p>b/ Chứng minh được góc HMN = góc QNK (= góc QDK)</p> <p>c/ Gọi T là trung điểm AH</p> <p>Chứng minh được IT vuông góc với SA</p> <p>Chứng minh được T là trực tâm của tam giác SAI</p> <p>=> ST vuông góc với AP</p> <p>Mà TA = TP</p> <p>=> đpcm.</p>	<p>1,0</p> <p>1,0</p> <p>1,0</p>