

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{-1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3x + 4$.

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2. (1 điểm)

Cho phương trình $-2x^2 - 5x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $M = (x_1 - x_2)^2 + \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1}$

Bài 3. (0,75 điểm)

Để ước tính chiều cao tối đa của trẻ em khi đạt đến độ trưởng thành, hoàn toàn có thể dựa vào chiều cao của bố mẹ. Cách tính chiều cao của con theo bố mẹ được các chuyên gia đánh giá cao bởi thực tế, sự di truyền các thế hệ có ảnh hưởng nhất định đến chiều cao của trẻ.

Ta có công thức tính như sau: $C = (B + M + 13A) : 2$.

Trong đó: C là chiều cao của người con (cm)

B là chiều cao của người bố (cm); M là chiều cao của người mẹ (cm)

A = 1 khi người con là Nam ; A = -1 khi người con là Nữ

a) Em hãy dùng công thức trên để tìm chiều cao tối đa của bạn Nam (giới tính là nam) biết ba của bạn Nam có chiều cao là 175cm và mẹ của bạn Nam có chiều cao là 168cm.

b) Bạn Hương (giới tính là nữ) có chiều cao là 164cm. Em hãy tính xem chiều cao tối đa của mẹ bạn Hương khi biết chiều cao của ba bạn Hương là 180cm.

Bài 4. (0,75 điểm)

Do các hoạt động công nghiệp thiếu kiểm soát của con người làm cho nhiệt độ trái đất tăng dần một cách rất đáng lo ngại. Các nhà khoa học đã đưa ra công thức dự báo nhiệt độ trung bình trên bề mặt trái đất như sau: $T = at + b$. Trong đó, T là nhiệt độ trung bình của bề mặt trái đất tính theo độ C; t là số năm kể từ năm 1950. Từ năm 1950 nhiệt độ trái đất là 15°C và sau 30 năm khảo sát các nhà khoa học đã thấy nhiệt độ trái đất đã tăng $0,6^{\circ}\text{C}$.

a) Em hãy xác định hệ số a và b.

b) Nhiệt độ trên trái đất ngày càng nóng đã làm băng tan ở các cực nhanh hơn, làm cho mực nước biển dâng cao dẫn đến hiện tượng biển lấn – nước biển xâm nhập sâu vào

trong đất liền dẫn đến tình trạng các vùng đất quanh biển, ven sông nhiễm mặn ngày càng nhiều và còn thiếu cả nước ngọt cho sản xuất và sinh hoạt. Các nhà khoa học đã thống kê được rằng nếu trái đất nóng lên 1°C thì mực nước biển sẽ tăng 2 mm, em hãy tính xem vào năm nào thì mực nước biển dâng lên 15 mm?

Bài 5. (1 điểm)

Một cửa hàng mở chương trình khuyến mãi như sau: Nếu mua sản phẩm thứ nhất nguyên giá thì sản phẩm thứ 2 được giảm 10 nghìn đồng, sản phẩm thứ 3 được giảm 10%. Từ sản phẩm thứ 4 trở đi khách hàng chỉ phải trả 80% giá niêm yết.

a) Bạn An đến mua 13 sản phẩm và phải trả 1298 nghìn đồng. Hỏi giá bán 1 sản phẩm khi chưa giảm là bao nhiêu?

b) Khi chủ cửa hàng nhập vào 100 sản phẩm và chỉ bán được 80 sản phẩm thì khi bán xong chủ cửa hàng lời hay lỗ bao nhiêu %? Biết giá vốn 1 sản phẩm và 60 nghìn đồng.

Bài 6. (1 điểm)

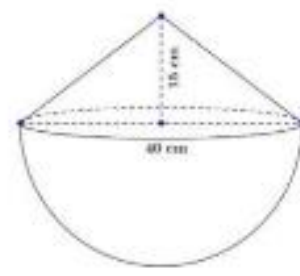
Một người nông dân gánh một quang gánh gồm 2 thúng gạo có kích thước và chứa lượng gạo hai bên như nhau. Một thúng gạo là nửa hình cầu có đường kính là 40 cm và để có thể đem được nhiều gạo hơn, người dân mới đổ đầy gạo vào thúng và vun gạo lên trên thành một hình nón có chiều cao 15cm.

a) Tính lượng gạo trong 1 thúng của quang gánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

b) Người nông dân dùng lon sữa bò có dạng hình trụ có bán kính đáy 4cm, chiều cao bằng 10cm để đong gạo vào thúng. Mỗi lần đong được lượng gạo bằng 95% thể tích lon. Hỏi người nông dân cần đong ít nhất bao nhiêu lon gạo để đủ gạo cho quang gánh như trên.

(Biết thể tích hình nón $V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot R^2 \cdot h$; thể tích hình cầu $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3$; thể tích hình trụ

$V = 3,14 \cdot R^2 \cdot h$)



Bài 7. (1 điểm)

Trong kho của một công ty xuất khẩu nông sản, có 2500 bao gạo và ngô, mỗi bao gạo nặng 20 kg, mỗi bao ngô nặng 15kg. Do thời tiết ẩm ướt, nên 15% số bao ngô đã bị hỏng không thể xuất khẩu. Biết giá xuất khẩu 20000 đồng/kg gạo và 15000 đồng/kg ngô và công ty thu về được 582500000 đồng. Hỏi ban đầu có bao nhiêu bao gạo?

Bài 8. (3 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp (O). Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại S. Gọi I là hình chiếu của O lên BC.

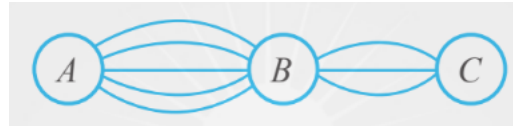
a) Chứng minh: tứ giác SAOI nội tiếp

b) Gọi H và D lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC. Chứng minh: $\widehat{OAH} = \widehat{IAD}$

c) Vẽ đường cao CE của ΔABC . Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE. Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại K. Chứng minh: $BQ \cdot BA = BD \cdot BI$ và $CK \parallel SO$

Bài tập bổ sung về xác suất thống kê:

Có 3 thị trấn A, B, C. Có 5 con đường để đi từ A đến B, có 3 con đường để đi từ B đến C. Có bao nhiêu cách chọn một con đường để đi từ A, qua B rồi đến C?



HẾT

Bài	Hướng dẫn chấm
1a	Vẽ đúng (P) và (d)
1b	Tìm đúng tọa độ giao điểm: $(-2; -2); (-4; -8)$
2	<p>Theo Vi-et: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-5}{2} \\ P = x_1 x_2 = \frac{4}{-2} = -2 \end{cases}$</p> $M = (x_1 - x_2)^2 + \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1} = (x_1 - x_2)^2 + \frac{2(x_1^2 + x_2^2)}{x_1 x_2} = S^2 - 4P + \frac{2(S^2 - 2P)}{P}$ $M = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4(-2) + \frac{2\left[\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2(-2)\right]}{-2} = 4$
3a	<p>Chiều cao tối đa của Nam là: $\frac{175 + 168 + 13.1}{2} = 178(cm)$</p> <p>Vậy chiều cao tối đa của Nam là: $178cm$</p>
3b	<p>Chiều cao tối đa của mẹ bạn Hương là:</p> $164 = \frac{180 + M + 13.(-1)}{2}$ $\Leftrightarrow 180 + M - 13 = 328$ $\Leftrightarrow M + 167 = 328$ $\Leftrightarrow M = 161 (cm)$ <p>Vậy chiều cao tối đa của mẹ bạn Hương là: $161cm$.</p>
4a	<p>Năm 1950 $\Rightarrow t = 1950 - 1950 = 0$</p> <p>Thay $t = 0, T = 15$ vào $T = at + b \Rightarrow 15 = a.0 + b$ (1)</p> <p>Sau 30 năm, thay $t = 30, T = 15 + 0,6 = 15,6$ vào $T = at + b$</p> $\Rightarrow 15,6 = a.30 + b$ (2) <p>Từ (1) và (2), ta có hệ pt: $\begin{cases} 15 = a.0 + b \\ 15,6 = a.30 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{50} \\ b = 15 \end{cases}$ Vậy $T = \frac{1}{50}t + 15$</p>

4b	<p>Khi trái đất nóng lên 1°C thì mực nước biển sẽ tăng 2 mm, vậy mực nước biển dâng lên 15 mm thì trái đất nóng lên $7,5^{\circ}\text{C}$.</p> <p>Thay $T = 15 + 7,5 = 22,5$ vào $T = \frac{1}{50}t + 15 \Rightarrow \frac{1}{50}t + 15 = 22,5 \Leftrightarrow t = 375$</p> <p>Vậy năm mực nước biển dâng lên 15 mm là năm:</p> $1950 + 375 = 2325$
5a	<p>Gọi x (nghìn đồng) là giá bán của một sản phẩm khi chưa giảm ($x > 0$)</p> <p>Theo bài ta có:</p> $x + x - 10 + x(100\% - 10\%) + (13 - 3) \cdot 80\% \cdot x = 1298$ $\Leftrightarrow x = 120 \text{ (nghìn đồng)}$
5b	<p>Tiền vốn bỏ ra để nhập hàng là: $60 \cdot 100 = 6000$ (nghìn đồng)</p> <p>Số tiền bán 80 sản phẩm:</p> $120 + 120 - 10 + 120 \cdot (100\% - 10\%) + (80 - 3) \cdot 80\% \cdot 120 = 7730 \text{ (nghìn đồng)}$ <p>Số tiền lời của hàng thu về: $7730 - 6000 = 1730$ (nghìn đồng)</p> <p>% tiền lời là: $1730 : 6000 \cdot 100\% = 29\%$</p>
6a	<p>Lượng gạo trong 1 thúng gạo là:</p> $\frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 20^2 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 20^3 = \frac{69080}{3} \text{ cm}^3 \approx 23026,7 \text{ cm}^3$
6b	<p>b) Lượng gạo 1 lon đong được vào thúng:</p> $95\% \cdot 3,14 \cdot 4^2 \cdot 10 = 477,28 \text{ cm}^3$ $(2 \cdot 23026,7) : 477,28 = 96,5$ <p>Vậy cần đong ít nhất 97 lần sẽ đầy gạo vào quang gánh.</p>
7	<p>Gọi x, y lần lượt là số bao gạo và bao ngô ban đầu ($x, y \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>Theo đề ta có hpt: $\begin{cases} x + y = 2500 \\ 20 \cdot x \cdot 20 + 15 \cdot y \cdot 85\% \cdot 15 = 582500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 2000 \end{cases}$</p> <p>Vậy: Số bao gạo ban đầu là 500 bao.</p>

8	
8a	<p>Chứng minh: tứ giác SAOI nội tiếp</p> <p>Tứ giác SAOI có: $\widehat{SAO} + \widehat{SIO} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác SAOI nội tiếp</p>
8b	<p>Chứng minh: $\widehat{OAH} = \widehat{IAD}$</p> <p>Tứ giác SAHD có: $\widehat{SHA} = \widehat{SDA} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác SAHD nội tiếp \Rightarrow $\widehat{DAH} = \widehat{DSH}$ (1)</p> <p>Tứ giác SAOI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DSH} = \widehat{IAO}$ (2)</p> <p>Từ (1)(2) $\Rightarrow \widehat{DAH} = \widehat{IAO}$</p> <p>Mà $\widehat{DAH} + \widehat{HAI} = \widehat{IAD}$; $\widehat{IAO} + \widehat{HAI} = \widehat{OAH}$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{OAH} = \widehat{IAD}$</p>
8c	<p>Chứng minh: $BQ \cdot BA = BD \cdot BI$ và $CK \parallel SO$</p> <p>❖ Ta có : $IQ \parallel CE$ (đường trung bình) mà $CE \perp EB$</p> <p>$\Rightarrow IQ \perp EB \Rightarrow \widehat{IQA} = \widehat{IDA} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác QDIA nội tiếp</p> <p>Để chứng minh : $BQ \cdot BA = BD \cdot BI$ (phương tích)</p> <p>❖ Ta có : tứ giác QDIA nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{BDQ}$ mà $\widehat{KDC} = \widehat{BDQ}$ (đối đỉnh)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{KDC} = \widehat{BAI}$ (3)</p> <p>Ta có : $\widehat{OAC} = \frac{180^\circ - \widehat{AOC}}{2} = 90^\circ - \widehat{ABC} = \widehat{BAD}$</p> <p>Mà $\widehat{OAH} = \widehat{IAD}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{CAK} = \widehat{BAI}$ (4)</p> <p>Từ (3)(4) $\Rightarrow \widehat{KDC} = \widehat{KAC} \Rightarrow$ tứ giác ADKC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AKC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow CK \perp AK$ mà $AK \perp SO \Rightarrow CK \parallel SO$</p>
<p>Bài tập bổ sung về xác suất thống kê</p>	<p>Số cách đi từ A đến B: 5 cách</p> <p>Số cách đi từ B đến C: 3 cách</p> <p>Số cách đi từ A đến C: $5 \cdot 3 = 15$ cách</p>