

Bài 1. (1,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D): $y = x + 4$

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai: $x^2 - x - 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức: $x_1^2 + x_2^2$

Bài 3. (0,75 điểm)

Một cửa hàng sách cũ có một chính sách như sau: Nếu khách hàng đăng ký làm hội viên của cửa hàng sách thì mỗi năm phải đóng 50 000 đồng chi phí và chỉ phải mượn sách với giá 5000 đồng/cuốn sách, còn nếu khách hàng không phải hội viên thì sẽ mượn sách với giá 10 000 đồng/cuốn sách. Gọi s (đồng) là tổng số tiền mỗi khách hàng phải trả trong mỗi năm và t là số cuốn sách mà khách hàng mượn

- Lập hàm số của s theo t đối với khách hàng là hội viên và với khách hàng không phải là hội viên
- Trung là một hội viên của cửa hàng sách, năm ngoái thì Trung đã trả cho cửa hàng sách tổng cộng 90 000 đồng. Hỏi nếu Trung không phải là hội viên của cửa hàng sách thì số tiền phải trả là bao nhiêu?

Bài 4. (1,0 điểm)

Để chuẩn bị cho hội trại 26 tháng 3, lớp 9A đi đặt may áo lớp. Giá mỗi áo nam là 120 nghìn đồng, mỗi áo nữ là 110 nghìn đồng. Vì mua số lượng nhiều nên được giảm 10% trên tổng giá tiền do đó cả lớp trả số tiền tổng cộng là 4 437 000 đồng. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu bạn nam và bao nhiêu bạn nữ. Biết rằng sĩ số của lớp là 43 học sinh.

Bài 5. (1,0 điểm)

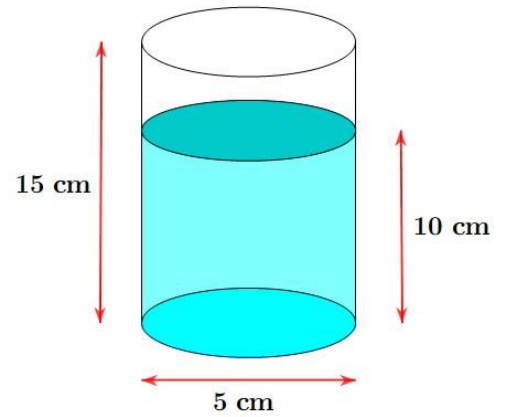
Một trường có hơn 1000 học sinh muốn tổ chức đêm ca nhạc gây quỹ ủng hộ biển đảo. Chi phí cho trang trí và âm thanh là 3 triệu đồng, cho bảo vệ, phục vụ và những người hỗ trợ chung là 1 triệu đồng. Tiền in vé là 1000 đồng cho 20 vé. Dự tính giá vé là 10000 đồng. Hỏi phải bán được ít nhất bao nhiêu vé mới có lãi hơn 3 triệu đồng để gây quỹ ủng hộ biển đảo?

Bài 6. (1,0 điểm)

Một ly nước dạng hình trụ có chiều cao là 15 cm, đường kính đáy là 5 cm, lượng nước tinh khiết trong ly cao 10 cm.

a/ Lượng nước được chứa trong ly là bao nhiêu centimet khối?

b/ Người ta thả vào ly nước 5 viên bi hình cầu có cùng thể tích, đồng chất và ngập hoàn toàn trong nước làm nước trong ly dâng lên bằng miệng ly. Hỏi bán kính của mỗi viên bi là bao nhiêu ml (Giả sử độ dày của ly, để ly là không đáng kể).



Biết rằng:

Công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$ và công thức tính thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Trong đó: r là bán kính đáy, h là chiều cao hình trụ, R là bán kính của hình cầu và $\pi \approx 3,14$

Bài 7. (0,75 điểm)

Trường THCS A tổ chức Hội Khỏe Phù Đổng cho các em học sinh nhằm tuyên truyền vận động nâng cao sức khỏe trong học đường. Ở môn thi bóng đá có 5 đội vào vòng chung kết và thi đấu theo thể thức vòng tròn 1 lượt. Đội thắng được 3 điểm, thua 0 điểm và nếu trận đấu có kết quả hòa thì mỗi đội được 1 điểm. Sau khi thi đấu thì cổ động viên thấy tổng điểm của 5 đội là 21 điểm. Hỏi đội vô địch đã thắng với số điểm bao nhiêu?

Bài 8. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có dây BC không là đường kính. Điểm A thuộc cung lớn BC sao cho $AB < AC$ và ABC là tam giác nhọn. các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau ở Q (B, C là tiếp điểm). Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, QB, QC.

a) Chứng minh tứ giác ADBE nội tiếp và $\hat{ADE} = \hat{ACB}$

b) Cho ED cắt AB tại H, FD cắt AC tại K. Chứng minh HK song song với BC và HK tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE.

c) Gọi M là giao điểm của OQ và BC. Đường tròn ngoại tiếp các tam giác AHE, AKF cắt nhau tại I. Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.

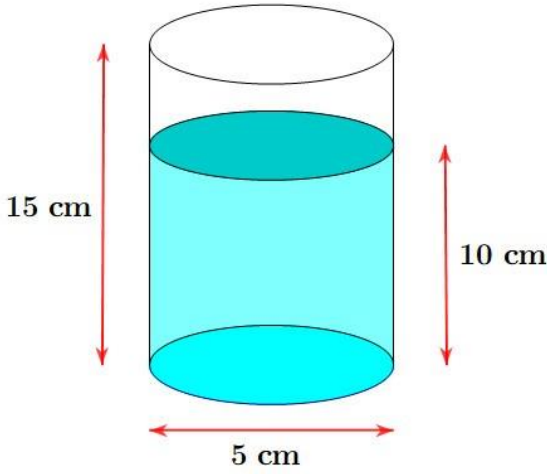
Bài 9:

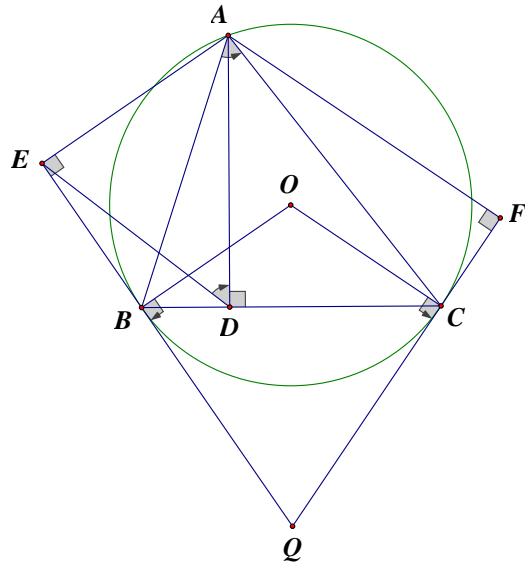
Một nhà máy sản xuất máy lọc nước tiến hành kiểm tra chất lượng của lô hàng gồm 1 000 máy lọc nước được sản xuất và thấy có 4 máy bị lỗi. Trong một lô hàng có 2 200 máy lọc nước, hãy dự đoán xem có khoảng bao nhiêu máy lọc nước không bị lỗi.

Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM CHI TIẾT

Bài	Nội dung	Điểm
1a	Cho (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và (D): $y = x + 4$ a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Bảng giá trị	0.25đ
	Vẽ đồ thị	0.25đ
	Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (D): $\frac{1}{2}x^2 = x + 4$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$ $x = 4 \Rightarrow y = 8$ $x = -2 \Rightarrow y = 2$ (P) và (D) cắt nhau tại (4;8) và (-2;2)	0.5đ
2	$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.(-2) = 9 > 0$ Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt	0.25đ
	Vậy pt luôn có 2 nghiệm. Theo hệ thức Viet, ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 1 \\ P = x_1x_2 = \frac{c}{a} = -2 \end{cases}$ $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1^2 - 2.(-2) = 5$	0.75đ
3	a) Nếu khách hàng là hội viên : $s = 50\,000 + 5000t$ Nếu khách hàng không là hội viên : $s = 10\,000t$	0.25đ

	<p>b) Vì Trung là hội viên và phải trả tổng số tiền là 90 000 đồng nên: $50\,000 + 5000t = 90\,000$ Suy ra $t = (90\,000 - 50\,000) : 5000 = 8$ (cuốn) Vậy số tiền Trung phải trả nếu không phải hội viên $10\,000 \cdot 8 = 80\,000$ (đồng)</p>	0.5đ
4	<p>Gọi: x (hs) là số học sinh nam của lớp 9A y (hs) là số học sinh nữ của lớp 9A Điều kiện : $x ; y \in \mathbb{N}^*$ và $x ; y < 43$ Theo đề bài ta có hệ pt :</p> $\begin{cases} x + y = 43 \\ (120x + 110y)(1 - 10\%) = 4437 \end{cases}$	0.5đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 43 \\ 120x + 110y = 4930 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 23 \end{cases}$ <p>Vậy lớp 9A có 20 học sinh nam và 23 học sinh nữ</p>	0.5đ
5	<p>Gọi x là số vé cần bán. Số tiền thu được khi bán x vé: $10\,000x$ (đồng) Số tiền in x vé: $\frac{1\,000}{20}x = 50x$ (đồng) Đề thu lãi hơn 3 triệu đồng thì: $10\,000x - 50x - 3\,000\,000 - 1\,000\,000 > 3\,000\,000$</p>	0.5đ
	$\Leftrightarrow 9950x > 7\,000\,000$ $\Leftrightarrow x > 703,518$ <p>Vậy trường phải bán được ít nhất là 704 vé thì mới có lãi hơn 3 triệu đồng</p>	0.5đ
6	 <p>The diagram shows a cylinder with a radius of 5 cm and a total height of 15 cm. The water inside is 10 cm high.</p>	0.25đ
	<p>a) Lượng nước chứa trong ly là: $3,14 \cdot (5:2)^2 \cdot 10 = 196,25$ (cm³)</p>	

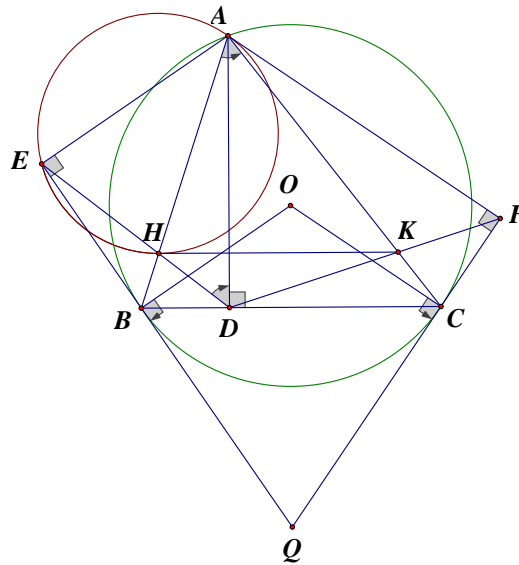
	<p>b) Lượng nước dâng lên chính là thể tích của cả 5 viên bi nên thể tích của 5 viên bi là:</p> $3,14.(5:2)^2.(15 - 10) = 98,125 \text{ (cm}^3\text{)}$	0.25đ
	<p>Thể tích của một viên bi:</p> $98,125 : 5 = 19,625 \text{ (cm}^3\text{)}$	0.25đ
	<p>Bán kính của một viên bi:</p> $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3.19,625}{4.3,14}} \approx 6,5 \text{ (cm}^3\text{)}$	0.25đ
7	<p>Với 5 đội thi đấu vòng tròn 1 lượt thì tổng số trận thi đấu là $5.4:2 = 10$ trận</p> <p>Giả sử các trận đều hòa thì mỗi đội được 1 điểm và tổng điểm của trận đó là 2 điểm. Suy ra, tổng điểm của 10 trận hòa nhau là $2.10 = 20$ điểm</p> <p>Theo đề bài ta có tổng điểm của 5 đội là 21 điểm nên suy ra chênh lệch 1 điểm so với trận hòa.</p> <p>Do đó phải đổi 1 trận hòa với 1 trận không hòa.</p>	0.5đ
	<p>Suy ra. Trong 10 trận thi đấu thì có 9 trận hòa và 1 trận không hòa.</p> <p>Vậy đội vô địch phải là đội thắng trong trận không hòa.</p> <p>Từ đó, ta thấy đội vô địch thi đấu 4 trận thì thắng 1 trận và hòa 3 trận.</p> <p>Nên tổng số điểm của đội vô địch là $3.1 + 2.3 = 6$ điểm</p>	0.5đ
8	<p>a) Chứng minh tứ giác ADBE nội tiếp và $\hat{ADE} = \hat{ACB}$</p> 	
	<p>Xét tứ giác ADBE có:</p> $\begin{cases} \hat{ADB} = 90^\circ \text{ (AD} \perp \text{BC)} \\ \hat{AEB} = 90^\circ \text{ (AE} \perp \text{QB)} \end{cases}$ <p>$\Rightarrow \hat{ADB} + \hat{AEB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$</p> <p>Vậy tứ giác ADBE nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180°)</p>	1đ

Ta có:

$$\begin{cases} \hat{ADE} = \hat{ABE} \left(= \frac{1}{2} \text{sd } \overline{AE} \right) \\ \hat{ABE} = \hat{ACB} \left(= \frac{1}{2} \text{sd } \overline{AB} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{ADE} = \hat{ACB} \quad (1)$$

b) Chứng minh HK song song với BC và HK tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE.



Xét tứ giác ADCF có:

$$\begin{cases} \hat{ADC} = 90^\circ \quad (AD \perp BC) \\ \hat{AFC} = 90^\circ \quad (AF \perp QC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{ADC} + \hat{AFC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác ADCF nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180°)

Ta có:

$$\begin{cases} \hat{ADF} = \hat{ACF} \left(= \frac{1}{2} \text{sd } \overline{AF} \right) \\ \hat{ADF} = \hat{ABC} \left(= \frac{1}{2} \text{sd } \overline{AC} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{ADF} = \hat{ABC} \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow \hat{HAK} + \hat{HDK} = \hat{HAK} + \hat{ADE} + \hat{ADF} = \hat{BAC} + \hat{ACB} + \hat{ABC} = 180^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác AHDK nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180°)

$$\Rightarrow \hat{AHK} = \hat{ADK} = \hat{ABC}$$

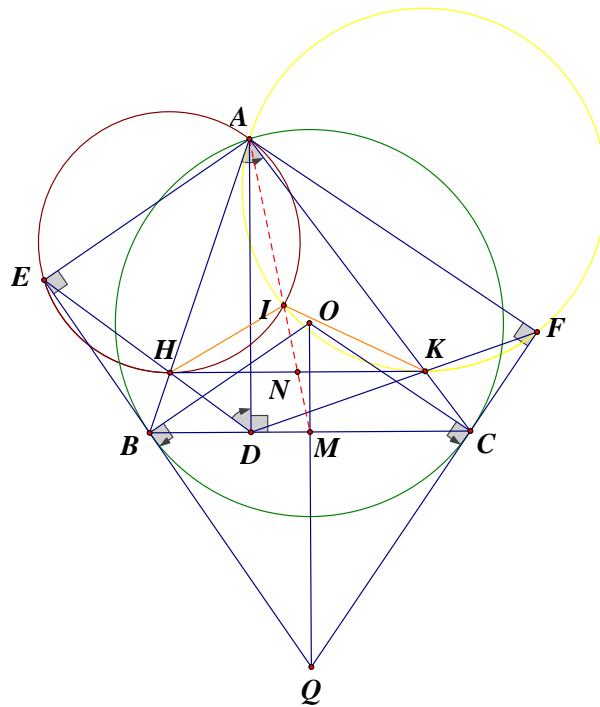
1đ

$\Rightarrow HK \parallel BC$

Ta có: $\hat{A}HK = \hat{A}BC = \hat{A}EH$

Vậy HK là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE.

c) Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.



Gọi N là giao điểm của AI và HK.

Ta có: $\hat{A}KH = \hat{A}CB = \hat{A}FD$

Vậy KH là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AKF.

Xét ΔNHI và ΔNAH có:

$$\begin{cases} \hat{A}NH \text{ gò chung} \\ \hat{N}HI = \hat{N}AH \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} \hat{H}I \right) \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta NHI$ đồng dạng ΔNAH (g - g)

$$\Rightarrow \frac{NH}{NA} = \frac{NI}{NH}$$

$$\Rightarrow NH^2 = NI \cdot NA \quad (3)$$

Xét ΔNKI và ΔNAK có:

$$\begin{cases} \hat{A}NK \text{ gò chung} \\ \hat{N}KI = \hat{N}AK \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} \hat{K}I \right) \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta NKI$ đồng dạng ΔNAK (g - g)

1.5đ

$$\Rightarrow \frac{NK}{NA} = \frac{NI}{NK}$$

$$\Rightarrow NK^2 = NI \cdot NA \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow NH^2 = NK^2$$

$$\Rightarrow NH = NK$$

Ta có:

$$\begin{cases} QB = QC \text{ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại Q)} \\ OB = OC \text{ (= bán kính (O))} \end{cases}$$

$\Rightarrow OQ$ là đường trung trực của BC .

$\Rightarrow OQ \perp BC$ tại M , M là trung điểm của BC

Gọi M' là giao điểm của AI và BC .

Xét $\triangle ABM'$ có: $HN \parallel BM$ (cmt)

$$\Rightarrow \frac{HN}{BM'} = \frac{AN}{AM'} \text{ (Hệ quả Thales) (5)}$$

Xét $\triangle AM'C$ có: $KN \parallel M'C$

$$\Rightarrow \frac{KN}{CM'} = \frac{AN}{AM'} \text{ (Hệ quả Thales) (6)}$$

$$\text{Từ (5) và (6)} \Rightarrow \frac{HN}{BM'} = \frac{KN}{CM'}$$

Mà $KN = HN$ (cmt)

$$\Rightarrow BM' = CM'$$

$\Rightarrow M'$ là trung điểm của BC

Mà M là trung điểm của BC (cmt)

Nên $M \equiv M'$

Vậy ba điểm A, I, M thẳng hàng.

Kiểm tra chất lượng của 1 000 máy lọc nước thì có 4 máy bị lỗi. Suy ra, số máy lọc nước không bị lỗi trong lô hàng đó là:

$$1\,000 - 4 = 996 \text{ (máy)}$$

Do đó, xác suất máy lọc nước không bị lỗi khi kiểm tra 1 000 máy là:

$$\frac{996}{1000} = 0,996$$

9 Gọi h là số lượng máy lọc nước không bị lỗi trong lô hàng có 2 200 máy, ta có:

$$\frac{h}{2200} = 0,996$$

$$\Leftrightarrow h \approx 2191,2$$

Vậy trong lô hàng có 2 200 máy thì có khoảng 2 192 máy lọc nước không bị lỗi.