

Đề thi gồm 9 câu hỏi tự luận
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (1,25 điểm): Cho Parabol (P): $y = -x^2$ và (d): $y = 2x - 3$

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 2 (0,75 điểm): Cho phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$ (x là ẩn số) có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$

Bài 3 (1,0 điểm): Bạn An mua bánh liên hoan cuối niên học cho lớp. Tại cửa hàng bánh A giá bánh bạn An muốn mua là 15.000 đồng 1 cái bánh, nhưng nếu mua trên 10 cái bánh thì từ cái thứ 11 trở đi sẽ được cửa hàng bánh giảm 10% trên 1 cái.

- Nếu bạn An mua 46 cái bánh nói trên ở cửa hàng bánh A thì phải trả bao nhiêu tiền?
- Bạn Bình cũng mua bánh ở cửa hàng trên, biết số tiền bạn Bình phải trả là 447000 đồng, hỏi bạn Bình mua bao nhiêu cái bánh.

Bài 4 (1 điểm): Tiền lương hằng tháng hiện nay của giáo viên chức được tính theo công thức

$$A = (x.m + p)(1 + t)$$

Trong đó:

A (đồng): là tiền lương một tháng

p: Các phụ cấp (chức vụ, thâm niên,...)

x: hệ số lương

t: tỉ lệ % phụ cấp ưu đãi.

m: lương cơ sở hiện tại.

Hiện nay, mức lương cơ sở được áp dụng theo khoản 2 Điều 3 Nghị định 24/2023/NĐ-CP là 1.800.000 đồng/tháng.

Phụ cấp ưu đãi cho giáo viên đứng lớp là 30%

- Cô Nguyễn Thị A là một giáo viên trung học có hệ số lương là 2,34 (không phụ cấp chức vụ, thâm niên). Hỏi lương của Cô A mỗi tháng là bao nhiêu?
- Anh Nguyễn Văn B cũng là một giáo viên hưởng ưu đãi như trên (không phụ cấp chức vụ, thâm niên,...) lãnh lương một tháng với số tiền 9 336 600 đồng thì hệ số lương của anh B là bao nhiêu?

Bài 5 (0,75 điểm): Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất được xác định bởi hàm số bậc nhất $y = ax + b$; trong đó y là đại lượng biểu thị diện tích rừng nhiệt đới, tính bằng đơn vị triệu hecta, x là đại lượng biểu thị số năm kể từ 1990. Năm 2000, diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất là 672,3 triệu hecta. Bốn năm sau, diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất là 653,9 triệu hecta.

- a) Hãy xác định a, b.
 b) Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào năm 2024.

Bài 6 (0,75 điểm): Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính 40cm và 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính 26cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000 đồng/m² (gồm cả tiền thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột đó? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).



Bài 7: (1 điểm). Một người gửi vào ngân hàng A 200 000 000 triệu đồng với 2 sự lựa chọn như sau: lựa chọn 1: Người gửi nhận lãi suất 7% một năm; lựa chọn 2: Người gửi nhận ngày 3000000 triệu đồng và lãi suất là 6% một năm, hỏi sau 1 năm và 2 năm thì lựa chọn nào tốt hơn?

Bài 8 (2,75 điểm): Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (với B, C là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến AEF không đi qua (O) (E nằm giữa A và F)

- a) Chứng minh: tứ giác ABOC nội tiếp và OA vuông góc với BC
 b) Gọi D là điểm đối xứng của B qua O. Các tia DE và DF cắt AO lần lượt tại M và N.
 Chứng minh: $\triangle CEF \sim \triangle DNM$ và $OM = ON$.
 c) Đường thẳng qua E và vuông góc với OB cắt BC tại H và cắt BF tại K.
 Chứng minh $HE = HK$.

Bài 9 (0,75 điểm): Bạn An tung một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần, tính xác suất của biến cố A: “tung được lần thứ nhất là mặt sấp”.

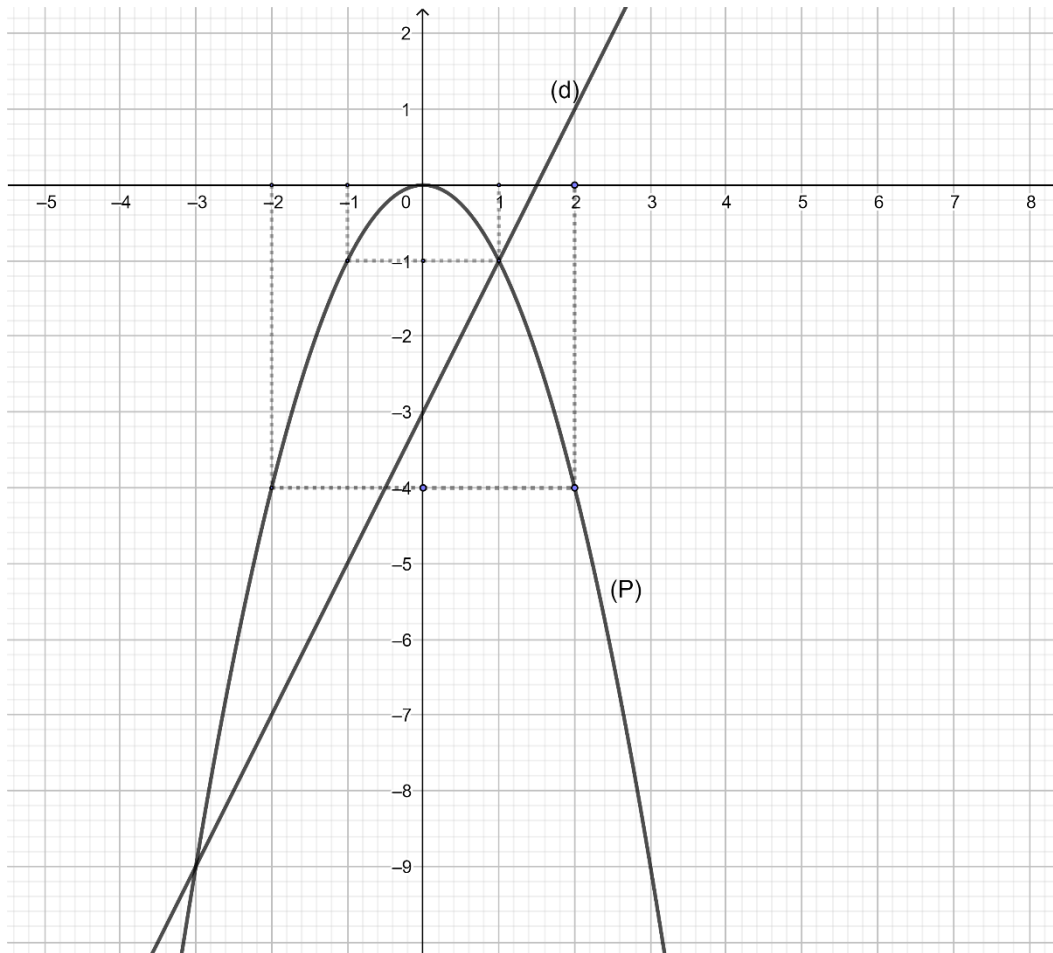
GỢI Ý ĐÁP ÁN

Bài 1 Cho Parabol $(P): y = -x^2$ và $(d): y = 2x - 3$

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Giải:

a)



b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) - (x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1$; $x_2 = -3$

+ Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1$

+ Với $x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = -9$

Vậy (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt là $(2; -4)$ và $(-3; -9)$.

Bài 2 : Cho phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$ (x là ẩn số) có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai của x có các hệ số: $a = 2; b = -5; c = -3$

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình

Theo định lý Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{5}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) \\ &= (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) \\ &= \frac{5}{2} \left(\left(\frac{5}{2} \right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} \right) \\ &= \frac{215}{8} \end{aligned}$$

Bài 3: Bạn An mua bánh liên hoan cuối niên học cho lớp. Tại cửa hàng bánh A giá bánh bạn An muốn mua là 15.000 đồng 1 cái bánh, nhưng nếu mua trên 10 cái bánh thì từ cái thứ 11 trở đi sẽ được cửa hàng bánh giảm 10% trên 1 cái.

- Nếu bạn An mua 46 cái bánh nói trên ở cửa hàng bánh A thì phải trả bao nhiêu tiền?
- Bạn Bình cũng mua bánh ở cửa hàng trên, biết số tiền bạn Bình phải trả là 447000 đồng, hỏi bạn Bình mua bao nhiêu cái bánh.

Giải

a) Số tiền mua một cái bánh giảm giá 10% là:

$$15000 \times 90\% = 13500 \text{ (đồng).}$$

Số tiền bạn Hùng phải trả là:

$$10 \cdot 15000 + 36 \cdot 13500 = 636000 \text{ (đồng).}$$

b) Vì $447000 > 150000$ nên bạn Bình mua trên 10 cái bánh.

Tổng số tiền mua bánh với giá 13500 là:

$$447000 - 150000 = 297000 \text{ (đồng)}$$

Số bánh Bình mua của cửa hàng là:

$$10 + 297000 : 13500 = 32 \text{ (cái)}$$

Bài 4: Tiền lương hàng tháng hiện nay của giáo viên chức được tính theo công thức

$$A = (x \cdot m + p)(1 + t)$$

Trong đó:

A (đồng): là tiền lương một tháng

p : Các phụ cấp (chức vụ, thâm niên,...)

x : hệ số lương

t : tỉ lệ % phụ cấp ưu đãi.

m : lương cơ sở hiện tại.

Hiện nay, mức lương cơ sở được áp dụng theo khoản 2 Điều 3 Nghị định 24/2023/NĐ-CP là 1.800.000 đồng/tháng.

Phụ cấp ưu đãi cho giáo viên đứng lớp là 30%

- Cô Nguyễn Thị A là một giáo viên trung học có hệ số lương là 2,34 (không phụ cấp chức vụ, thâm niên). Hỏi lương của Cô A mỗi tháng là bao nhiêu?

b) Anh Nguyễn Văn B cũng là một giáo viên hưởng ưu đãi như trên (không phụ cấp chức vụ, thâm niên,...) lãnh lương một tháng với số tiền 9 336 600 đồng thì hệ số lương của anh B là bao nhiêu?

Giải:

a) Lương mỗi tháng của cô A là: $A = (2,34.1800000 + 0)(1 + 30\%) = 5475600$ (đồng)

b) Gọi hệ số lương của anh B là x

Theo đề bài ta có: $9336600 = (x.1800000 + 0).(1 + 30\%)$

Giải phương trình trên ta được $x = 3,99$

Vậy hệ số lương của anh B là 3,99

Bài 5: Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất được xác định bởi hàm số bậc nhất $y = ax + b$; trong đó y là đại lượng biểu thị diện tích rừng nhiệt đới, tính bằng đơn vị triệu hecta, x là đại lượng biểu thị số năm kể từ 1990. Năm 2000, diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất là 672,3 triệu hecta. Bốn năm sau, diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất là 653,9 triệu hecta.

a) Hãy xác định a, b .

b) Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào năm 2024.

Giải:

a) Dựa vào đề bài ta có: $x = 2000$ thì $y = 672,3$

Suy ra: $a.2000 + b = 672,3$ (1)

Bốn năm sau tức là $x = 2004$ thì $y = 653,9$

Suy ra $a.2004 + b = 653,9$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a.2000 + b = 672,3 \\ a.2004 + b = 653,9 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $a = -4,6$; $b = 9872,3$

b) Ta có hàm số: $y = -4,6x + 9872,3$

Thay $x = 2024$ ta được: $y = -4,6.2024 + 9872,3 = 561,9$

Vậy diện tích rừng vào năm 2024 là: 561,9 triệu héc ta

Bài 6 : Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính 40cm và 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính 26cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000 đồng/m² (gồm cả tiền thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột đó ? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).

Giải:

Đổi 40cm = 0,4m, 26cm = 0,26m

Diện tích cần sơn chính là tổng diện tích xung quanh của các hình trụ.

Tổng diện tích xung quanh của 4 cây cột đường kính 40cm là:

$$S_1 = 4.2.\pi.r_1.l = 4.2.\pi.0,2.4,2 = 6,72\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Tổng diện tích xung quanh của 6 cây cột đường kính 26cm là:

$$S_2 = 6.2.\pi.r_2.l = 6.2.\pi.0,13.4,2 = 6,552\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Tổng diện tích xung quanh của 10 cây cột đường kính 26cm là

$$S = S_1 + S_2 = 6,72\pi + 6,552\pi = 13,272\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Số tiền cần dùng là: $13,272\pi.380000 \approx 15844000$ (đồng)

Bài 7: Một người gửi vào ngân hàng A 200 000 000 triệu đồng với 2 sự lựa chọn như sau: lựa chọn 1: Người gửi nhận lãi suất 7% một năm; lựa chọn 2: Người gửi nhận ngày 3000000 triệu đồng và lãi suất là 6% một năm, hỏi sau 1 năm và 2 năm thì lựa chọn nào tốt hơn?

Giải:

*) Số tiền nhận được sau 1 năm:

Lựa chọn 1: $200000000.(1+7\%) = 214000000$ (đồng)

Lựa chọn 2: $200000000.(1+6\%) + 3000000 = 215000000$ (đồng)

Sau 1 năm thì lựa chọn 2 tốt hơn.

*) Số tiền nhận được sau 2 năm:

Lựa chọn 1: $214000000.(1+7\%) = 228980000$ (đồng)

Lựa chọn 2: $212000000.(1+6\%) + 3000000 = 227720000$ (đồng)

Sau 2 năm thì lựa chọn 1 tốt hơn.

Bài 8: Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (với B, C là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến AEF không đi qua (O) (E nằm giữa A và F)

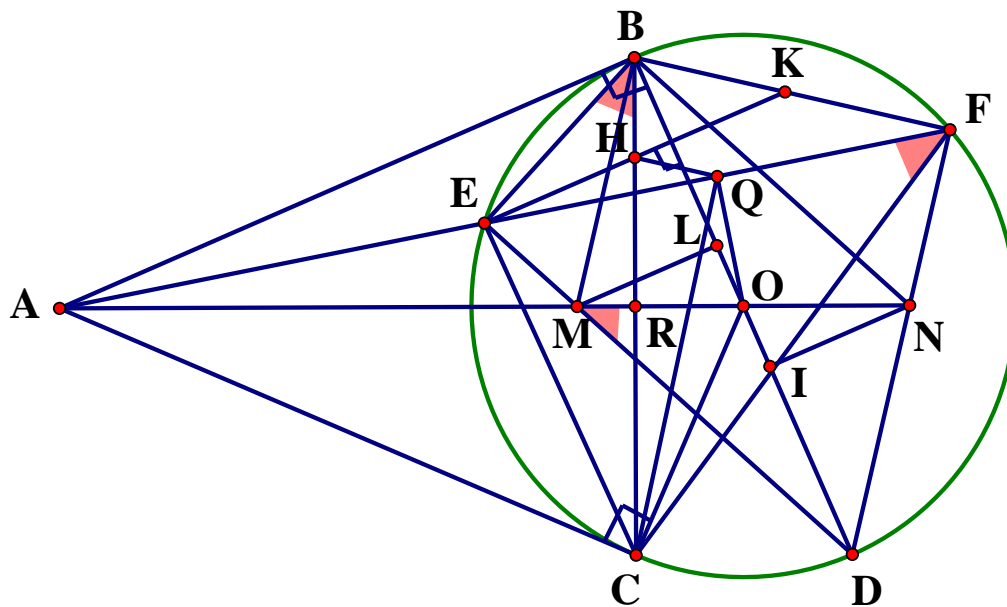
a) Chứng minh: tứ giác ABOC nội tiếp và OA vuông góc với BC

b) Gọi D là điểm đối xứng của B qua O. Các tia DE và DF cắt AO lần lượt tại M và N.

Chứng minh: $\triangle CEF \sim \triangle DNM$ và $OM = ON$.

c) Đường thẳng qua E và vuông góc với OB cắt BC tại H và cắt BF tại K.

Chứng minh $HE = HK$.



a) Chứng minh: tứ giác ABOC nội tiếp và OA vuông góc với BC
 Vì AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AB \perp OB, AC \perp OC$.

Ta có $\widehat{MBO} + \widehat{MCO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, do đó tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn đường kính AO.

Ta có:
$$\begin{cases} AB = AC \text{ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)} \\ OB = OC (= R) \end{cases}$$

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC

Gọi R là giao điểm của OA và $BC \Rightarrow OA \perp BC$ tại R và R là trung điểm của BC

Chứng minh: $\triangle CEF \cong \triangle DNM$ và $OM = ON$

Kẻ $ML \perp BD$ tại L , $NI \perp BD$ tại I

* Tứ giác $BERM$ nội tiếp (tổng hai góc đối bằng 180°)

$\Rightarrow \widehat{DMN} = \widehat{EBC}$

Mà $\widehat{EBC} = \widehat{EFC}$

Nên $\widehat{EFC} = \widehat{DMN}$, $\widehat{ECF} = \widehat{EDF} \Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle DNM$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CE}{CF} = \frac{DN}{DM}$

* c/m $\triangle CEA \sim \triangle FCA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CE}{CF} = \frac{AC}{AF}$

* c/m $\triangle ABE \sim \triangle AFB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BE}{BF} = \frac{AB}{AF}$

Nên $\frac{BE}{BF} = \frac{DN}{DM} \Rightarrow BE \cdot DM = BF \cdot DN \Rightarrow S_{BMD} = S_{BND} \Rightarrow ML = NI$

* $ML \parallel AB$ (cùng vuông góc với BD) $\Rightarrow \frac{ML}{AB} = \frac{OM}{AO}$

$NI \parallel AB$ (cùng vuông góc với BD) $\Rightarrow \frac{NI}{AB} = \frac{ON}{AO}$

Vậy $OM = ON$

c) Chứng minh $HE = HK$

Kẻ $OQ \perp EF$ tại $Q \Rightarrow A, B, Q, O, C$ cùng nằm trên đường tròn

$\Rightarrow \widehat{QCB} = \widehat{QAB}$ $\left(= \frac{1}{2} \widehat{QOB} \right)$ mà $\widehat{QEH} = \widehat{QAB}$ (đồng vị, $EH \parallel AB$)

$\Rightarrow \widehat{QEH} = \widehat{QCH} \Rightarrow QHEC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HCE} = \widehat{HQE}$

Mà $\widehat{HCE} = \widehat{BFE}$ $\left(= \frac{1}{2} \widehat{BOE} \right)$

$\Rightarrow \widehat{HQE} = \widehat{BFE}$

$\Rightarrow QH \parallel BF$

Mà Q là trung điểm EF (do EF là dây cung của (O) , $OQ \perp EF$ tại Q) $\Rightarrow H$ là trung điểm của EK

Bài 9: Bạn An tung một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần, tính xác suất của biến cố A : “tung được lần thứ nhất là mặt sấp”.

Giải:

Kí hiệu: mặt sấp là S ; mặt ngửa là N .

Không gian mẫu của phép thử: $\Omega = \{SSN; SNS; NSS; NNS; NSN; SNN; SSS; NNN\}$

Suy ra $n(\Omega) = 9$

Vì tung đồng xu cân đối và đồng chất nên 9 kết quả trên đều có thể xảy ra như nhau.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A nên $n(A) = 4$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}$