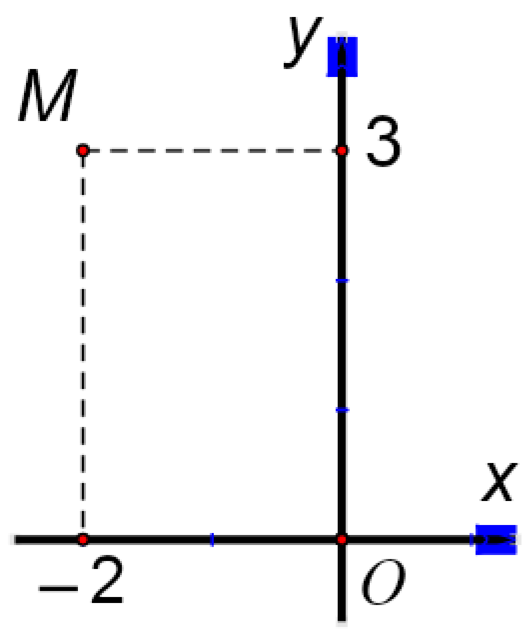
ĐỀ THI THỬ
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA
ĐỀ 25
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



A. $3+2i$. **B.** $2-3i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $3-2i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_9 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\ln 9}$. **B.** $y'=\dfrac{9}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 9}{x}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{7}}$ là

A. $y'=\dfrac{3}{7}x^{\frac{4}{7}}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{3}x^{\frac{-4}{7}}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{7}x^{-\frac{4}{7}}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{7x^{\frac{4}{7}}}$.

Câu 4: Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2}<4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

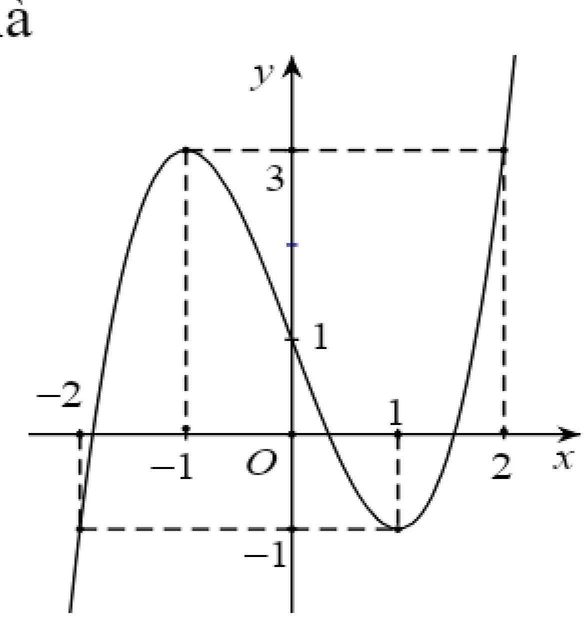
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=3, u_3=6$. Số hạng đầu u_1 là

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{1}=1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2;6)$. **D.** $\vec{n}=(-3;2;6)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

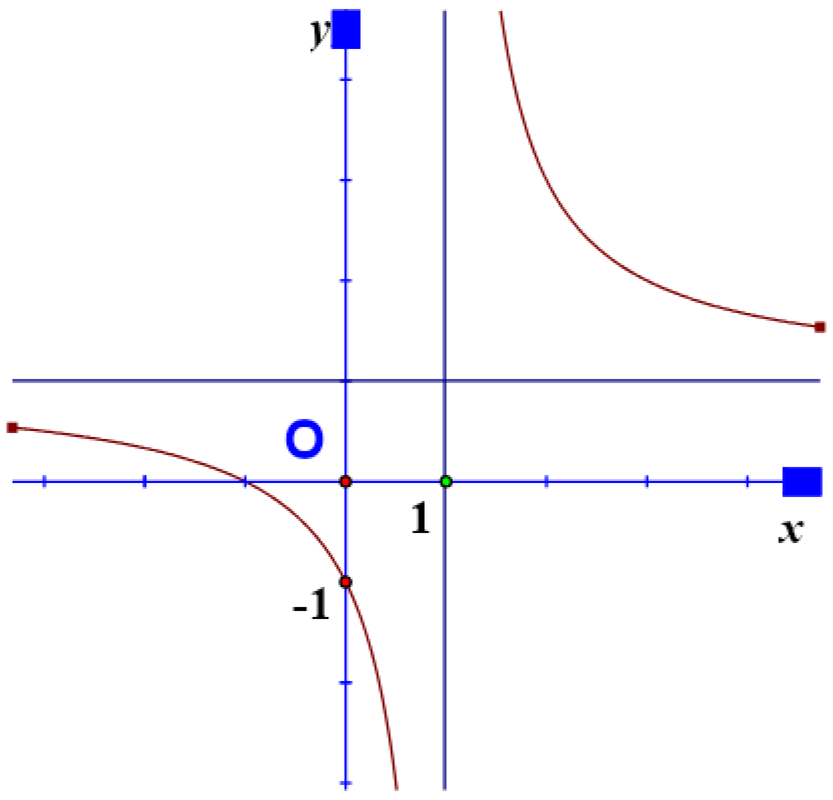


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Cho $\int_0^4 f(x)dx=4$ và $\int_1^2 f(x)dx=3$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)dx+\int_2^4 f(x)dx$

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=3$. **D.** $I=4$.

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6;2;-5)$, $N(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN?

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$. **B.** $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$. **D.** $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$. Biết cosin góc giữa hai vectơ $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$ bằng $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 12: Cho số phức $z=2+3i$, tổng phần thực và phần ảo của số phức z^2 bằng

A. 7. **B.** 12. **C.** -5. **D.** 6.

Câu 13: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 15: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z-3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Tính bán kính r của (C).

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=2$. **D.** $r=\sqrt{5}$.

Câu 16: Cho số phức $\overline{z}=2021-2022i$. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là

A. 2021 và 2022. **B.** 2022 và 2021. **C.** 2022 và -2021. **D.** 2021 và -2022.

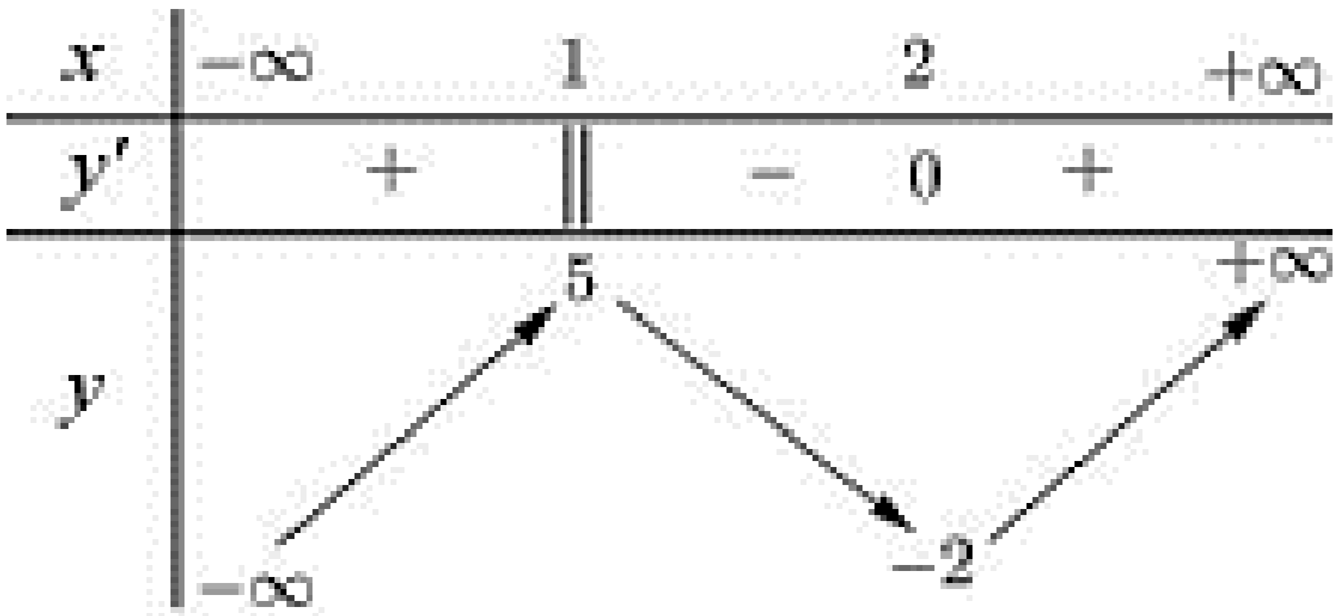
Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$, chiều cao $5cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

A. $50cm^2$. **B.** $100cm^2$. **C.** $50\pi cm^2$. **D.** $100\pi cm^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y-3z+2=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $N(-1;0;1)$. **B.** Điểm $P(-2;1;-1)$. **C.** Điểm $Q(3;1;1)$. **D.** Điểm $M(1;1;2)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $(2;-2)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** Không có điểm cực đại.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có:

A. Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang là $y=-2$.

B. Tiệm cận đứng là $x=1$; tiệm cận ngang là $y=2$.

C. Tiệm cận đứng là $x=1$; tiệm cận ngang là $y=-2$.

D. Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x)<\log(x+6)$ là:

A. $(6;+\infty)$. **B.** $(0;6)$. **C.** $[0;6)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 22: Một giá sách có 4 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn. Số cách chọn ra 3 quyển sách từ giá sách là

A. $3!$. **B.** C_4^3. **C.** C_5^3. **D.** C_9^3.

Câu 23: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+\sin x+C$ thì $f(x)$ bằng.

A. $e^x-\cos x$. **B.** $e^x+\sin x$. **C.** $e^x-\sin x$. **D.** $e^x+\cos x$.

Câu 24: Biết $F(x)=x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^{2}\left(6x+f(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

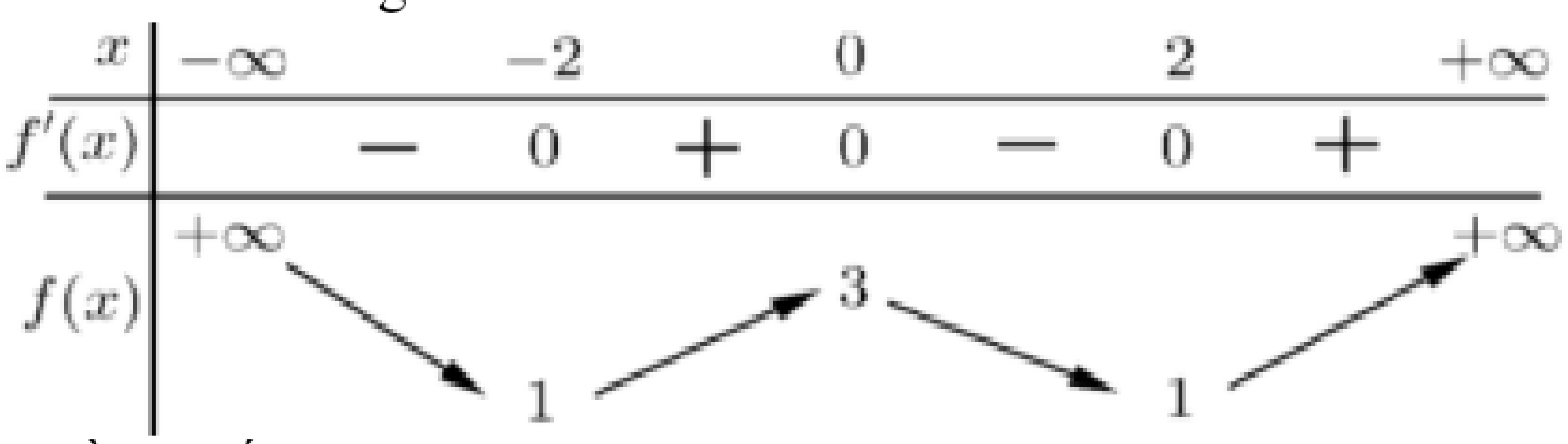
A. $\dfrac{78}{5}$. **B.** 24. **C.** $\dfrac{123}{5}$. **D.** 33.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}-2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\ln|x|+2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x^2}-2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|+2x+C$.

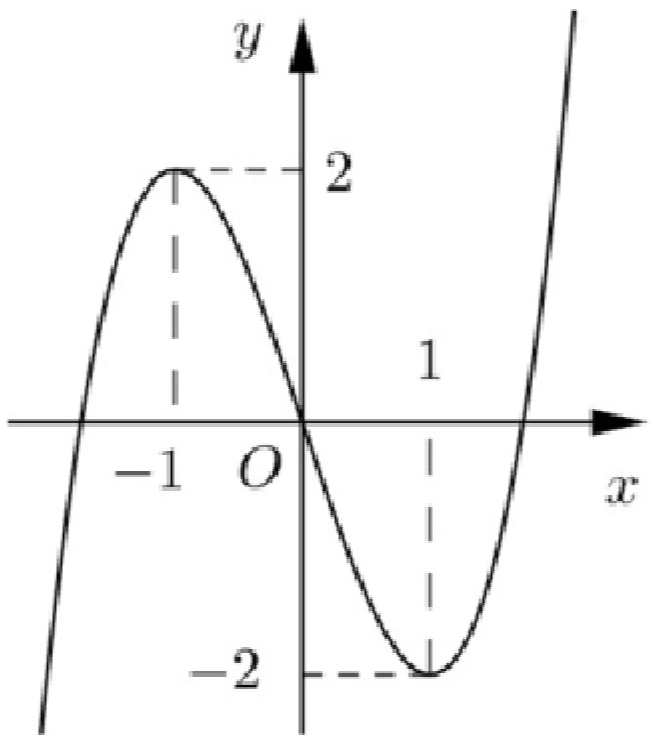
Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\frac{25}{a^3}\right)$ bằng

A. $\frac{2}{3\log_5 a}$. **B.** $2-3\log_5 a$. **C.** $25-3\log_5 a$. **D.** $2+3\log_5 a$.

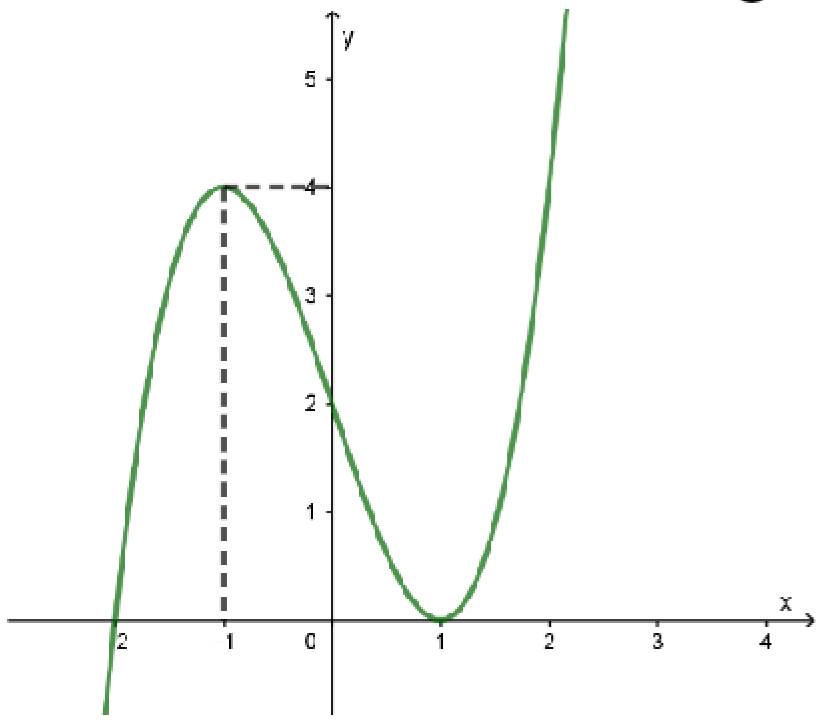
Câu 29: Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=\sqrt{x-x^2}$ và trục Ox quanh trục Ox.

A. $V=\frac{\pi}{6}$. **B.** $V=\frac{\pi}{2}$. **C.** $V=\frac{\pi}{4}$. **D.** $V=\frac{\pi}{3}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a và $SA\perp(ABCD), SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SDC).

A. 30^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 45^o.

Câu 31: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x+2-m=0$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $0<m<4$. **B.** $m>4$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $m<0$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

A. $\frac{60}{143}$. **B.** $\frac{238}{429}$. **C.** $\frac{210}{429}$. **D.** $\frac{82}{143}$.

Câu 34: Cho phương trình $\log_2^2 x^2 + \log_2(4x) - 5 = 0$. Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 + t - 3 = 0$. **B.** $4t^2 + t - 5 = 0$. **C.** $4t^2 + t - 3 = 0$. **D.** $2t^2 + t - 5 = 0$

Câu 35: Xét các số phức z thỏa mãn $(z - 4i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

A. $(-1;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;-2)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): x - y - z + 1 = 0$ và $(P_2): z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{0}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{3}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $H(1;4;6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Hình chiếu vuông góc của điểm H trên đường thẳng Δ có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $\left(\frac{13}{9};\frac{19}{9};\frac{-10}{9}\right)$. **C.** $\left(\frac{23}{9};\frac{-1}{9};\frac{10}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{19}{9};\frac{7}{9};\frac{2}{9}\right)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

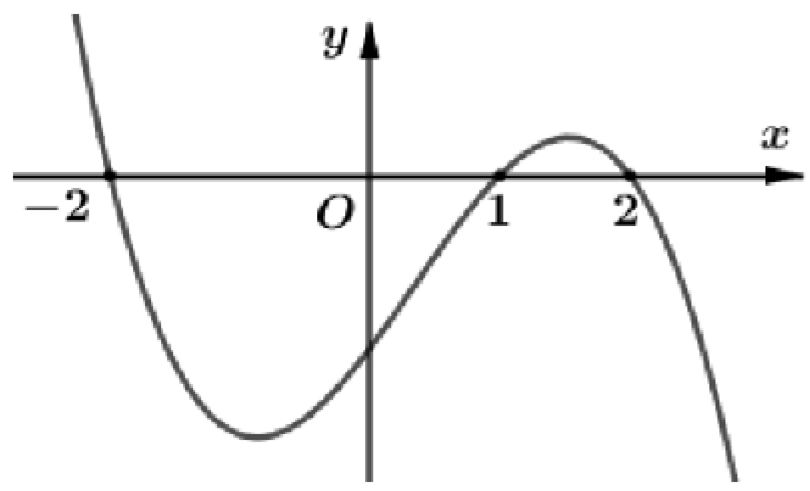
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 115. **B.** 58. **C.** 59. **D.** 116.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x) = 4f(-2x+3)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(2) - F(4) = 24$. Khi đó $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** -10. **D.** -12.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đặt $g(x) = f(|x| + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 42: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z| = |w| = 1$, $|z + w| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |zw + 2i(z + w) - 4|$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1+5\sqrt{2}}{4}$. **C.** $5 - 2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, cạnh đáy AB bằng

$2a$ và $\widehat{ABC}$ bằng 30°. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng $\frac{a}{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e$ ($b,c,d,e\in\mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là $1,4$ và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 45: Tổng các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $z^2-2(a+2)z+a^2+3a=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 4. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-5}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với d và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $(\alpha):x-2y-5z+11=0$. **B.** $(\alpha):x-2y-5z-11=0$.

C. $(\alpha):x-z+3=0$. **D.** $(\alpha):x-2y-5z+5=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên không âm $(x;y)$ thoả mãn điều kiện $\log_2\frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9}+1\ge\log_2\frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4}$?

A. 43. **B.** 49. **C.** 42. **D.** 45.

Câu 48: Cho hình trụ (H) có hai đáy là hai đường tròn có tâm O và O', mặt phẳng (α) đi qua O' và cắt đường tròn tâm O tại hai điểm A,B sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Biết góc giữa mp (α) và mp (OAB) bằng 60^0, tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(O'AB)$?

A. $\frac{3a}{8}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-2;0)$ và $B(3;4;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ và $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-6z+7=0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A. $72-2\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{72-2\sqrt{34}}$. **C.** $72+2\sqrt{34}$. **D.** $\sqrt{72+2\sqrt{34}}$.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|mx^3-mx^2+16x-32|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $-1\le m\le 2$. **B.** $-2\le m\le 0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

---------- **HẾT** ----------

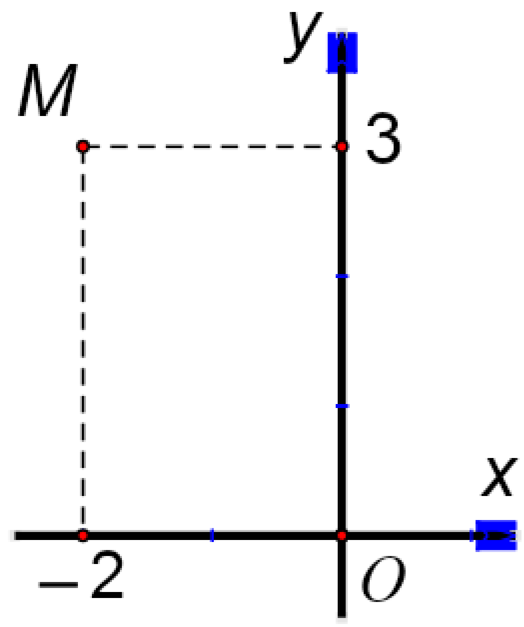
BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.C**	**3.C**	**4.C**	**5.C**	**6.C**	**7.D**	**8.A**	**9.C**	**10.A**

11.A	**12.A**	**13.D**	**14.B**	**15.B**	**16.A**	**17.D**	**18.C**	**19.B**	**20.B**
21.B	**22.D**	**23.D**	**24.B**	**25.B**	**26.C**	**27.B**	**28.B**	**29.A**	**30.A**
31.A	**32.B**	**33.B**	**34.C**	**35.B**	**36.C**	**37.C**	**38.D**	**39.D**	**40.B**
41.B	**42.A**	**43.D**	**44.B**	**45.B**	**46.B**	**47.C**	**48.A**	**49.B**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



A. $3+2i$. **B.** $2-3i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Điểm $M(-2;3)$ biểu thị cho số phức $z=-2+3i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_9 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\ln 9}$. **B.** $y'=\dfrac{9}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 9}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=(\log_9 x)'=\dfrac{1}{x\ln 9}=\dfrac{1}{2x\ln 3}$

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{7}}$ là

A. $y'=\dfrac{3}{7}x^{\frac{4}{7}}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{3}x^{\frac{-4}{7}}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{7}x^{-\frac{4}{7}}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{7x^{\frac{4}{7}}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(x^{\frac{3}{7}}\right)'=\dfrac{3}{7}.x^{\frac{3}{7}-1}=\dfrac{3}{7}.x^{-\frac{4}{7}}$.

Câu 4: Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2}<4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2}<4 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x>-4$

Bất phương trình có 3 nghiệm nguyên âm.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=3, u_3=6$. Số hạng đầu u_1 là

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có công bội $q=\dfrac{u_3}{u_2}=\dfrac{6}{3}=2$. Suy ra $u_1=\dfrac{u_2}{q}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{1}=1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2;6)$. **D.** $\vec{n}=(-3;2;6)$.

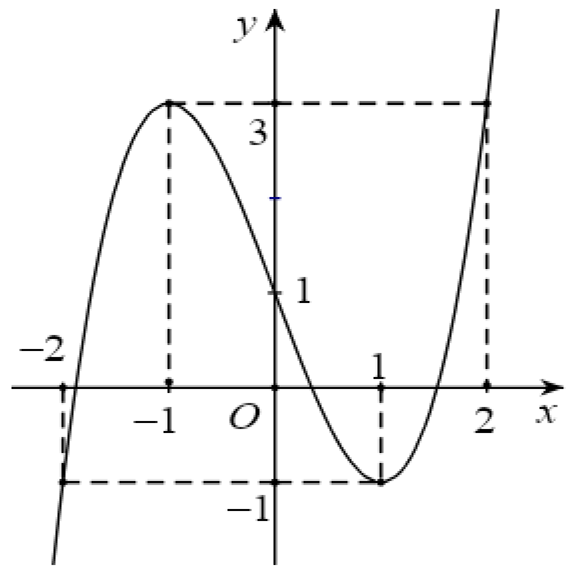
Lời giải

Chọn C

Ta có $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 3x-2y+6z=6 \Leftrightarrow 3x-2y+6z-6=0$.

Vậy véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(3;-2;6)$

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. Nên ta có 3 giao điểm.

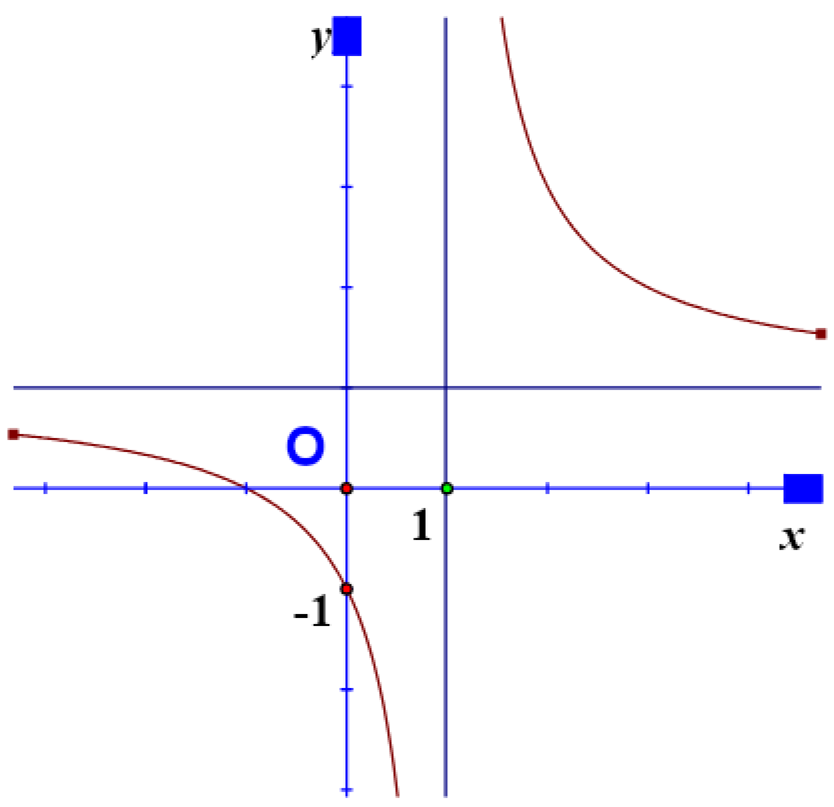
Câu 8: Cho $\int\limits_0^4 f(x)dx=4$ và $\int\limits_1^2 f(x)dx=3$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_2^4 f(x)dx$

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=3$. **D.** $I=4$.

Lời giải

$$I=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_2^4 f(x)dx=\int\limits_0^4 f(x)dx-\int\limits_1^2 f(x)dx=4-3=1$$

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ nên loại đáp án. **D.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ nên loại đáp án A,. **B.**

Vậy đường cong trong hình đã cho là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6;2;-5)$, $N(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN?

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$. **B.** $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$. **D.** $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$.

Lời giải

Tâm của mặt cầu là trung điểm I của MN, ta có.

Bán kính mặt cầu: $r=IM=\sqrt{62}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz,$ cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$. Biết cosin góc giữa hai vectơ $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$ bằng $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos\left(\widehat{(P);(Q)}\right)=\left|\cos\left(\widehat{\vec{n_P};\vec{n_Q}}\right)\right|=\left|-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Cho số phức $z=2+3i$, tổng phần thực và phần ảo của số phức z^2 bằng

A. 7. **B.** 12. **C.** -5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2=(2+3i)^2=-5+12i$ nên tổng phần thực và phần ảo bằng $-5+12=7$.

Câu 13: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Diện tích đáy của hình lăng trụ là: $B=(3a)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

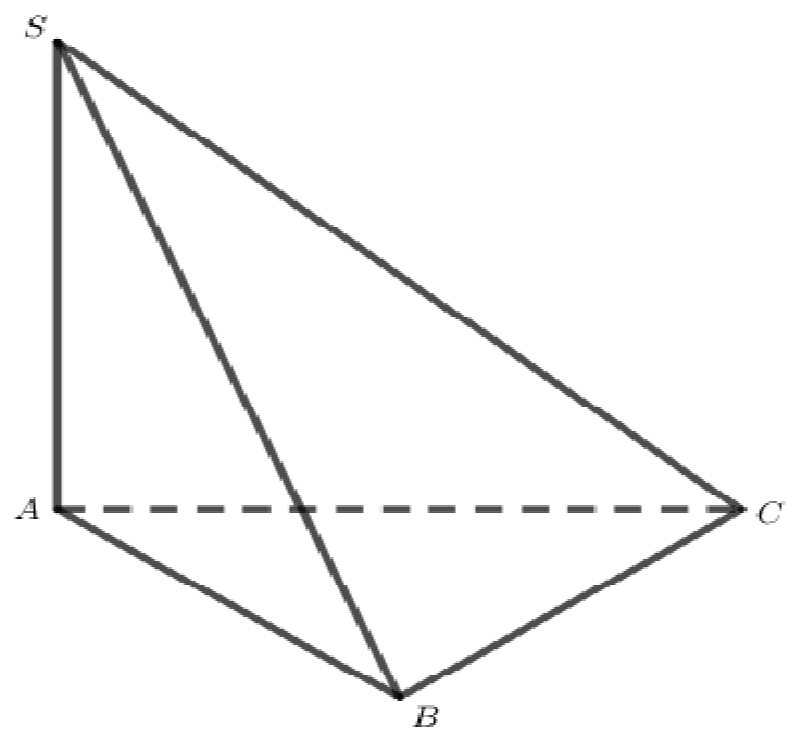
Chiều cao của hình lăng trụ là: $h=3a$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V=B.h=\dfrac{9a^2\sqrt{3}}{4}.3a=\dfrac{27a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải



Diện tích của tam giác ABC đều cạnh a là: $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

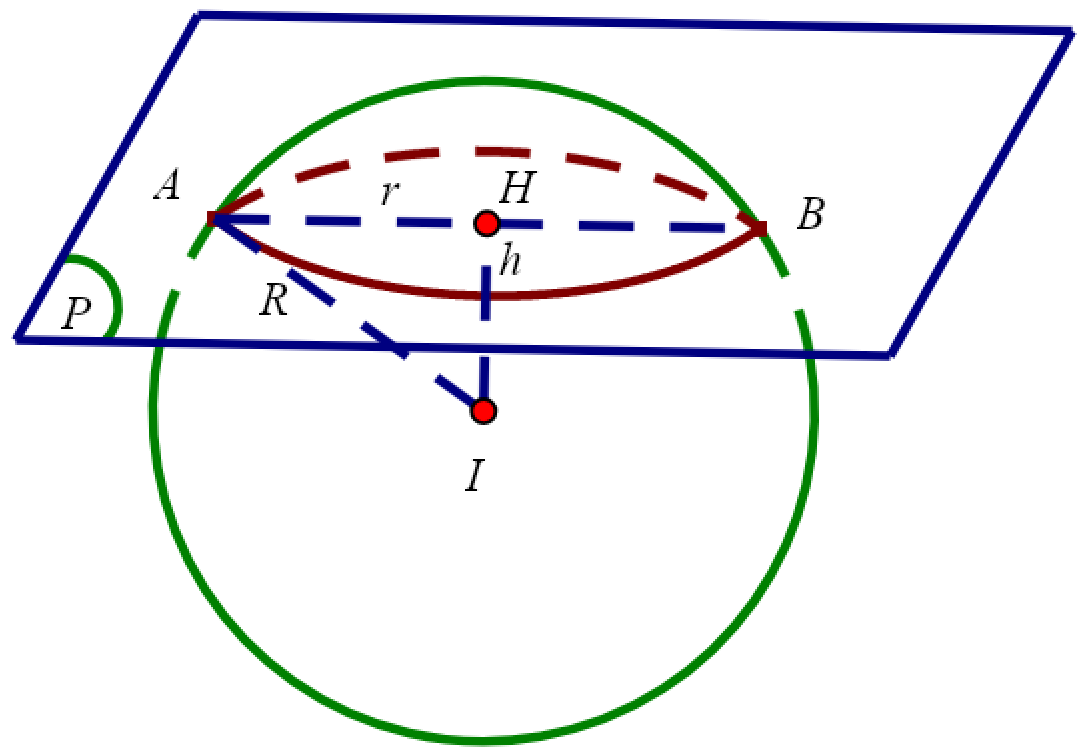
Ta có, $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 15: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z-3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Tính bán kính r của (C).

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=2$. **D.** $r=\sqrt{5}$.

Lời giải



Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-1)$ và bán kính $R=3$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là $h=d(I,(P))=\frac{|2.2-0-2(-1)-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=1$

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$.

Câu 16: Cho số phức $\overline{z}=2021-2022i$. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là

A. 2021 và 2022. **B.** 2022 và 2021. **C.** 2022 và -2021. **D.** 2021 và -2022.

Lời giải

Dễ thấy $\overline{z}=2021-2022i\Rightarrow z=2021+2022i$.

Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$, chiều cao $5cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

A. $50cm^2$. **B.** $100cm^2$. **C.** $50\pi cm^2$. **D.** $100\pi cm^2$.

Lời giải

Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_d = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 100\pi cm^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $N(-1;0;1)$. **B.** Điểm $P(-2;1;-1)$. **<u>C</u>.** Điểm $Q(3;1;1)$. **D.** Điểm $M(1;1;2)$.

Lời giải

+ Thay tọa độ điểm $N(-1;0;1)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$ ta có kết quả: $-2 = 0$

Vậy $N \notin (P)$.

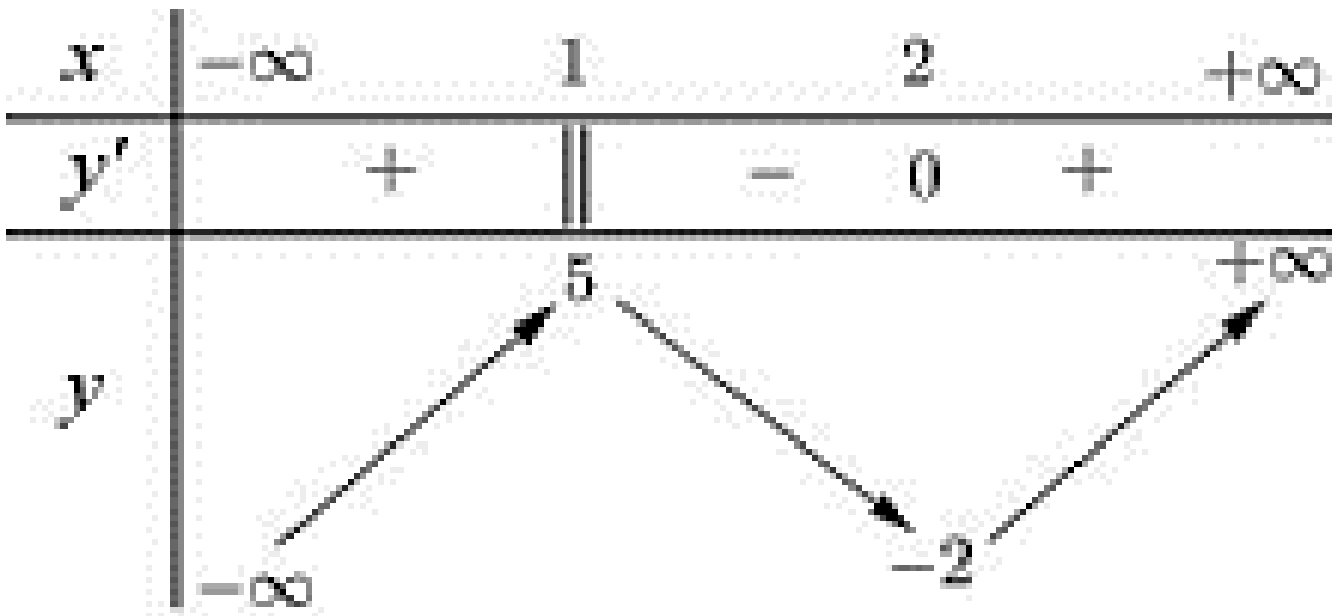
+ Thay tọa độ điểm $P(-2;1;-1)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$ ta có kết quả: $1 = 0$

Vậy $P \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm $Q(3;1;1)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$ ta có kết quả: $3 - 2 - 3 + 2 = 0$

Vậy $Q \in (P)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $(2;-2)$. **<u>B</u>.** $(1;5)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** Không có điểm cực đại.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có điểm cực đại $(1;5)$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có:

A. Tiệm cận đứng là $x = -1$; tiệm cận ngang là $y = -2$.

<u>B</u>. Tiệm cận đứng là $x = 1$; tiệm cận ngang là $y = 2$.

C. Tiệm cận đứng là $x = 1$; tiệm cận ngang là $y = -2$.

D. Tiệm cận đứng là $x = -1$; tiệm cận ngang là $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty, \lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty$ nên có tiệm cận đứng là $x = 1$;

Vì $\lim\limits_{x\to -\infty} y = 2, \lim\limits_{x\to +\infty} y = 2$ nên có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x) < \log(x+6)$ là:

A. $(6;+\infty)$. **<u>B</u>.** $(0;6)$. **C.** $[0;6)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(0;6)$

Câu 22: Một giá sách có 4 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn. Số cách chọn ra 3 quyển sách từ giá sách là

A. $3!$. **B.** C_4^3. **C.** C_5^3. **D.** C_9^3.

Lời giải

Tổng số sách trên giá sách là 9 quyển.

Số cách chọn ra 3 quyển sách từ 9 quyển sách trên giá sách là số tổ hợp chập 3 của 9 phần tử nên có C_9^3 cách.

Câu 23: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + \sin x + C$ thì $f(x)$ bằng.

A. $e^x - \cos x$. **B.** $e^x + \sin x$. **C.** $e^x - \sin x$. **D.** $e^x + \cos x$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = \left(e^x + \sin x + C\right)' = e^x + \cos x$.

Câu 24: Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^{2}\left(6x + f(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{78}{5}$. **B.** 24. **C.** $\frac{123}{5}$. **D.** 33.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^{2}\left(6x + f(x)\right)\mathrm{d}x = \left(3x^2 + x^4\right)\Big|_{-1}^{2} = 12 + 16 - 3 - 1 = 24$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\ln|x| + 2x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|x| - 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{x^2} - 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|x| + 2x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int\left(\frac{1}{x} - 2\right)\mathrm{d}x = \ln|x| - 2x + C$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

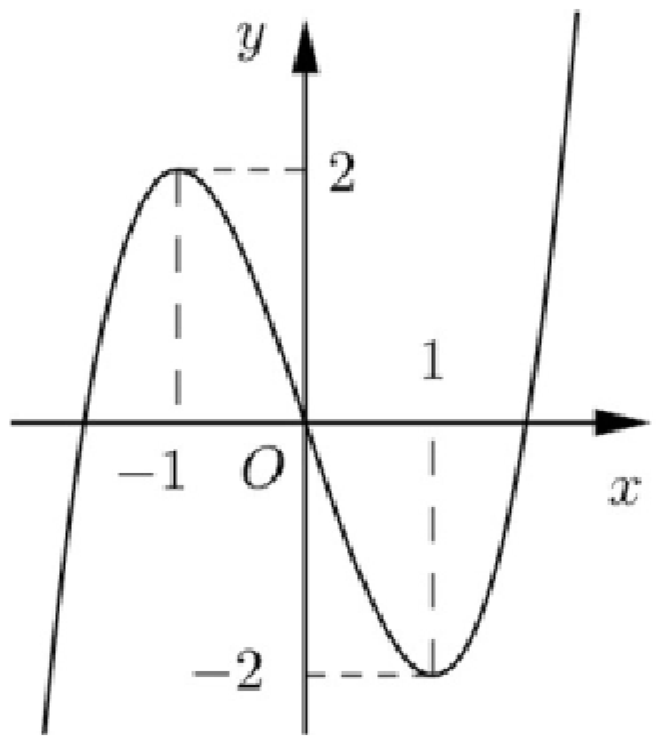
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Từ đồ thị có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\frac{25}{a^3}\right)$ bằng

A. $\frac{2}{3\log_5 a}$. **B.** $2-3\log_5 a$. **C.** $25-3\log_5 a$. **D.** $2+3\log_5 a$.

Lời giải

Áp dụng công thức ta có: $\log_5\left(\frac{25}{a^3}\right)=\log_5 25-\log_5 a^3=2-3\log_5 a$.

Câu 29: Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=\sqrt{x-x^2}$ và trục Ox quanh trục Ox.

A. $V=\frac{\pi}{6}$. **B.** $V=\frac{\pi}{2}$. **C.** $V=\frac{\pi}{4}$. **D.** $V=\frac{\pi}{3}$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $x-x^2\ge 0 \Leftrightarrow 0\le x\le 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x-x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

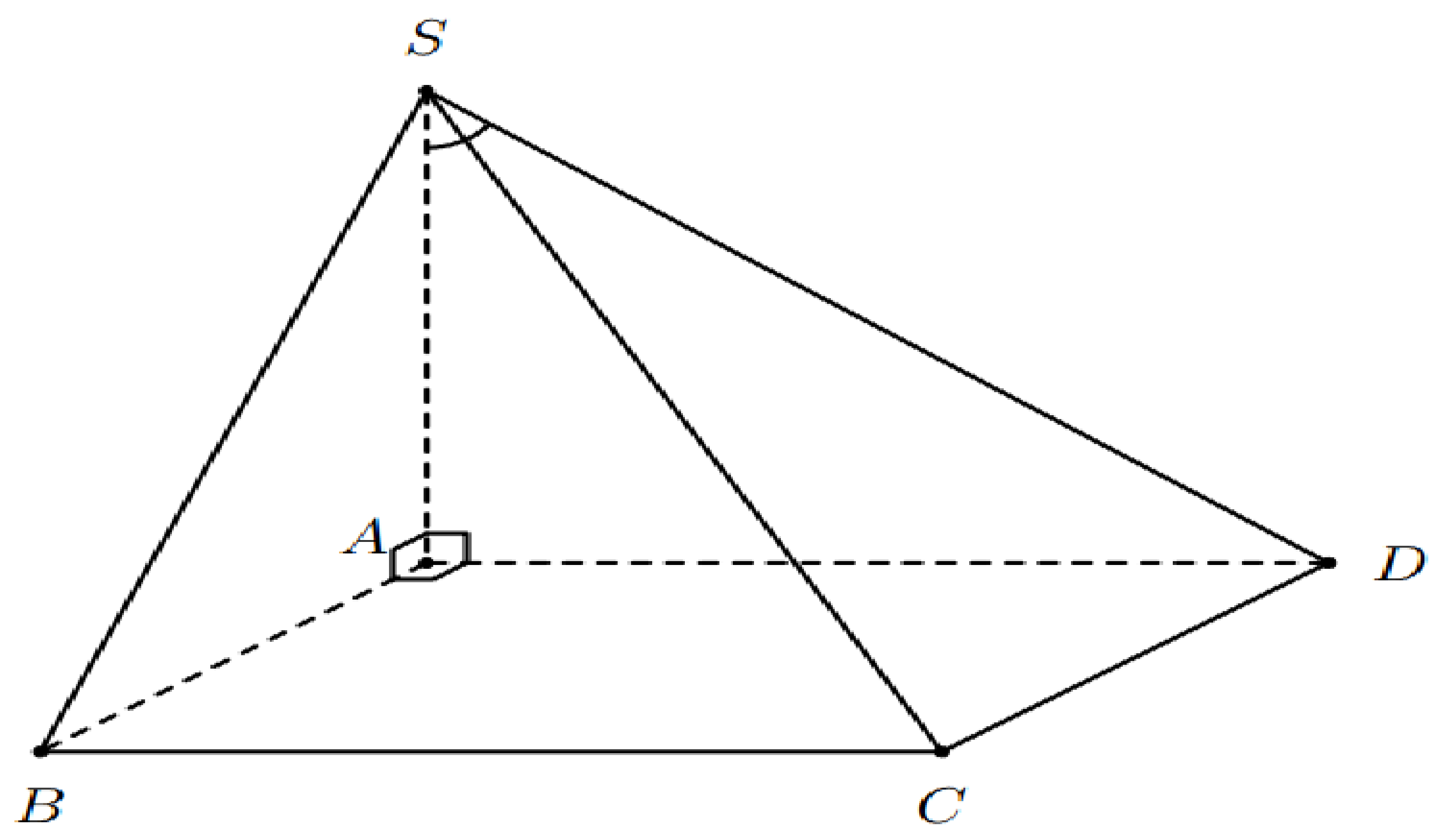
Thể tích: $V=\pi\int_0^1 y^2dx=\pi\int_0^1\left(\sqrt{x-x^2}\right)^2dx=\pi\int_0^1\left(x-x^2\right)dx=\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1=\frac{\pi}{6}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a và $SA\perp(ABCD), SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SDC).

A. 30^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 45^o.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\begin{cases}(SAB)\perp(SAD)\left(AB\subset(SAB), AB\perp SA, AB\perp AD\right)\\(SDC)\perp(SAD)\left(DC\subset(SDC), DC\perp SA, DC\perp AD\right)\\(SAB)\cap(SAD)=SA\\(SDC)\cap(SAD)=SD\end{cases}$$

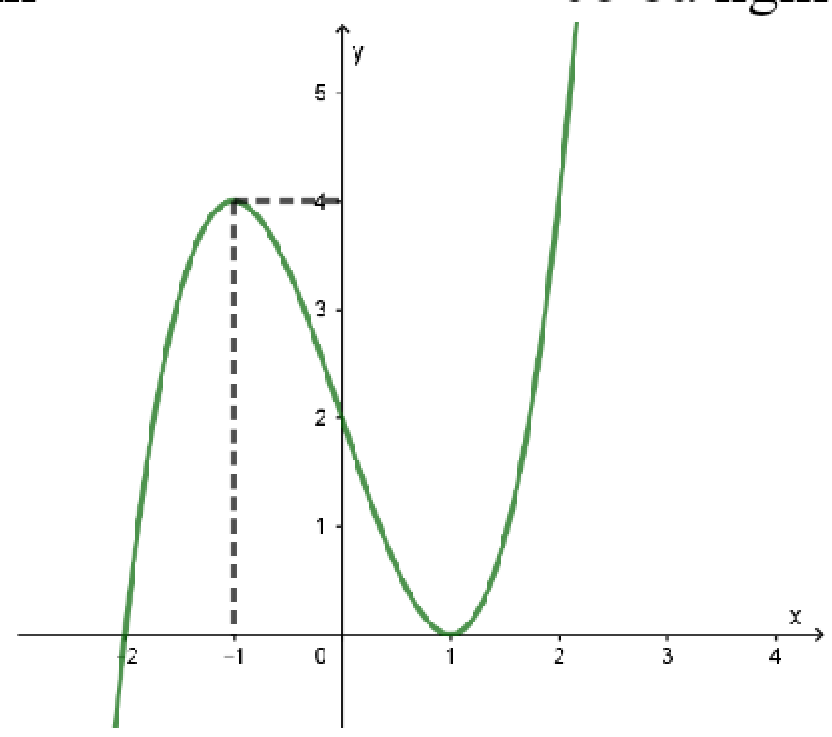
$\Rightarrow \left(\widehat{(SAB),(SDC)}\right)=\widehat{ASD}$

Trong ΔSAD vuông tại A có:

$\tan\widehat{ASD}=\dfrac{AD}{AS}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{ASD}=30^o$.

Vậy $\left(\widehat{(SAB),(SDC)}\right)=30^o$.

Câu 31: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x+2-m=0$ có ba nghiệm phân biệt.

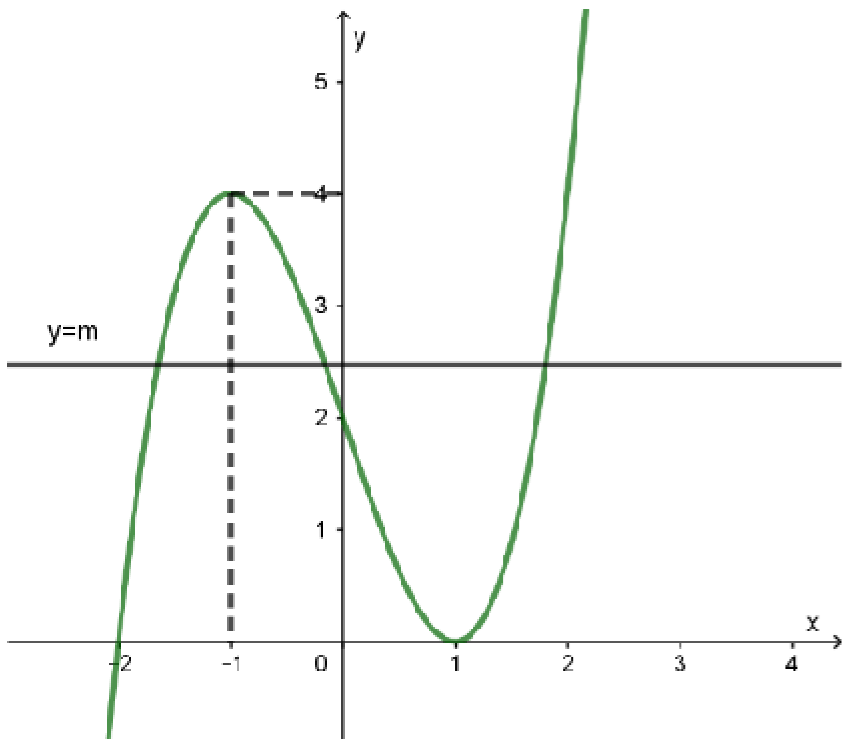


A. $0<m<4$. **B.** $m>4$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Phương trình $x^3-3x+2-m=0\Leftrightarrow x^3-3x+2=m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ và đường thẳng $y=m$



Từ đồ thị suy ra, phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(4-x)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1);(2;+\infty)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

A. $\frac{60}{143}$. **B.** $\frac{238}{429}$. **C.** $\frac{210}{429}$. **D.** $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ “

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{15}^5$.

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là: $C_8^4.C_7^1$.

- Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là: $C_8^3.C_7^2$.

$\Rightarrow n(A) = C_8^4.C_7^1 + C_8^3.C_7^2 = 1666$

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1666}{C_{15}^5} = \frac{238}{429}$.

Câu 34: Cho phương trình $\log_2^2 x^2 + \log_2(4x) - 5 = 0$. Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 + t - 3 = 0$. **B.** $4t^2 + t - 5 = 0$. **C.** $4t^2 + t - 3 = 0$. **D.** $2t^2 + t - 5 = 0$

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2^2 x^2 + \log_2(4x) - 5 = 0 \Leftrightarrow (2\log_2 x)^2 + (\log_2 4 + \log_2 x) - 5 = 0$

$\Leftrightarrow 4\log_2^2 x + \log_2 4 + \log_2 x - 5 = 0 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x + \log_2 x - 3 = 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành $4t^2 + t - 3 = 0$.

Câu 35: Xét các số phức z thỏa mãn $(z-4i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

A. $(-1;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Ta có $(z-4i)(\overline{z}+2)=x^2+y^2+2x-4y+(2y-4x-8)i$.

$(z-4i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x^2+y^2+2x-4y=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=5$.

Tập hợp các điểm biễn diễn của số phức z là mộ đường tròn có tâm $I(-1;2)$,bán kính $R=\sqrt{5}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1):x-y-z+1=0$ và $(P_2):z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{0}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{0}=\frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{0}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z}{3}$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến $(P_1):\vec{n_1}=(1;-1;-1)$; véc tơ pháp tuyến $(P_2):\vec{n_1}=(0;0;1)$.

Véc tơ chỉ phương đường thẳng $d:\vec{u}=\left[\vec{n_1},\vec{n_2}\right]=(-1;-1;0)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;0;3)$, véc tơ chỉ phương $(1;1;0)$ có phương trình:

$\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{0}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $H(1;4;6)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$. Hình chiếu vuông góc của điểm H trên đường thẳng Δ có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $\left(\frac{13}{9};\frac{19}{9};\frac{-10}{9}\right)$. **C.** $\left(\frac{23}{9};\frac{-1}{9};\frac{10}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{19}{9};\frac{7}{9};\frac{2}{9}\right)$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và vuông góc với Δ tại điểm $A.$ Khi đó A là hình chiếu của H trên (P).

Ta có (P) đi qua H và nhận $\overrightarrow{u}=(1;-2;2)$ làm VTPT

$\Rightarrow$ Phương trình của mặt phẳng $(P):1(x-1)-2(y-4)+2(z-6)=0\Leftrightarrow x-2y+2z-5=0.$

Lại có $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2t\end{cases}$.

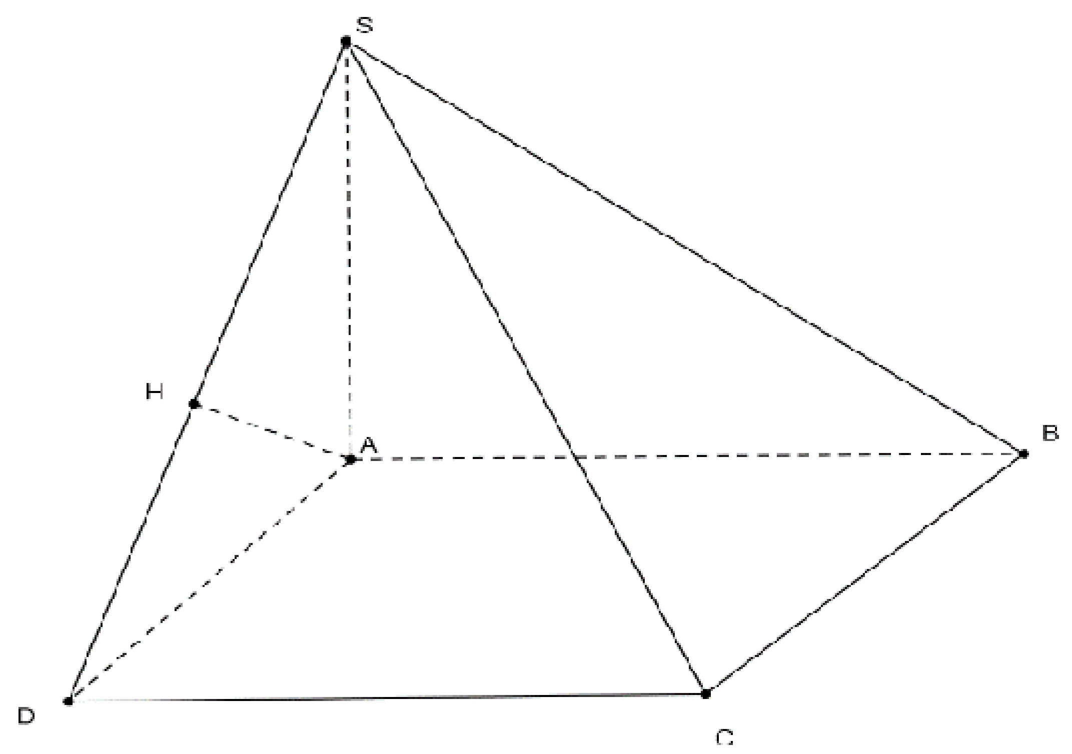
Khi đó tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2t\\x-2y+2z-5=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{23}{9}\\y=\frac{-1}{9}\\z=\frac{10}{9}\end{cases}$

$\Rightarrow A\left(\dfrac{23}{9};-\dfrac{1}{9};\dfrac{10}{9}\right)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD=2a,SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\dfrac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD. Ta có: $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$

Suy ra: $\begin{cases}AH\perp SD\\AH\perp CD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)$. Khoảng cách từ A đến đến (SCD) bằng AH.

Ta có: $AH=\dfrac{AS.AD}{\sqrt{AS^2+AD^2}}=\dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2+(2a)^2}}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right)\geq\log_3(x+y)$?

A. 115. **B.** 58. **C.** 59. **D.** 116.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x+y>0\\x^2+y>0\\x,y\in\mathbb{Z}\end{cases}$.

Khi đó $\log_4\left(x^2+y\right)\geq\log_3(x+y)$ $\Leftrightarrow x^2+y\geq 4^{\log_3(x+y)}$ $\Leftrightarrow x^2+y\geq(x+y)^{\log_3 4}$

$\Leftrightarrow x^2-y\geq(x+y)^{\log_3 4}-(x+y)$. (1)

Đặt $t=x+y\Rightarrow t\geq 1$ thì (1) được viết lại là $x^2-y\geq t^{\log_3 4}-t$ (2)

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1)

Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 728 nghiệm t.

Nhận thấy $f(t)=t^{\log_3 4}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-y\geq 729^{\log_3 4}-729=3367$ thì sẽ có ít nhất 729 nghiệm nguyên $t\geq 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2-x\leq 3367\Leftrightarrow -57\leq x\leq 58$.

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị $-57,-56,...,57,58$.

Vậy có tất cả 116 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x)=4f(-2x+3)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(2)-F(4)=24$. Khi đó $\int\limits_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** -10. **D.** -12.

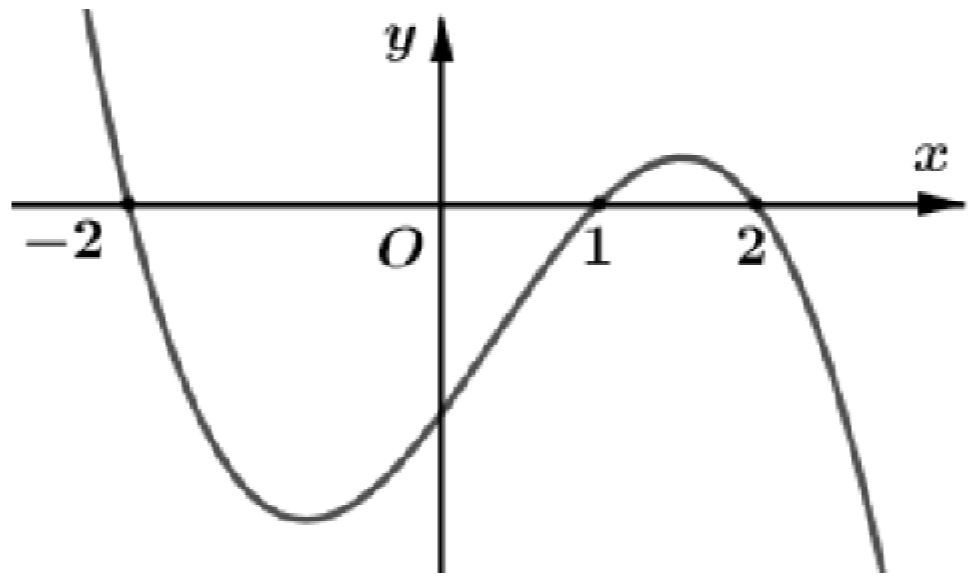
Lời giải

Ta có: $f(x)=4f(-2x+3) \Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x = 4\int f(-2x+3)\mathrm{d}x \Rightarrow F(x)=-2F(-2x+3)+C$

Từ đó có: $\begin{cases} F(2)=-2F(1)+C \\ F(4)=-2F(5)+C \end{cases} \Rightarrow F(2)-F(4)=2\left(F(5)-F(1)\right) \Rightarrow F(5)-F(1)=12$

Vậy $\int\limits_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^5 = F(5)-F(1)=12$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đặt $g(x)=f\left(|x|+m\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Suy ra bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘	

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x+m)$ có 2 điểm cực trị dương.

Từ bảng biến thiên của $f(x)$, suy ra $f(x+m)$ luôn có 2 điểm cực trị dương $\Leftrightarrow$ tịnh tiến đồ thị $f(x)$ phải thỏa mãn:

Hoặc tịnh tiến sang trái nhỏ hơn 1 đơn vị $\Rightarrow 0\le m<1$.

Hoặc tịnh tiến sang phải không vượt quá 2 đơn vị $\Rightarrow m\ge -2$.

Suy ra $-2\le m<1$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 42: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|zw+2i(z+w)-4|$ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1+5\sqrt{2}}{4}$. **C.** $5-2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $|z+w|=\sqrt{2}$ $\Rightarrow 2=|z+w|^2$ $=(z+w)\left(\bar{z}+\bar{w}\right)$ $=|z|^2+|w|^2+z\bar{w}+\bar{z}w$

$\Rightarrow z\bar{w}+\bar{z}w=0$ $\Rightarrow z\bar{w}$ là số thuần ảo. Hay $z\bar{w}=ki$, $k\in\mathbb{R}$. Do đó, $z=\dfrac{ki}{\bar{w}}$.

Mặt khác, $|z+w|=\sqrt{2}$ $\Rightarrow\left|\dfrac{ki}{\bar{w}}+w\right|=\sqrt{2}$ $\Rightarrow|ki+w\bar{w}|=\sqrt{2}|\bar{w}|$ $\Rightarrow|ki+1|=\sqrt{2}$

$\Rightarrow\sqrt{k^2+1}=\sqrt{2}$ $\Rightarrow k=\pm1$.

Vậy $z=\pm\dfrac{i}{\bar{w}}$. Do vai trò bình đẳng của z và w nên ta chỉ cần xét trường hợp $z=\dfrac{i}{\bar{w}}$.

Khi đó

$P=\left|iw^2+(2i-2)w-4\right|=\left|w^2+(2+2i)w+4i\right|=\left|(w+1+i)^2+2i\right|$.

Đặt $u=w+1+i\Rightarrow w=u-1-i\Rightarrow|w|=|u-1-i|=1$ và $z_0=-1-i$.

Ta có $P^2=\left|u^2+2i\right|^2=\left|u^2+z_0^2\right|^2$ $=\left(u^2+z_0^2\right)\left(\bar{u}^2+\bar{z}_0^2\right)$

$=|u|^4+|z_0|^4+\left(u\cdot\bar{z}_0+z_0\cdot\bar{u}\right)^2-2|u.z_0|^2$

$=|u|^4-4|u|^2+4+\left(u.\overline{z_0}+z_0\cdot\bar{u}\right)^2$.

Mà $(u+z_0)\left(\bar{u}+\overline{z_0}\right)=|u+z_0|^2=1$ $\Rightarrow u\cdot\overline{z_0}+z_0\cdot\bar{u}=1-|u|^2-|z_0|^2=-|u|^2-1$.

Suy ra

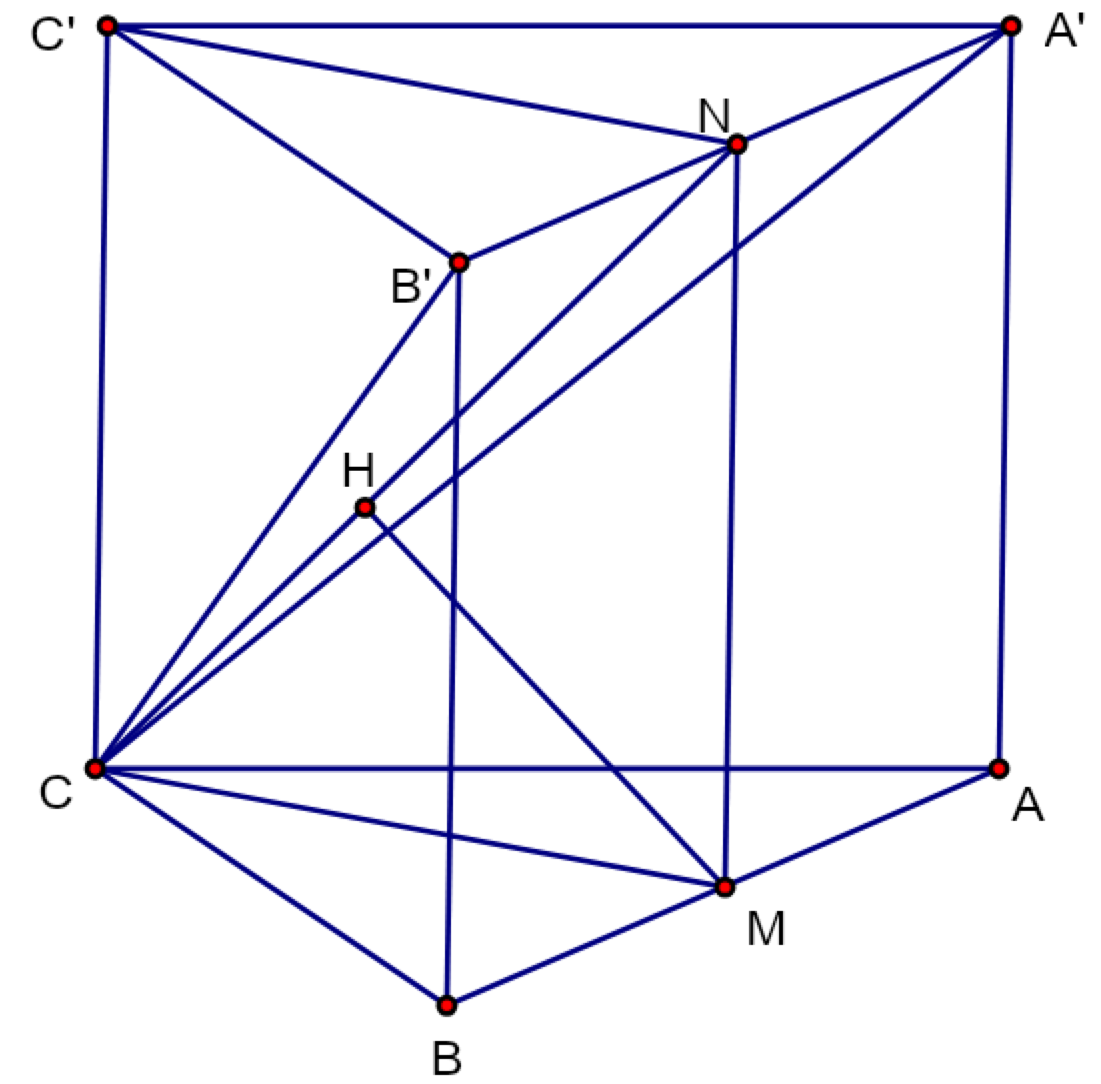
$P^2=|u|^4-4|u|^2+4+\left(|u|^2+1\right)^2$ $=2|u|^4-2|u|^2+5$ $=2\left(|u|^2-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{2}\geq\dfrac{9}{2}$

$\Rightarrow P\geq\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, cạnh đáy AB bằng $2a$ và $\widehat{ABC}$ bằng $30°$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng $\dfrac{a}{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$. Kẻ $MH \perp CN$ $(H \in CN)$.

Tam giác CAB cân tại C suy ra $AB \perp CM$.

Mặt khác $AB \perp CC' \Rightarrow AB \perp (CMNC') \Rightarrow A'B' \perp (CMNC') \Rightarrow A'B' \perp MH$

Như vậy $\begin{cases} MH \perp CN \\ MH \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow MH \perp (CA'B')$.

Ta có: $AB // (CA'B') \Rightarrow d(AB, CB') = d\left(AB, (CA'B')\right) = d(M, (CA'B') = MH$.

Tam giác BMC vuông tại M, suy ra $CM = BM.\tan 30^0 = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

Tam giác CMN vuông tại M, có MH là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MC^2} + \frac{1}{MN^2} \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{1}{MN^2} \Leftrightarrow MN = a$$

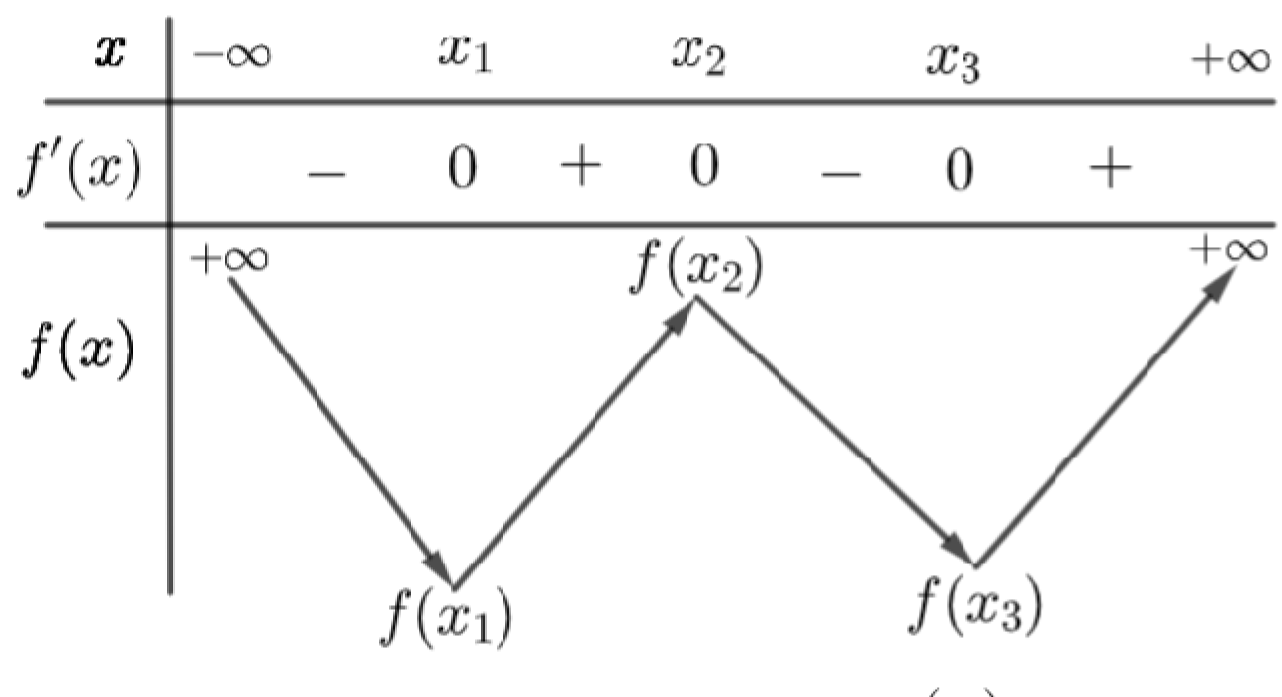
Từ đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.MN = \dfrac{1}{2}.2a.\dfrac{a}{\sqrt{3}}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $(b, c, d, e \in \mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là $1, 4$ và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

+) Gọi $x_1 < x_2 < x_3$ là ba điểm cực trị của hàm số $f(x)$. Ta có bảng biến thiên:



+) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)$ và trục hoành là:

$$g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_i \quad (i = 1, 2, 3) \\ f(x_i) > 0 \text{ (TM)} \end{cases}$$

+) Diện tích cần tìm là

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx-\int_{x_2}^{x_3}\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx=2\sqrt{f(x)}\Big|_{x_1}^{x_2}-2\sqrt{f(x)}\Big|_{x_2}^{x_3}=4\sqrt{f(x_2)}-2\sqrt{f(x_1)}-2\sqrt{f(x_3)}=6.$$

Câu 45: Tổng các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $z^2-2(a+2)z+a^2+3a=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 4. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -4.

Lời giải

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=2(a+2) \\ z_1.z_2=a^2+3a \end{cases}$

Mặt khác: $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow\left|(z_1+z_2)^2\right|=\left|(z_1-z_2)^2\right|$

$\Leftrightarrow\left|(z_1+z_2)^2\right|=\left|(z_1+z_2)^2-4z_1z_2\right|\Leftrightarrow\left|4(a+2)^2\right|=\left|4(a+2)^2-4(a^2+3a)\right|$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(a+2)^2=(a+2)^2-(a^2+3a)\\(a+2)^2=-(a+2)^2+(a^2+3a)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2+3a=0\\a^2+5a+8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-3\end{array}\right.$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của a bằng -3.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-5}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với d và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $(\alpha):x-2y-5z+11=0$. **B.** $(\alpha):x-2y-5z-11=0$.

C. $(\alpha):x-z+3=0$. **D.** $(\alpha):x-2y-5z+5=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$.

Vì (α) vuông góc với d nên (α) nhận $\vec{u}=(1;-2;-5)$ làm vectơ pháp tuyến.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=3$.

Do mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $r=3=R$ nên (α) đi qua điểm I.

Suy ra phương trình mặt phẳng (α): $1(x-1)-2(y-0)-5(z+2)=0\Leftrightarrow x-2y-5z-11=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên không âm $(x;y)$ thoả mãn điều kiện $\log_2\frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9}+1\ge\log_2\frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4}$?

A. 43. **B.** 49. **C.** 42. **D.** 45.

Lời giải

Chọn C

Với $x,y\ge0$. Ta có $\log_2\frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9}+1\ge\log_2\frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4}$

$\Leftrightarrow\log_2\frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9}\ge\log_2\frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4}-1\Leftrightarrow\log_2\frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9}\ge\log_2\frac{x^2+y^2+5}{4x+6y+8}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9} \ge \dfrac{x^2+y^2+5}{4x+6y+8}$.

Đặt $a = x^2+y^2+5; b = 4x+6y+8\left(a,b>0\right)$.

Suy ra $\dfrac{a+1}{b+1} \ge \dfrac{a}{b} \Leftrightarrow \left(a+1\right).b \ge a\left(b+1\right) \Leftrightarrow b \ge a$.

Do đó $4x+6y+8 \ge x^2+y^2+5 \Leftrightarrow \left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2 \le 16$.

Suy ra $-4 \le x-2 \le 4 \Leftrightarrow -2 \le x \le 6$; mà $x \ge 0$ và $x \in \mathbb{Z}$ nên ta có có các trường hợp sau

Trường hợp 1: $x=0 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 12 \Leftrightarrow 3-2\sqrt{2} \le y \le 3+2\sqrt{3}$.

Do $y \ge 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \left\{0;1;2;3;4;5;6\right\}$.

Suy ra có 7 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $x=1 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 15 \Leftrightarrow 3-\sqrt{15} \le y \le 3+\sqrt{15}$.

Do $y \ge 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \left\{0;1;2;3;4;5;6\right\}$.

Suy ra có 7 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Trường hợp 3: $x=2 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 16 \Leftrightarrow -1 \le y \le 7$.

Do $y \ge 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \left\{0;1;2;3;4;5;6;7\right\}$.

Suy ra có 8 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Trường hợp 4: $x=3 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 15 \Leftrightarrow 3-\sqrt{15} \le y \le 3+\sqrt{15}$.

Do $y \ge 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \left\{0;1;2;3;4;5;6\right\}$.

Suy ra có 7 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Trường hợp 5: $x=4 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 15 \Leftrightarrow 3-2\sqrt{3} \le y \le 3+2\sqrt{3}$.

Do $y \ge 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \left\{0;1;2;3;4;5;6\right\}$.

Suy ra có 7 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Trường hợp 6: $x=5 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 7 \Leftrightarrow 3-\sqrt{7} \le y \le 3+\sqrt{7}$.

Do $y \ge 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \left\{1;2;3;4;5\right\}$.

Suy ra có 5 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Trường hợp 7: $x=6 \Rightarrow \left(y-3\right)^2 \le 0 \Rightarrow y=3$.

Suy ra có 1 cặp $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

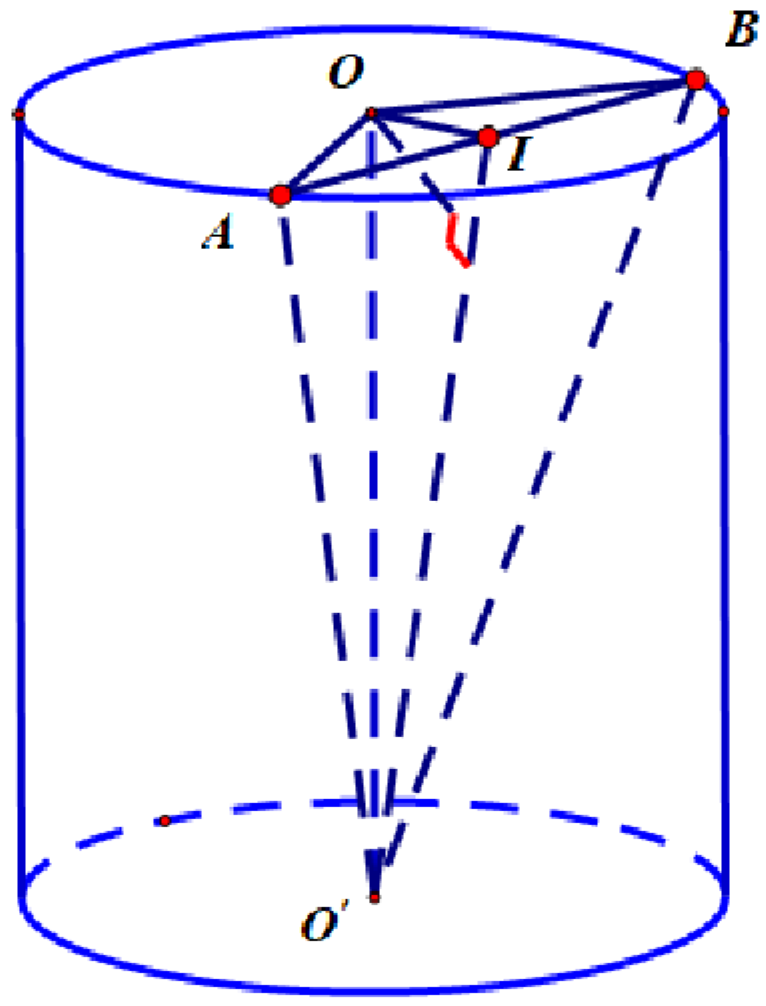
Vậy có tất cả 42 cặp số nguyên không âm $\left(x;y\right)$ thoả mãn điều kiện bài toán.

Câu 48: Cho hình trụ (H) có hai đáy là hai đường tròn có tâm O và O', mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua O' và cắt đường tròn tâm O tại hai điểm A,B sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và có diện tích $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Biết góc giữa mp $\left(\alpha\right)$ và mp $\left(OAB\right)$ bằng 60^0, tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $\left(O'AB\right)$?

A. $\dfrac{3a}{8}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn A



$\Delta O'AB$ là tam giác đều và có diện tích $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AO' = AB = BO' = a$.

Gọi I là trung điểm AB, $IO' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Ta có: $\begin{cases} IO' \perp AB \\ IO \perp AB \end{cases} \Rightarrow \left((\alpha),(OAB)\right) = \widehat{OIO'} = 60^0$.

$OO' = IO'.\sin 60^0 = \dfrac{3a}{4}$; $IA = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$; $OI = IO'.\cos 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$;

Gọi d là khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(O'AB)$

Ta có: $\dfrac{1}{d^2} = \dfrac{1}{OO'^2} + \dfrac{1}{OI^2} = \dfrac{16}{9a^2} + \dfrac{16}{3a^2} = \dfrac{64}{9a^2} \Rightarrow d = \dfrac{3a}{8}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-2;0)$ và $B(3;4;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ và $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-6z+7=0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A. $72-2\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{72-2\sqrt{34}}$. **C.** $72+2\sqrt{34}$. **D.** $\sqrt{72+2\sqrt{34}}$.

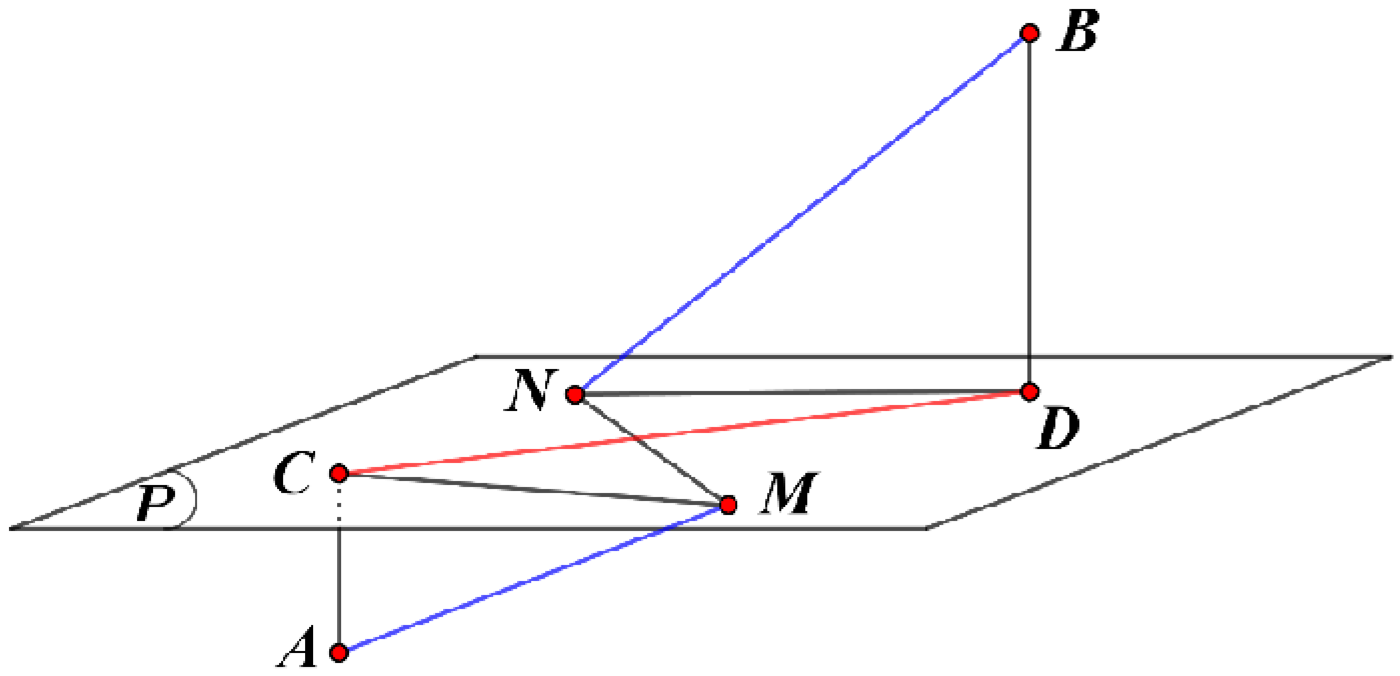
Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) là giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) nên ta có hệ:

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4 \\ x^2+y^2+z^2-2x-6z+7=0 \end{cases} \Rightarrow 2y=0 \Rightarrow (P)\equiv(Ozx).$$

Gọi $C(0;0;0)$ và $D(3;0;5)$ lần lượt là hình chiếu của A và B lên (Ozx). Khi đó $AC=2$, $BD=4$, $CD=\sqrt{34}$.



Ta có: $AM+BN=\sqrt{AC^2+CM^2}+\sqrt{BD^2+DN^2}\geq\sqrt{(AC+BD)^2+(CM+DN)^2}$

Mặt khác: $CM+DN+MN\geq CD\Rightarrow CM+DN\geq\sqrt{34}-1$.

Suy ra $AM+BN\geq\sqrt{36+(CM+DN)^2}\geq\sqrt{36+\left(\sqrt{34}-1\right)^2}$

Vậy $AM+BN$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{72-2\sqrt{34}}$, dấu $"="$ xảy ra khi C,M,N,D thẳng hàng.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|mx^3-mx^2+16x-32\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $-1\leq m\leq 2$. **<u>B.</u>** $-2\leq m\leq 0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Đặt $f(x)=mx^3-mx^2+16x-32$

$$y=\left|f(x)\right|=\begin{cases}f(x) \text{ vôùi } f(x)\geq 0\\ -f(x) \text{ vôùi } f(x)<0\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}f'(x) \text{ vôùi } f(x)>0\\ -f'(x) \text{ vôùi } f(x)<0\end{cases}$$

Trường hợp 1. $\begin{cases}f'(x)\leq 0 & \forall x\in(1;2)\\ f(2)\geq 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3mx^2-2mx+16\leq 0\in\forall x\in(1;2)\\ 8m-4m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\left(3x^2-2x\right)\leq -16\ \forall x\in(1;2)\\ m\geq 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq\dfrac{-16}{3x^2-2x}\\ m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq -16\Leftrightarrow m\in\varnothing\\ m\geq 0\end{cases}$$

Trường hợp 2. $\begin{cases}f'(x)\geq 0 & \forall x\in(1;2)\\ f(2)\leq 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3mx^2-2mx+16\geq 0\in\forall x\in(1;2)\\ 8m-4m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq\dfrac{-16}{3x^2-2x}\ \forall x\in(1;2)\\ m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq -2\\ m\leq 0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow -2\leq m\leq 0$.

Vậy với $-2\leq m\leq 0$ hàm số $y=\left|mx^3-mx^2+16x-32\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

---------- **HẾT** ----------