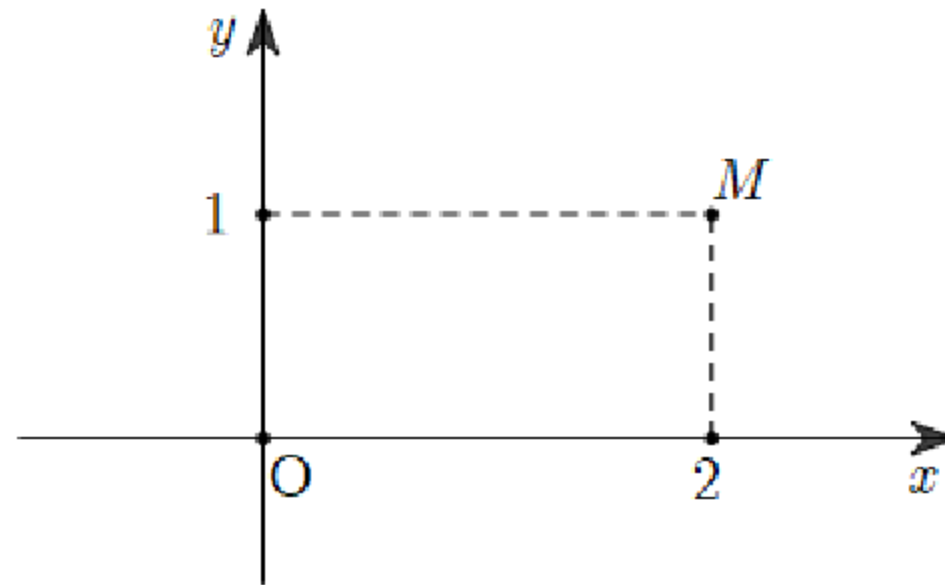


**Câu 1:** Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là điểm  $M$  trong hình vẽ sau?



- A.  $z_1 = 2 - i$ .      B.  $z_2 = 1 + 2i$ .      C.  $z_3 = 2 + i$ .      D.  $z_4 = 1 - 2i$ .

**Câu 2:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2^x$  là:

- A.  $y' = 2^x \ln 2$ .      B.  $y' = 2^x$ .      C.  $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$ .      D.  $y' = x2^{x-1}$ .

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^5$  trên tập số thực là

- A.  $y' = 5x^5$ .      B.  $y' = 5x^4$ .      C.  $y' = \frac{1}{5}x^4$ .      D.  $y' = \frac{1}{6}x^6$ .

**Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x+2} < \frac{1}{4}$  là

- A.  $(-\infty; -4)$ .      B.  $(-4; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 0)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

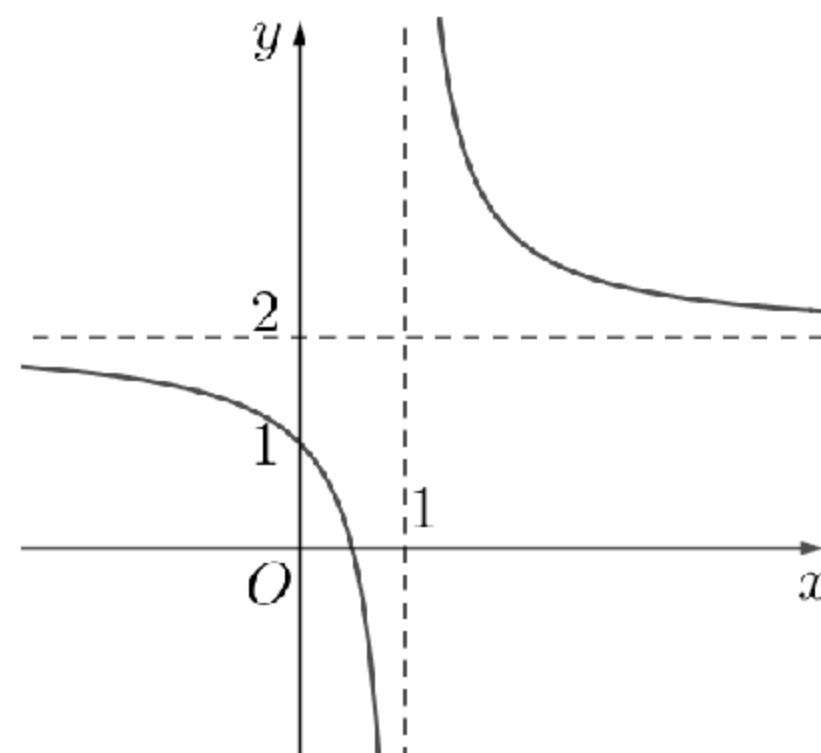
**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 5, q = 2$ . Số hạng thứ 6 của cấp số nhân đó là

- A.  $\frac{1}{160}$ .      B. 25.      C. 32.      D. 160.

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- A.  $(1; -2; 3)$ .      B.  $(1; 2; -3)$ .      C.  $(-1; 2; -3)$ .      D.  $(1; 2; 3)$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A.  $(0; 2)$ .      B.  $(2; 0)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(1; 0)$ .

**Câu 8:** Nếu  $\int_0^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{2}$  thì  $\int_0^{\pi} 3f(x) dx$  bằng

A.  $\frac{7}{2}$  .

B.  $\frac{3}{2}$  .

C.  $\frac{3}{2}$  .

D.  $\frac{3\pi}{2}$  .

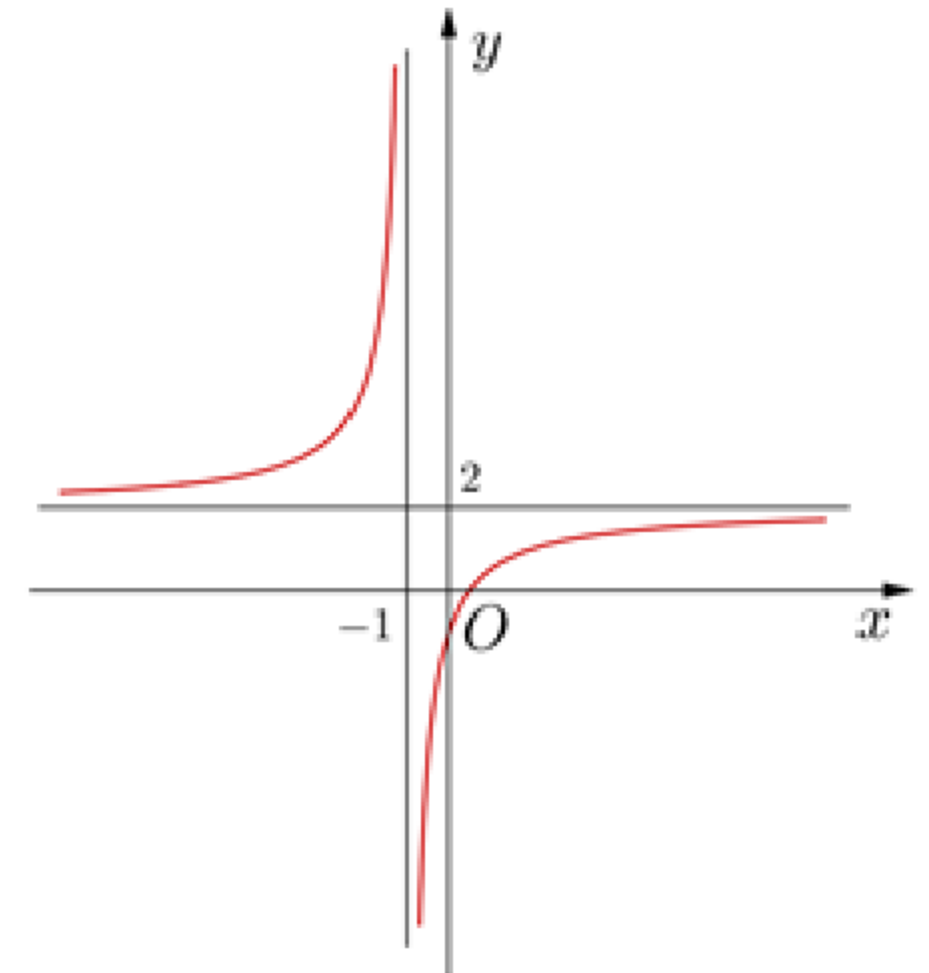
Câu 9: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ:

A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  .

B.  $y = \frac{x+2}{x+1}$  .

C.  $y = \frac{2x-2}{x-1}$  .

D.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  .



Câu 10: Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$ . Tọa độ tâm I và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  là

A.  $I(-2;1;3); R = 3$  .

B.  $I(-2;1;3); R = 9$  .

C.  $I(2;-1;-3); R = 3$  .

D.  $I(2;-1;-3); R = 9$  .

Câu 11: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_P$  và  $\vec{n}_Q$ . Biết cosin góc giữa hai vectơ  $\vec{n}_P$  và  $\vec{n}_Q$  bằng  $\frac{1}{2}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng.

A.  $30^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $90^\circ$

Câu 12: Cho số phức  $z = 5 - 6i$ , hiệu của phần thực và phần ảo của số phức  $z^2$  bằng

A. 49 .

B. -71 .

C. 42 .

D. -33 .

Câu 13: Thể tích của khối lập phương cạnh  $3a$  bằng

A.  $3a^3$  .

B.  $a^3$  .

C.  $27a^3$  .

D.  $9a^3$  .

Câu 14: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{2}$ . Biết rằng cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{2a^3}{3}$  .

B.  $\frac{4a^3}{3}$  .

C.  $\frac{2a^3}{3}$  .

D.  $\frac{a^3}{3}$  .

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

A.  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$  .

B.  $m = 2$  .

C.  $m = -5$  .

D.  $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$  .

Câu 16: Phần ảo của số phức  $z = 4i - 2$  bằng

A. 4 .

B. -4 .

C. 2 .

D. -2 .

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$ , độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A.  $30\pi$  .

B.  $45\pi$  .

C.  $15\pi$  .

D.  $10\pi$  .

Câu 18: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  có phương trình  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ . Hỏi đường thẳng  $d$  đi qua điểm nào sau đây

A.  $B(2;3;-2)$  .

B.  $C(-2;-3;2)$  .

C.  $A(1;-1;1)$  .

D.  $D(2;3;2)$  .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên

$x$	$-\infty$		1		2		$+\infty$	
$y'$		+	0	-		+		
$y$	$-\infty$	↗		3	↘		0	↗
								$+\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. (3;1).                      B. (2;0).                      C. (1;3).                      D. Không có điểm cực tiểu.

**Câu 20:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = -2$ .                      B.  $y = 1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 2$ .

**Câu 21:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3(2x-1) < 2$  là

- A.  $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$ .                      B.  $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$ .                      C.  $S = (-\infty; 5)$ .                      D.  $S = (5; +\infty)$ .

**Câu 22:** Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh?

- A. 32760.                      B. 50625.                      C. 60.                      D. 1365.

**Câu 23:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.  $f(x) = x^2 e^{x^2} + 3$ .                      B.  $f(x) = x^2 e^{x^2} + C$ .                      C.  $f(x) = 2xe^{x^2}$ .                      D.  $f(x) = xe^{x^2}$ .

**Câu 24:** Nếu  $\int_0^3 (3f(x) + 5) dx = 9$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

- A. 8.                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{4}$ .                      D. -2.

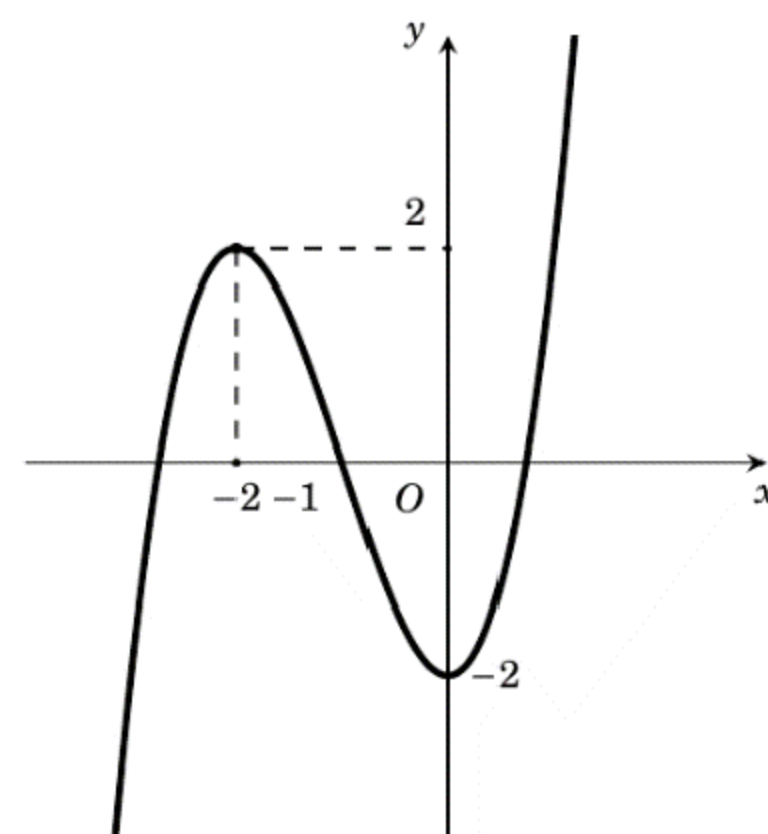
**Câu 25:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + \frac{1}{x}$

- A.  $-\sin x - \frac{1}{x^2} + C$ .                      B.  $-\sin x + \ln|x| + C$ .  
 C.  $\sin x - \frac{1}{x^2} + C$ .                      D.  $\sin x + \ln|x| + C$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như sau :

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -1)$ .  
 C.  $(-2; 2)$ .                      D.  $(-1; +\infty)$ .



**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0		0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗		3	↘		1	↗	
									$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0.                                      B. -1.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 28:** Với mọi số thực  $a$  dương,  $\log_2 \frac{a^2}{4}$  bằng  
 A.  $2(\log_2 a - 1)$ .                      B.  $\log_2 a - 2$ .                      C.  $\log_2 a - 1$ .                      D.  $2\log_2 a - 1$ .

**Câu 29:** Quay xung quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = (3x - 1)\sqrt{\ln x}$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 2$  ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

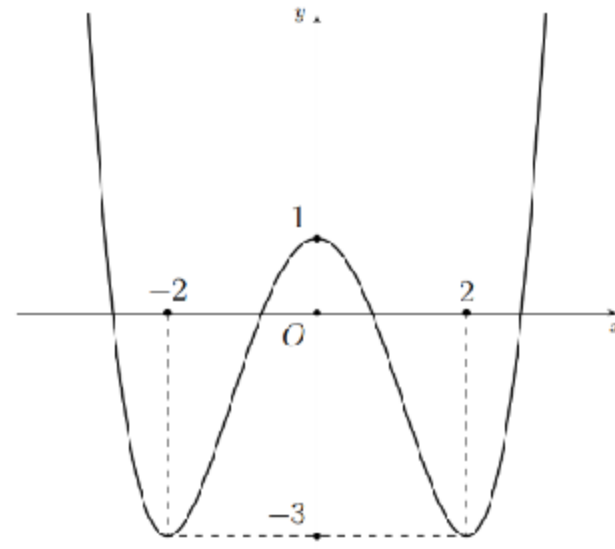
A.  $\int_{\frac{1}{3}}^2 (3x - 1)^2 \ln x dx$                       B.  $\pi \int_{\frac{1}{3}}^2 (3x - 1)^2 \ln x dx$

C.  $\pi \int_1^2 (3x - 1)^2 \ln x dx$                       D.  $\int_1^2 (3x - 1)^2 \ln x dx$

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $SAC$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc tạo bởi mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .

A.  $30^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $90^\circ$ .                                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình.



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $3f(x) - m = 0$  có nhiều nghiệm nhất là  
 A. 3.                                      B. 12.                                      C. 13.                                      D. 11.

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x - 2)(x + 5)(x + 1)^2$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-5; -1)$ .                              B.  $(0; +\infty)$ .                              C.  $(-\infty; -5)$ .                              D.  $(-1; 2)$ .

**Câu 33:** Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau bằng.

A.  $\frac{3}{160}$ .                                      B.  $\frac{3}{70}$ .                                      C.  $\frac{3}{80}$ .                                      D.  $\frac{3}{140}$ .

**Câu 34:** Gọi  $T$  là tổng các nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{1}{3}} x - 5\log_3 x + 6 = 0$ . Tính  $T$ .  
 A.  $T = 5$ .                                      B.  $T = -3$ .                                      C.  $T = 36$ .                                      D.  $T = \frac{1}{243}$ .

**Câu 35:** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z - 1 + 2i| = 3$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $w = 2z + i$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A.  $I(2; -3)$ .                              B.  $I(1; 1)$ .                              C.  $I(0; 1)$ .                              D.  $I(1; 0)$ .

- Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;1;-2)$  và mặt phẳng  $(P): 3x+2y-z+1=0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $(P)$  có phương trình là
- A.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ .      B.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ .  
C.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ .      D.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .
- Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x+2y-z-3=0$  và điểm  $M(1;-2;4)$ . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $(5;2;2)$ .      B.  $(0;0;-3)$ .      C.  $(3;0;3)$ .      D.  $(1;1;3)$ .
- Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $1$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA=2$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      B.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $x$  thỏa mãn  $\log_{2\sqrt{3}} \frac{x^2-25}{324} < \log_{3\sqrt{2}} \frac{x^2-25}{144}$  ?
- A. 432.      B. 434      C. 216.      D. 217.
- Câu 40:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $F(x), G(x), H(x)$  là ba nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(3)+G(3)+H(3)=4$  và  $F(0)+G(0)+H(0)=1$ . Khi đó  $\int_0^1 f(3x)dx$  bằng
- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{3}{5}$ .      C.  $\frac{5}{3}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m$  để hàm số  $y = mx^3 + (m-3)x^2 - (2m+1)x - 1$  có hai điểm cực trị đối nhau?
- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.
- Câu 42:** Cho  $z_1; z_2$  là hai số phức thỏa mãn  $|z-1+i|=2$  và  $|z_1-z_2|=\sqrt{5}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |z_1+z_2-6+5i|$  có dạng  $a+\sqrt{b}$ . Khi đó  $a^2+b$  có giá trị là
- A. 126.      B. 36.      C. 28.      D. 42.
- Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và  $BC=2a$ . Góc giữa đường thẳng  $A'B$  với  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho?
- A.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{9}$ .      C.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{9}$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .
- Câu 44:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn các điều kiện  $f(1)=2$ ,  $f(x) \neq 0, \forall x > 0$  và  $(x^2+1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2-1)$  với mọi  $x > 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng
- A.  $\frac{2}{5}$ .      B.  $-\frac{2}{5}$ .      C.  $\frac{5}{2}$ .      D.  $\frac{5}{2}$ .
- Câu 45:** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để phương trình có nghiệm phức  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0+2|=6$  ?
- A. 3.      B. 1.      C. 4.      D. 2.

Oxyz

$M(1;0;-2)$

$$d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases} \text{ và}$$

**Câu 46:** Trong không gian , cho điểm ; đường thẳng  $d'$ :  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$  (P) là mặt phẳng đi qua và chứa . Khoảng cách giữa đường thẳng  $d'$  và (P) bằng

- A.  $\frac{12}{\sqrt{5}}$  .                      B.  $\frac{4}{\sqrt{5}}$  .                      C.  $\frac{8}{\sqrt{5}}$  .                      D.  $\frac{5}{\sqrt{5}}$  .

**Câu 47:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $y$  để bất phương trình  $6^{x^2} + 9y \cdot 3^x \leq 3^{x^2} y + 2^{x^2} \cdot 3^{x+2}$  có 5 giá trị  $x$  nguyên?

A. 65024.                      B. 65021.                      C. 65022.                      D. 65023.

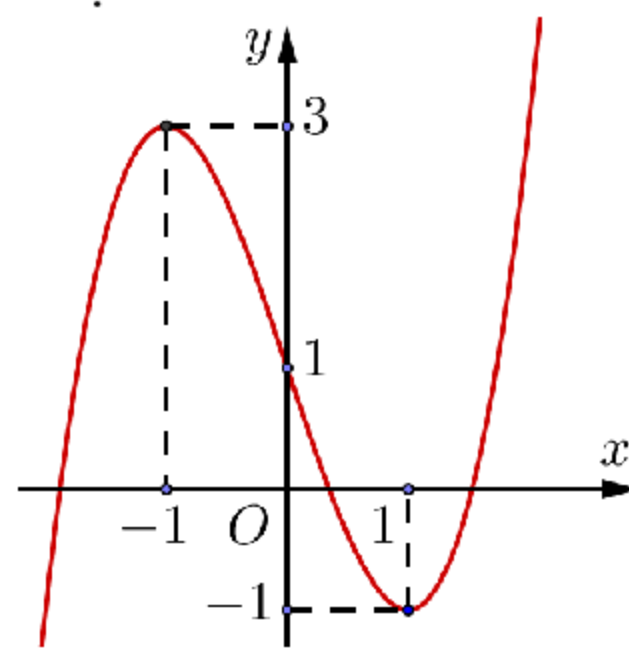
**Câu 48:** Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn (O) và (O') bán kính bằng  $a\sqrt{3}$ . Một khối nón có đỉnh O', đáy là đường tròn (O) và có thể tích bằng  $2\pi a^3$ . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn (O) sao cho  $AB = a\sqrt{6}$ . Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy của khối nón đến mặt phẳng (SAB) bằng

A.  $\frac{\sqrt{6}a}{11}$  .                      B.  $\frac{3\sqrt{6}a}{2}$  .                      C.  $\frac{2\sqrt{33}a}{11}$  .                      D.  $\frac{\sqrt{6}a}{3}$  .

**Câu 49:** Trong không gian Oxyz, cho  $A(8;9;3), B(11;3;3)$  và mặt cầu (S):  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ . Gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng AB. Tập hợp các tiếp tuyến với (S) kẻ từ K là mặt nón tròn xoay có đáy là đường tròn tạo bởi các tiếp điểm. Thể tích nhỏ nhất của một khối nón trong tập hợp các khối nón đỉnh K là

A.  $\frac{65\sqrt{5}}{3}\pi$                       B.  $\frac{70\sqrt{5}}{3}\pi$                       C.  $\frac{80\sqrt{5}}{3}\pi$                       D.  $\frac{85\sqrt{5}}{3}\pi$

**Câu 50:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-10;10]$  để hàm số  $g(x) = |f(f(x)) - 2f(x) + m|$  đồng biến trên  $(0;1)$  là

A. 8.                      B. 7.                      C. 19.                      D. 20.

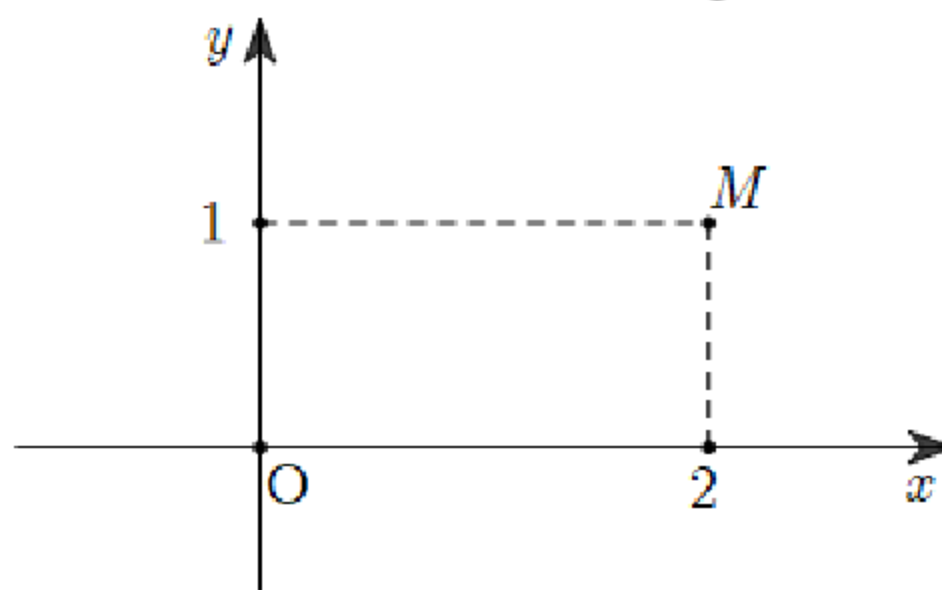
----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.C	2.A	3.B	4.A	5.D	6.B	7.C	8.C	9.A	10.A
11.C	12.A	13.C	14.B	15.A	16.A	17.C	18.A	19.B	20.B
21.B	22.D	23.C	24.D	25.D	26.A	27.C	28.A	29.C	30.D
31.D	32.C	33.B	34.C	35.A	36.B	37.C	38.C	39.D	40.D
41.B	42.B	43.D	44.D	45.D	46.B	47.A	48.C	49.C	50.A

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1:** Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là điểm  $M$  trong hình vẽ sau?



- A.  $z_1 = 2 - i$  .      B.  $z_2 = 1 + 2i$  .      C.  $z_3 = 2 + i$  .      D.  $z_4 = 1 - 2i$  .

**Lời giải**

Do điểm  $M(2;1)$  nên nó là điểm biểu diễn của số phức  $z_3 = 2 + i$  .

**Câu 2:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2^x$  là:

- A.  $y' = 2^x \ln 2$  .      B.  $y' = 2^x$  .      C.  $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$  .      D.  $y' = x2^{x-1}$  .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = (2^x)' = 2^x \ln 2$  .

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^5$  trên tập số thực là

- A.  $y' = 5x^5$  .      B.  $y' = 5x^4$  .      C.  $y' = \frac{1}{5}x^4$  .      D.  $y' = \frac{1}{6}x^6$  .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = (x^5)' = 5x^{5-1} = 5x^4$  .

**Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x+2} < \frac{1}{4}$  là

- A.  $(-\infty; -4)$  .      B.  $(-4; +\infty)$  .      C.  $(-\infty; 0)$  .      D.  $(0; +\infty)$  .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $2^{x+2} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x+2} < 2^{-2} \Leftrightarrow x+2 < -2 \Leftrightarrow x < -4$  .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; -4)$  .

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 5, q = 2$  . Số hạng thứ 6 của cấp số nhân đó là

- A.  $\frac{1}{160}$  .      B.  $\frac{25}{160}$  .      C.  $\frac{32}{160}$  .      D.  $\frac{160}{160}$  .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $u_6 = u_1 q^5 = 5 \times 2^5 = 160$

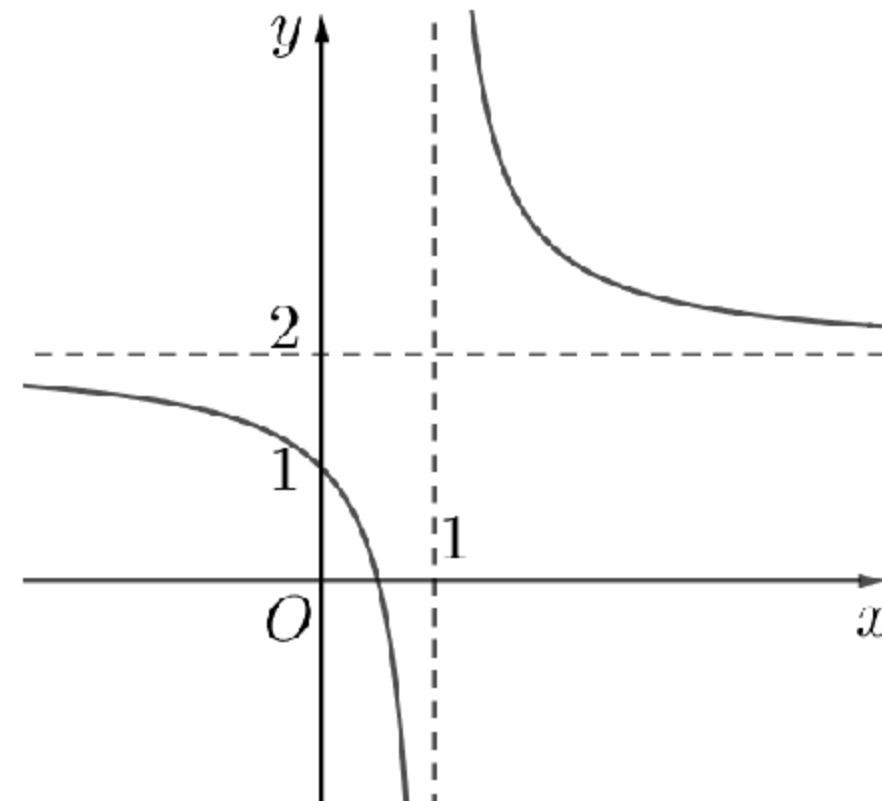
- Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  
 A.  $(1; -2; 3)$ .      B.  $(1; 2; -3)$ .      C.  $(-1; 2; -3)$ .      D.  $(1; 2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $n = (1; 2; -3)$ .

- Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A.  $(0; 2)$ .      B.  $(2; 0)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(1; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(0; 2)$ .

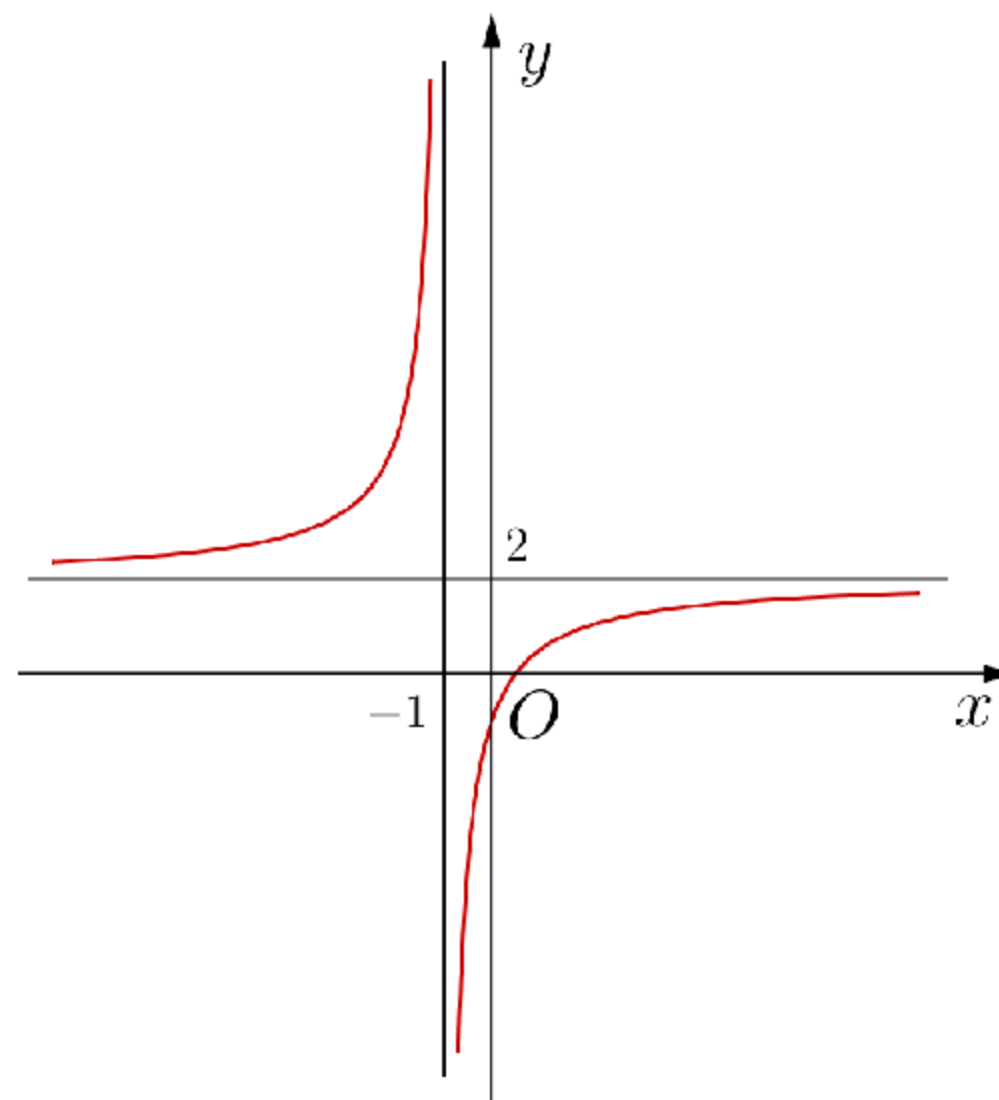
- Câu 8:** Nếu  $\int_0^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} 3f(x) dx$  thì  $\int_0^{\pi} f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{7}{2}$ .      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{3\pi}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\int_0^{\pi} 3f(x) dx = 3 \int_0^{\pi} f(x) dx = 3 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi} f(x) dx = \frac{3}{2} \int_0^{\pi} f(x) dx$

- Câu 9:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ:





- A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$       B.  $y = \frac{x+2}{x+1}$       C.  $y = \frac{2x-2}{x-1}$       D.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

**Lời giải**

Nhận thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  và đường tiệm cận ngang là  $y = 2$  nên đáp án A đúng.

- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$ .  
Tọa độ tâm I và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  là
- A.  $I(-2;1;3); R=3$       B.  $I(-2;1;3); R=9$   
C.  $I(2;-1;-3); R=3$       D.  $I(2;-1;-3); R=9$

**Lời giải**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2;1;3)$  và bán kính  $R=3$ .

- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_P$  và  $\vec{n}_Q$ . Biết cosin góc giữa hai vectơ  $\vec{n}_P$  và  $\vec{n}_Q$  bằng  $\frac{1}{2}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng.
- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\cos((P);(Q)) = \left| \cos(\vec{n}_P; \vec{n}_Q) \right| = \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow ((P);(Q)) = 60^\circ$ .

- Câu 12:** Cho số phức  $z = 5 - 6i$ , hiệu của phần thực và phần ảo của số phức  $z^2$  bằng
- A. 49.      B. -71.      C. 42.      D. -33.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $z^2 = (5 - 6i)^2 = -11 - 60i$  nên hiệu của phần thực và phần ảo bằng  $-11 + 60 = 49$ .

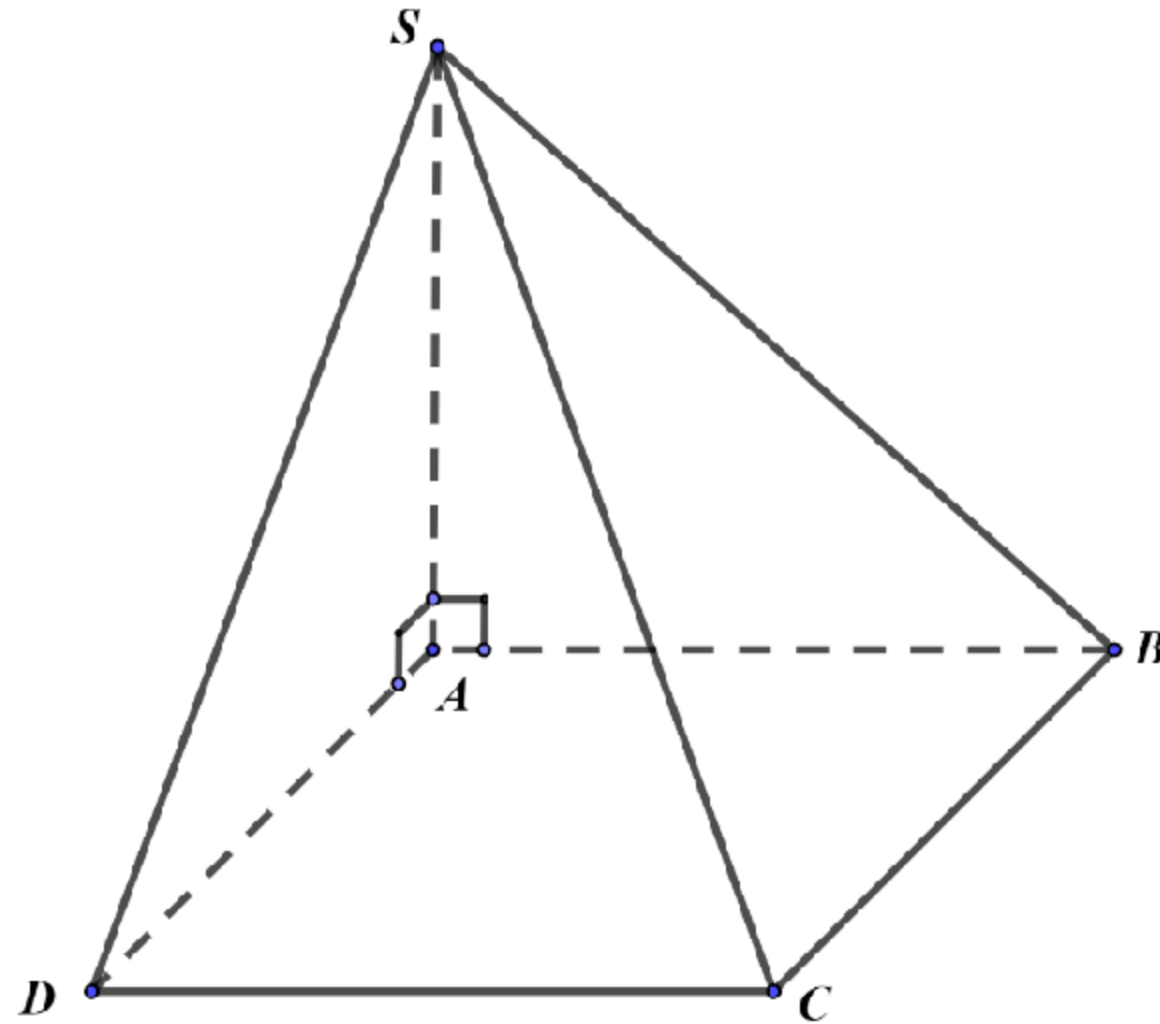
- Câu 13:** Thể tích của khối lập phương cạnh  $3a$  bằng
- A.  $3a^3$ .      B.  $a^3$ .      C.  $27a^3$ .      D.  $9a^3$ .

**Lời giải**

Thể tích của khối lập phương cạnh  $3a$  là  $V = (3a)^3 = 27a^3$ .

- Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{2}$ . Biết rằng cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .
- A.  $\frac{2a^3}{3}$       B.  $\frac{4a^3}{3}$       C.  $\frac{2a^3}{3}$       D.  $\frac{a^3}{3}$

**Lời giải**



Đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{2}$  nên có diện tích  $S_{ABCD} = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$ .  
 Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA = 2a$  là đường cao.

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}$ .

**Câu 15:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

- A.  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$       B.  $m = 2$       C.  $m = -5$       D.  $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$

**Lời giải**

Ta có  $(S)$  có tâm  $I(1; -1; 1)$  và bán kính  $R = 3$

Để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$  thì  $d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - m^2 - 3m|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 = 0 \\ m^2 + 3m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$

**Câu 16:** Phần ảo của số phức  $z = 4i - 2$  bằng

- A. 4.      B. -4.      C. 2.      D. -2.

**Lời giải**

Phần ảo của số phức  $z = 4i - 2$  bằng 4.

**Câu 17:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$ , độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $30\pi$ .      B.  $45\pi$ .      C.  $15\pi$ .      D.  $10\pi$ .

**Lời giải**

$$S_{xq} = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$$

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  có phương trình  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ . Hỏi đường thẳng  $d$  đi qua điểm nào sau đây

- A.  $B(2; 3; -2)$ .      B.  $C(-2; -3; 2)$ .      C.  $A(1; -1; 1)$ .      D.  $D(2; 3; 2)$ .

**Lời giải**

Với  $t = 0$  thì đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $B(2; 3; -2)$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên

$x$	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$y'$		+	0	-		+	
$y$	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. (3;1).                      B. (2;0).                      C. (1;3).                      D. Không có điểm cực tiểu.

Lời giải

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho có giá trị cực đại là 3.

- Câu 20:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình  
A.  $y = -2$ .                      B.  $y = 1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta thấy

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 1$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 1$ .

- Câu 21:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3(2x-1) < 2$  là  
A.  $S = \left[ \frac{1}{2}; 5 \right)$ .                      B.  $S = \left( \frac{1}{2}; 5 \right)$ .                      C.  $S = (-\infty; 5)$ .                      D.  $S = (5; +\infty)$ .

Lời giải

$$\log_3(2x-1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left( \frac{1}{2}; 5 \right)$$

Ta có

- Câu 22:** Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh?  
A. 32760.                      B. 50625.                      C. 60.                      D. 1365.

Lời giải

Số cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh là  $C_{15}^4 = 1365$ .

- Câu 23:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?  
A.  $f(x) = x^2 e^{x^2} + 3$ .                      B.  $f(x) = x^2 e^{x^2} + C$ .                      C.  $f(x) = 2x e^{x^2}$ .                      D.  $f(x) = x e^{x^2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } F(x) = e^{x^2} \Rightarrow f(x) = F'(x) = 2x e^{x^2}$$

- Câu 24:** Nếu  $\int_0^3 (3f(x) + 5) dx = 9$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng  
A. 8.                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{4}$ .                      D. -2.

Lời giải

Ta có  $\int_0^3 (3f(x) + 5) dx = 9 \Leftrightarrow 3 \int_0^3 f(x) dx + 5 \int_0^3 dx = 9 \Leftrightarrow 3 \int_0^3 f(x) dx + 15 = 9 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = -2$

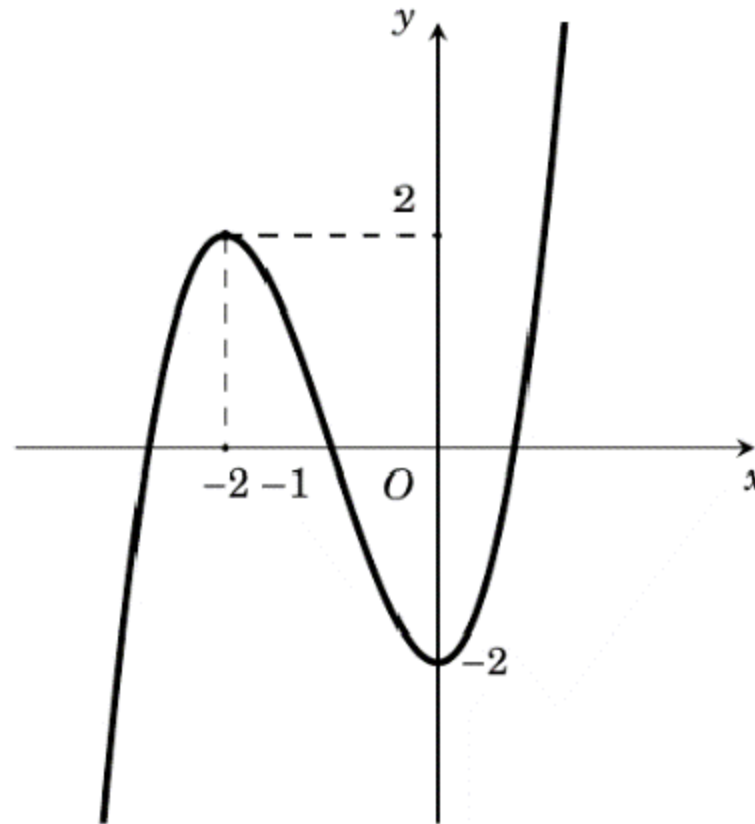
**Câu 25:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + \frac{1}{x}$

- A.  $-\sin x - \frac{1}{x^2} + C$       B.  $-\sin x + \ln|x| + C$       C.  $\sin x - \frac{1}{x^2} + C$       D.  $\sin x + \ln|x| + C$

**Lời giải**

Ta có  $\int \left( \cos x + \frac{1}{x} \right) dx = \sin x + \ln|x| + C$

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như sau :



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$       B.  $(-\infty; -1)$       C.  $(-2; 2)$       D.  $(-1; +\infty)$

**Lời giải**

Nhìn vào đồ thị, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$		$3$		$1$		$3$		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0      B. -1      C. 1      D. 3

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số là  $y = f(0) = 1$ .

**Câu 28:** Với mọi số thực dương,  $\log_2 \frac{a^2}{4}$  bằng

- A.  $2(\log_2 a - 1)$       B.  $\log_2 a - 2$       C.  $\log_2 a - 1$       D.  $2\log_2 a - 1$

**Lời giải**

Ta có  $\log_2 \frac{a^2}{4} = \log_2 a^2 - \log_2 4 = 2\log_2 a - 2 = 2(\log_2 a - 1)$

**Câu 29:** Quay xung quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = (3x-1)\sqrt{\ln x}$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 2$  ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.  $\int_{\frac{1}{3}}^2 (3x-1)^2 \ln x dx$       B.  $\pi \int_{\frac{1}{3}}^2 (3x-1)^2 \ln x dx$   
 C.  $\pi \int_1^2 (3x-1)^2 \ln x dx$       D.  $\int_1^2 (3x-1)^2 \ln x dx$

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số  $D = [1; +\infty)$ .

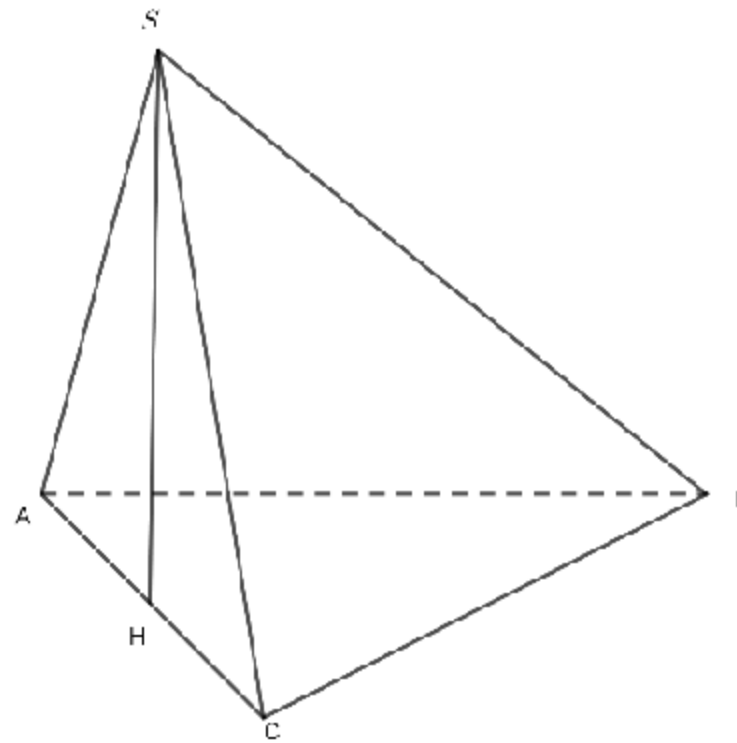
Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số  $y = (3x-1)\sqrt{\ln x}$  và trục  $Ox$  là  $(3x-1)\sqrt{\ln x} = 0 \Rightarrow x = 1$ .

$$V = \pi \int_1^2 (3x-1)^2 \ln x dx.$$

Thể tích khối tròn xoay bằng

- Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $SAC$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc tạo bởi mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .  
 A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AC$       C.

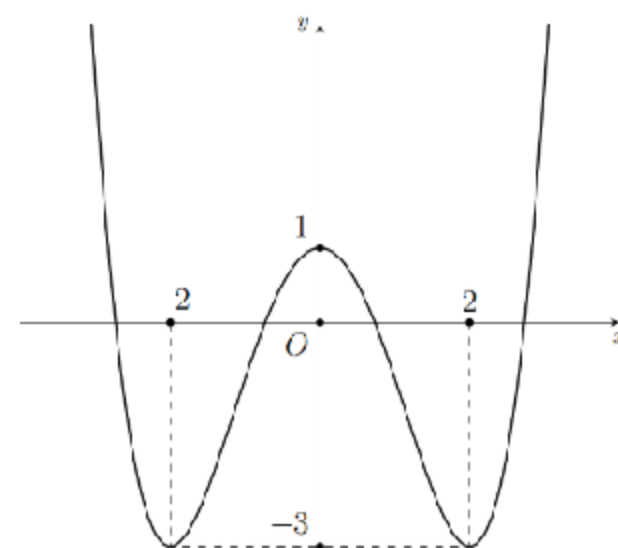
Ta có:  $H$  là trung điểm  $AC$  thì  $SH \perp AC$

$$\text{Mà } \begin{cases} (SAC) \perp (ABC) \\ (SAC) \cap (ABC) = AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SH (SH \perp (ABC) \supset BC) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SBC) \supset SC \perp BC \\ (ABC) \supset AC \perp BC \end{cases} \Rightarrow \left( (SBC), (ABC) \right) = \angle SCA = 60^\circ$$

- Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình.



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $3f(x) - m = 0$  có nhiều nghiệm nhất là  
**A.** 3.                      **B.** 12.                      **C.** 13.                      **D.** 11.

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = \frac{m}{3}$ . Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$

và  $y = \frac{m}{3}$ .

Phương trình có nhiều nghiệm nhất khi

$$-3 < \frac{m}{3} < 1 \Leftrightarrow -9 < m < 3$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-8; -7; \dots; 2\}$ . Có 11 giá trị  $m$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)^2$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(-5; -1)$ .                      **B.**  $(0; +\infty)$ .                      **C.**  $(-\infty; -5)$ .                      **D.**  $(-1; 2)$ .

**Lời giải**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+5)(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu đạo hàm

$x$	$-\infty$	$-5$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -5); (2; +\infty)$ .

**Câu 33:** Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau bằng.

**A.**  $\frac{3}{160}$ .                      **B.**  $\frac{3}{70}$ .                      **C.**  $\frac{3}{80}$ .                      **D.**  $\frac{3}{140}$ .

**Lời giải**

Chọn 3 ô trống trong 7 ô để xếp 3 quả cầu xanh giống nhau có  $C_7^3$  cách.

Chọn 3 ô trống trong 4 ô còn lại để xếp 3 quả cầu đỏ khác nhau có  $A_4^3$  cách.

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_7^3 \cdot A_4^3 = 840 \text{ cách.}$$

Gọi  $A$  là biến cố “3 quả cầu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu xanh xếp cạnh nhau”

Xem 3 quả cầu đỏ là nhóm  $X$ , 3 quả cầu xanh là nhóm  $Y$ .

Xếp  $X, Y$  vào các ô trống có  $A_3^2$  cách.

Hoán vị 3 quả cầu đỏ trong  $X$  có  $3!$  cách.

$$\Rightarrow n(A) = A_3^2 \cdot 3! = 36$$

Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{840} = \frac{3}{70}$ .

**Câu 34:** Gọi  $T$  là tổng các nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0$ . Tính  $T$ .

- A.  $T = 5$  . B.  $T = -3$  . C.  $T = 36$  . D.  $T = \frac{1}{243}$  .

Lời giải

Xét phương trình:  $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0$   
 $\Leftrightarrow (-\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 6 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 6 = 0$   
 Đặt  $t = \log_3 x \Rightarrow (1) \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 3 \end{cases}$   
 Với  $t = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9$   
 Với  $t = 3 \Rightarrow \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 27$ .  
 Vậy  $T = 36$ .

**Câu 35:** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z-1+2i|=3$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $w = 2z+i$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- A.  $I(2;-3)$ . B.  $I(1;1)$ . C.  $I(0;1)$ . D.  $I(1;0)$ .

Lời giải

Gọi  $M$  là điểm biểu diễn số phức  $w$ .

Ta có  $w = 2z + i \Leftrightarrow z = \frac{w-i}{2}$ .

Do đó  $|z-1+2i|=3 \Leftrightarrow \left| \frac{w-i}{2} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow |w-2+3i|=6 \Leftrightarrow MI = 6$  với  $I(2;-3)$ .

Do đó tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I(2;-3)$  và bán kính  $R = 6$ .

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;1;-2)$  và mặt phẳng  $(P): 3x+2y-z+1=0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$  . B.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$  .  
 C.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$  . D.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$  .

Lời giải

Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $n_{(P)} = (3;2;-1)$ .

Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $(P)$ .

Vì  $d$  vuông góc  $(P)$  nên nhận vectơ  $n_{(P)} = (3;2;-1)$  làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ .

**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x+2y-z-3=0$  và điểm  $M(1;-2;4)$ . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $(5;2;2)$ . B.  $(0;0;-3)$ . C.  $(3;0;3)$ . D.  $(1;1;3)$ .

Lời giải

+ Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $M(1;-2;4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

$$\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Phương trình tham số của là:

+ Gọi  $H(1+2t; -2+2t; 4-t)$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $(P)$ .

Vì  $H$  nằm trên  $(P)$  nên thay tọa độ của  $H$  vào phương trình của  $(P)$ , ta được:

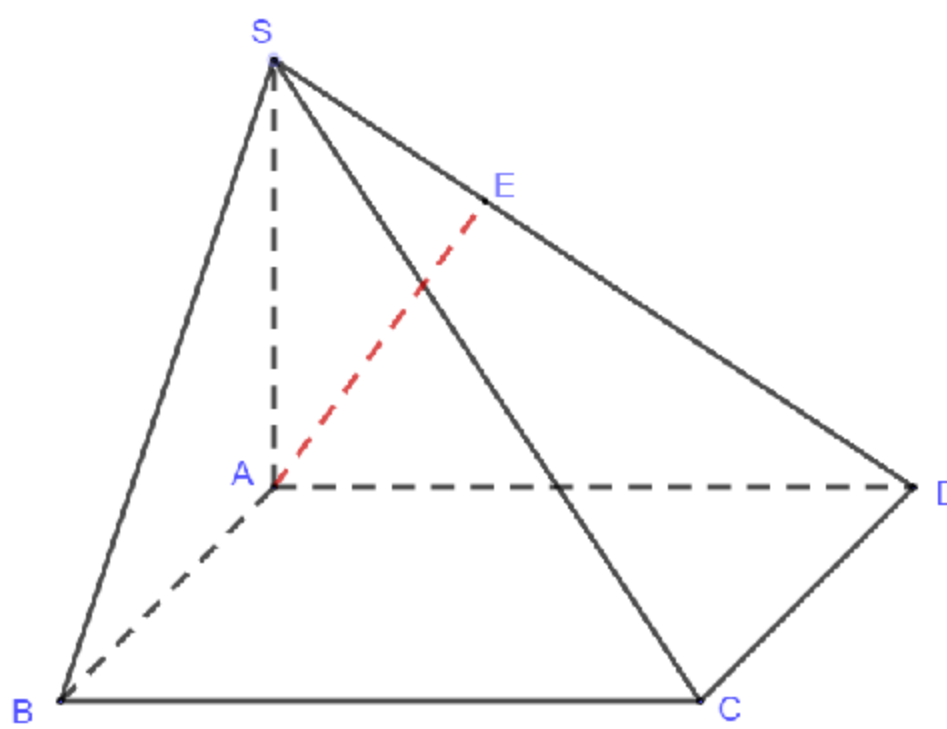
$$2(1+2t) + 2(-2+2t) - (4-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy  $H(3; 0; 3)$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $1$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 2$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      B.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**



Hạ  $AE \perp SD$  ( $E \in SD$ ). Do  $CD \perp (SAD)$  nên  $CD \perp AE$ .

Do đó:  $AE \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AE$ .

Xét tam giác  $SAD$ :  $\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AE = \frac{2}{\sqrt{5}}$ .

Vậy:  $d(A, (SCD)) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $x$  thỏa mãn  $\log_{2\sqrt{3}} \frac{x^2 - 25}{324} < \log_{3\sqrt{2}} \frac{x^2 - 25}{144}$  ?  
A. 432.      B. 434      C. 216.      D. 217.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ:  $D = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ .

Ta có:  $\log_{2\sqrt{3}} \frac{x^2 - 25}{324} < \log_{3\sqrt{2}} \frac{x^2 - 25}{144}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\ln 2\sqrt{3}} (\ln(x^2 - 25) - \ln 324) < \frac{1}{\ln 3\sqrt{2}} (\ln(x^2 - 25) - \ln 144)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\ln 2\sqrt{3}} (\ln(x^2 - 25) - 4 \ln 2\sqrt{3}) < \frac{1}{\ln 3\sqrt{2}} (\ln(x^2 - 25) - 4 \ln 3\sqrt{2})$$

$$\Leftrightarrow (\ln 3\sqrt{2} - \ln 2\sqrt{3}) \ln(x^2 - 25) < 4(\ln^2 3\sqrt{2} - \ln^2 2\sqrt{3})$$



$$\Leftrightarrow \ln(x^2 - 25) < 4(\ln 3\sqrt{2} + \ln 2\sqrt{3})$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 25 < (3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3})^4 \Leftrightarrow -\sqrt{46681} < x < \sqrt{46681}$$

Kết hợp điều kiện ta có  $x \in \{-216; -215; \dots; -6; 6; \dots; 215; 216\}$ .

Vì  $x$  nguyên dương nên có 217 số nguyên  $x$  thỏa mãn.

- Câu 40:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbf{R}$ . Gọi  $F(x), G(x), H(x)$  là ba nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbf{R}$
- $F(3) + G(3) + H(3) = 4$        $F(0) + G(0) + H(0) = 1$
- thỏa mãn      và      . Khi đó  $\int_0^1 f(3x) dx$  bằng
- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{5}{3}$       **D.  $\frac{1}{3}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $F(3) + G(3) + H(3) - F(0) - G(0) - H(0) = 3$

$\Leftrightarrow F(3) - F(0) + G(3) - G(0) + H(3) - H(0) = 3$

$\Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = 1$

Lại có:  $\int_0^1 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx$

Vậy:  $\int_0^1 f(3x) dx = \frac{1}{3}$ .

- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số  $y = mx^3 + (m - 3)x^2 - (2m + 1)x - 1$  có hai điểm cực trị đối nhau?
- A. 0.      **B. 1.**      C. 2.      D. 3.

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3mx^2 + 2(m - 3)x - (2m + 1)$ .

Hàm số có hai điểm cực trị đối nhau  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm đối nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m \neq 0 \\ (m - 3)^2 + 3m \cdot (2m + 1) > 0 \\ \frac{-2(m - 3)}{3m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy có 1 giá trị  $m$  nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 42:** Cho  $z_1; z_2$  là hai số phức thỏa mãn  $|z - 1 + i| = 2$  và  $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |z_1 + z_2 - 6 + 5i|$  có dạng  $a + \sqrt{b}$ . Khi đó  $a^2 + b$  có giá trị là
- A. 126.      **B. 36.**      C. 28.      D. 42.

**Lời giải**

Đặt  $w = z - 1 + i \Rightarrow |w| = 2$ .

$w_1 = z_1 - 1 + i; w_2 = z_2 - 1 + i \Rightarrow |w_1| = 2; |w_2| = 2$ .

Ta có:  $|z_1 - z_2| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w_1 - w_2| = \sqrt{5}$ .

$$\forall i \quad |w_1 - w_2|^2 + |w_1 + w_2|^2 = 2(|w_1|^2 + |w_2|^2) \Rightarrow |w_1 + w_2| = \sqrt{11}.$$

$$P = |z_1 + z_2 - 6 + 5i| = |w_1 + 1 - i + w_2 + 1 - i - 6 + 5i| = |w_1 + w_2 - 4 + 3i|.$$

$$\text{Lại có: } P = |w_1 + w_2 - 4 + 3i| \leq |w_1 + w_2| + |-4 + 3i| \Leftrightarrow P \leq 5 + \sqrt{11}.$$

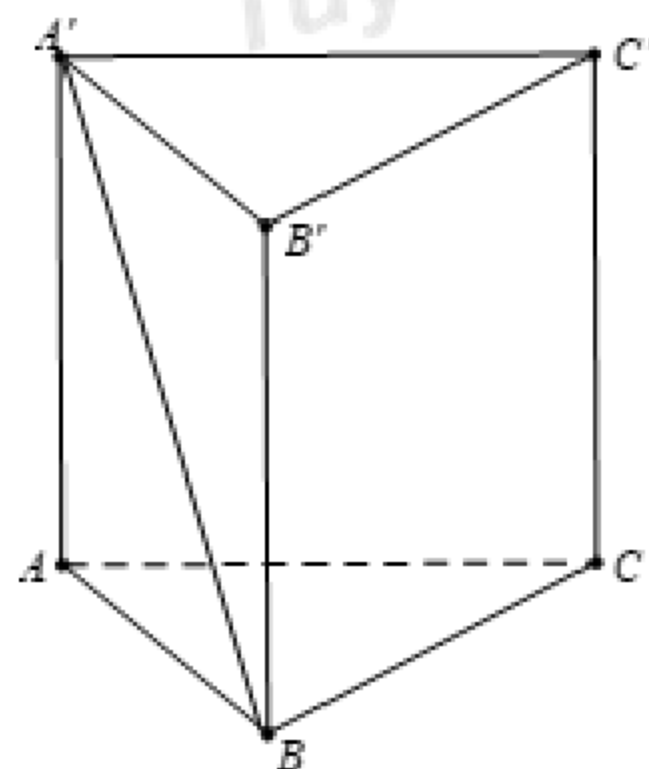
$$\text{Khi đó } \text{Max}P = 5 + \sqrt{11} \Rightarrow a = 5; b = 11. \text{ Vậy } a^2 + b = 36.$$

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và  $BC = 2a$ .

Góc giữa đường thẳng  $A'B$  với  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho?

- A.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$  .      B.  $\sqrt{6}a^3$  .      C.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{9}$  .      **D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$**

**Lời giải**



Đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và  $BC = 2a$ . Nên  $AB = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC} = a^2$ .

Góc giữa đường thẳng  $A'B$  với  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Xét tam giác vuông  $A'AB$  có

$$A'A = AB \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn các điều kiện  $f(1) = 2$ ,  $f(x) \neq 0, \forall x > 0$  và

$(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$  với mọi  $x > 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- A.  $\frac{2}{5}$  .      B.  $-\frac{2}{5}$  .      C.  $-\frac{5}{2}$  .      **D.  $\frac{5}{2}$**  .

**Lời giải**

$$(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2} \quad \forall x \in [1; 2] (*)$$

Ta có

Lấy tích phân 2 vế trên  $[1; 2]$  ta được

$$\int_1^2 \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2} dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} \Big|_1^2 = \int_1^2 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = \int_1^2 \frac{d\left(x + \frac{1}{x}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)} \Big|_1^2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{2} = -\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow f(2) = \frac{5}{2}$$

- Câu 45:** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để phương trình có nghiệm phức  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0 + 2| = 6$ ?
- A. 3.                      B. 1.                      C. 4.                      D. 2.

**Lời giải**

Phương trình  $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số thực).

Ta có  $\Delta' = (m+1)^2 - (m+3) = m^2 + m - 2$ .

Nếu  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 1 \end{cases}$  thì phương trình có nghiệm thực                      C. Khi đó theo

điều kiện đầu bài, nghiệm  $z_0$  phải thỏa mãn  $|z_0 + 2| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 + 2 = 6 \\ z_0 + 2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 4 \\ z_0 = -8 \end{cases}$

Do đó suy ra  $\begin{cases} 4^2 - 2(m+1)4 + m + 3 = 0 \\ (-8)^2 - 2(m+1)(-8) + m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{11}{7} \\ m = -\frac{83}{17} \end{cases}$ .

Nếu  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$  thì phương trình có hai nghiệm phức phân biệt

$z_1, z_2$  với  $z_2 = \bar{z}_1 \Rightarrow |z_1 + 2| = |\bar{z}_1 + 2| = |z_2 + 2|$ . Do đó theo điều kiện đầu bài, ta có

$$|z_1 + 2| = |z_2 + 2| = 6 \Rightarrow |z_1 + 2||z_2 + 2| = 36 \Leftrightarrow |z_1 z_2 + 2(z_1 + z_2) + 4| = 36$$

$$\Leftrightarrow |m + 3 + 4(m+1) + 4| = 36 \Leftrightarrow |5m + 11| = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} 5m + 11 = 36 \\ 5m + 11 = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -\frac{47}{5} \end{cases}$$

Vậy với  $m = \frac{11}{7}$  hoặc  $m = -\frac{83}{17}$  thì phương trình có nghiệm phức thỏa mãn điều kiện đầu bài.

- Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 0; -2)$ ; đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ . Gọi  $d'$  là mặt phẳng đi qua  $M$  và chứa  $d$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $d'$  và  $(P)$  bằng

- A.  $\frac{12}{\sqrt{5}}$ .                      B.  $\frac{4}{\sqrt{5}}$ .                      C.  $\frac{8}{\sqrt{5}}$ .                      D.  $\frac{5}{\sqrt{5}}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Lấy  $A(1; 0; -1) \in d$  ta có  $\vec{MA} = (0; 0; 1)$ .

Ta có  $[\vec{MA}, \vec{u}_d] = (-1; -2; 0)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và chứa  $d$  suy ra  $\vec{n}_P = (0; 1; 0)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(P): x + 2y - 1 = 0$ .

Đường thẳng  $d'$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_{d'} = (2; -1; 1)$

Ta thấy  $u_{d'} \cdot n_P = 0 \Rightarrow d' // (P)$ .

Lấy  $N(1; -2; 0) \in d'$ .

$$\text{Vậy } d(d', (P)) = d(N, (P)) = \frac{|x_N + 2y_N - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

**Câu 47:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $y$  để bất phương trình  $6^{x^2} + 9y \cdot 3^x \leq 3^{x^2} y + 2^{x^2} \cdot 3^{x+2}$  có 5 giá trị  $x$  nguyên?

**A.** 65024.

**B.** 65021.

**C.** 65022.

**D.** 65023.

**Lời giải**

**Chọn A**

Biến đổi bất phương trình  $6^{x^2} + 9y \cdot 3^x \leq 3^{x^2} y + 2^{x^2} \cdot 3^{x+2}$

$$\Leftrightarrow (3^{x^2} \cdot 2^{x^2} - 3^{x^2} y) + (9y \cdot 3^x - 2^{x^2} \cdot 3^{x+2}) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 3^{x^2} (2^{x^2} - y) + 9 \cdot 3^x (y - 2^{x^2}) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (2^{x^2} - y)(3^{x^2} - 9 \cdot 3^x) \leq 0$$

$$(3^{x^2-x} - 9)(2^{x^2} - y) \leq 0$$

- Th1: Xét  $3^{x^2-x} - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$  là nghiệm của bất phương trình.

- Th2: Xét  $3^{x^2-x} - 9 > 0 \Leftrightarrow x^2 - x > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$ .

Khi đó, (1)  $\Leftrightarrow 2^{x^2} \leq y \Leftrightarrow x^2 \leq \log_2 y$  (2)

Nếu  $y < 1$  thì vô nghiệm.

Nếu  $y \geq 1$  thì (2)  $\Leftrightarrow -\sqrt{\log_2 y} \leq x \leq \sqrt{\log_2 y}$ .

Do đó, để có 5 nghiệm nguyên  $\Leftrightarrow ((-\infty; -1) \cup (2; +\infty)) \cap [-\sqrt{\log_2 y}; \sqrt{\log_2 y}]$  có 3 giá trị nguyên  $\sqrt{\log_2 y} \in [3; 4) \Leftrightarrow 512 \leq y < 65536$ . Suy ra có 65024 giá trị  $y$  nguyên thỏa mãn.

- Th3: Xét  $3^{x^2-x} - 9 < 0 \Leftrightarrow x^2 - x < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 2$ . Vì  $(-1; 2)$  chỉ có hai số nguyên nên không có giá trị  $y$  nào để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên.

Vậy có tất cả 65024 giá trị  $y$  nguyên thỏa ycbt.

**Câu 48:** Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  bán kính bằng  $a\sqrt{3}$ . Một khối nón có đỉnh  $O'$ , đáy là đường tròn  $(O)$  và có thể tích bằng  $2\pi a^3$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn  $(O)$  sao cho  $AB = a\sqrt{6}$ . Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy của khối nón đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{6}a}{11}$ .

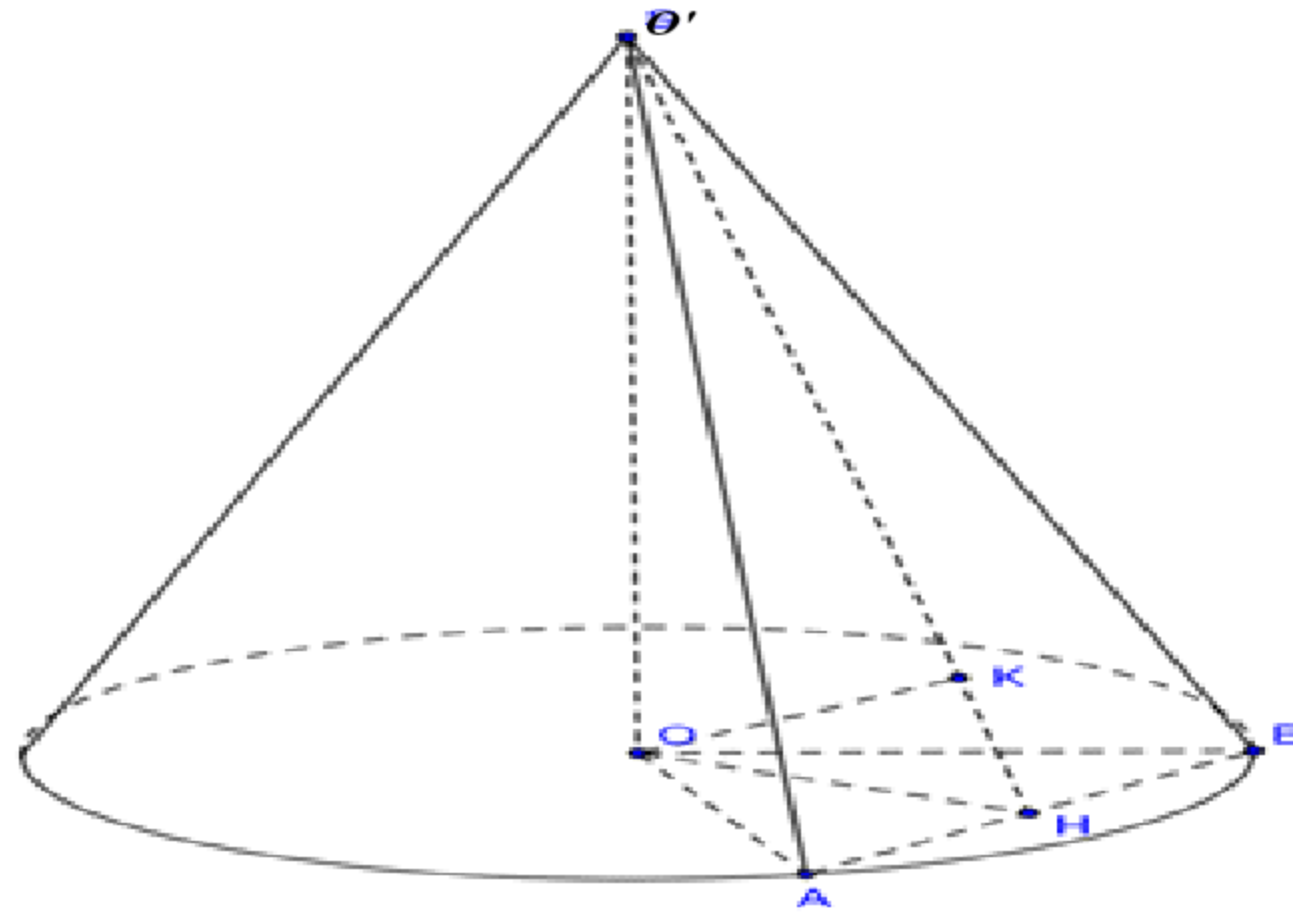
**B.**  $\frac{3\sqrt{6}a}{2}$ .

**C.**  $\frac{2\sqrt{33}a}{11}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{6}a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $O$  là tâm đường tròn đáy nên  $\Rightarrow OA = OB = a\sqrt{3}$

Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Kẻ  $OK \perp O'H$  ( $K \in O'H$ ).

Ta có  $\begin{cases} AB \perp OH \Rightarrow AB \perp (O'HO) \Rightarrow AB \perp OK \\ AB \perp O'O \end{cases}$

Do đó  $\begin{cases} OK \perp AB \Rightarrow OK \perp (O'AB) \Rightarrow d(O, (O'AB)) = OK \\ OK \perp O'H \end{cases}$

Ta thấy  $AB = a\sqrt{6} = OA \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \Delta OAB$  vuông cân tại  $O \Rightarrow OH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Thể tích khối nón bằng:  $V = \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot O'O \Rightarrow O'O = \frac{3V}{\pi \cdot OA^2} = \frac{3 \cdot 2\pi a^3}{\pi \cdot 3a^2} = 2a$

Xét tam giác  $O'HO$  vuông tại  $O$  đường cao  $OK$  ta có:

$$OK = \frac{O'O \cdot OH}{\sqrt{O'O^2 + OH^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{6a^2}{4}}} = \frac{2\sqrt{33}a}{11}$$

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(8;9;3), B(11;3;3)$  và mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ . Gọi  $K$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $AB$ . Tập hợp

các tiếp tuyến với  $(S)$  kẻ từ  $K$  là mặt nón tròn xoay có đáy là đường tròn tạo bởi các tiếp điểm. Thể tích nhỏ nhất của một khối nón trong tập hợp các khối nón đỉnh  $K$  là

- A.  $\frac{65\sqrt{5}}{3}\pi$       B.  $\frac{70\sqrt{5}}{3}\pi$       C.  $\frac{80\sqrt{5}}{3}\pi$       D.  $\frac{85\sqrt{5}}{3}\pi$

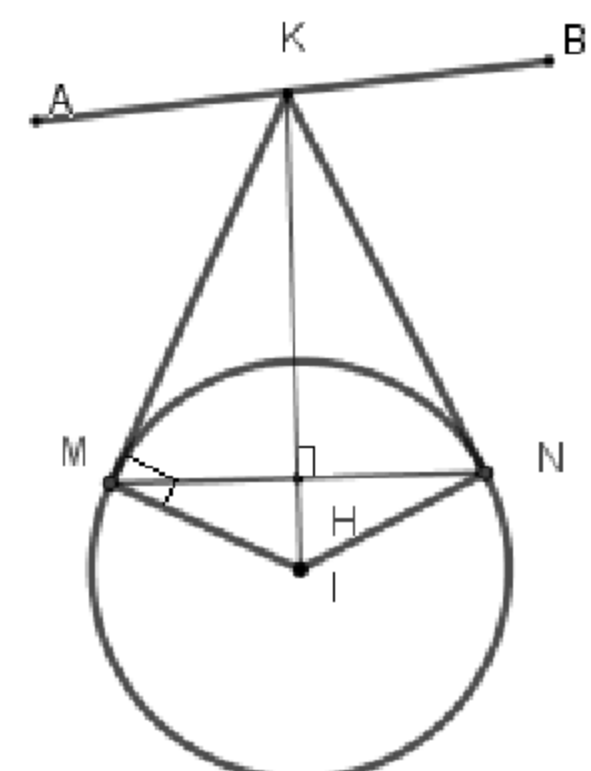
**Lời giải**

**Chọn C**

$(S)$  có tâm  $I(-1;2;3)$ , bán kính  $R = 5$

$$IA = \sqrt{130}, IB = \sqrt{145}, d(I, AB) = \frac{|IA \cdot IB \cdot \sin \angle AIB|}{|AB|} = 5\sqrt{5}$$

Thể tích khối nón đỉnh  $K$ :



$$V_K = \frac{\pi}{3} \cdot HM^2 \cdot HK = \frac{\pi}{3} HI \cdot HK^2 = \frac{\pi}{3} \left( \frac{R^2}{IK} \right) \left( IK - \frac{R^2}{IK} \right)^2$$

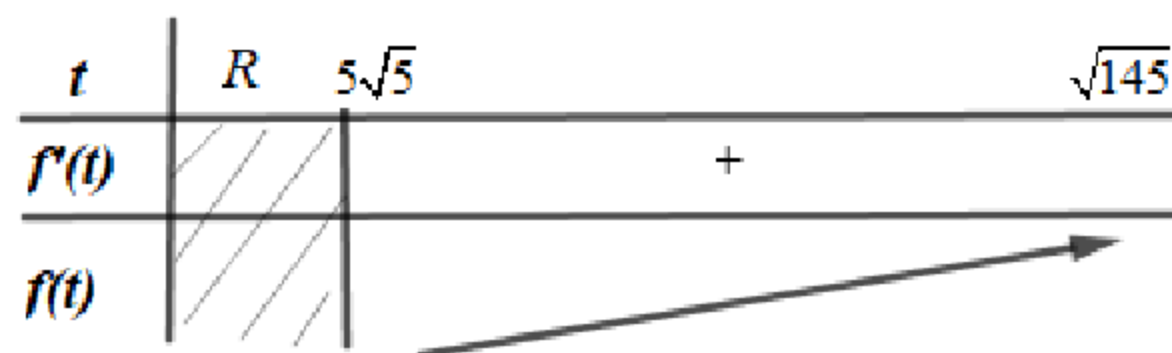
Đặt  $t = IK$  ta có  $t \in [5\sqrt{5}; \sqrt{145}]$ , ( $t > R$ )

Xét hàm 
$$f(t) = \frac{\pi}{3} \left( \frac{R^2}{t} \right) \left( t - \frac{R^2}{t} \right)^2 \Leftrightarrow f(t) = \frac{\pi}{3} \left( \frac{R^6}{t^3} - 2\frac{R^4}{t} + R^2 t \right)$$

Ta có 
$$f'(t) = \frac{\pi}{3} \left( -\frac{3R^6}{t^4} + \frac{2R^4}{t^2} + R^2 \right) \Rightarrow f'(t) = \frac{\pi}{3} R^2 (t^4 + 2R^2 t^2 - 3R^4)$$

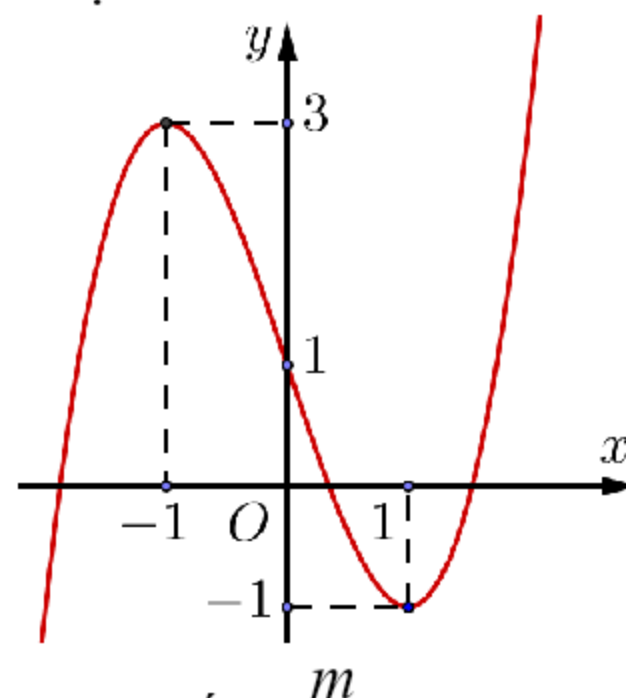
$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = R^2 \\ t^2 = -3R^2 \end{cases}$$

BBT:



Vậy 
$$\min V = \frac{80\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow IK = 5\sqrt{5}$$

**Câu 50:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 10]$  để hàm số

$g(x) = |f(f(x)) - 2f(x) + m|$  đồng biến trên  $(0; 1)$  là

- A.** 8.                      **B.** 7.                      **C.** 19.                      **D.** 20.

**Lời giải**

Đặt  $h(x) = f(f(x)) - 2f(x) + m \Rightarrow h'(x) = f'(x)[f'(f(x)) - 2]$

Ta thấy  $f'(x) \leq 0, \forall x \in (0; 1)$

$$\forall x \in (0; 1) \Rightarrow f(x) \in (-1; 1) \Rightarrow f'(f(x)) - 2 \leq 0, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Rightarrow h'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$$

Để hàm số đồng biến trên  $(0; 1) \Rightarrow h(0) \geq 0 \Leftrightarrow f(f(0)) - 2f(0) + m \geq 0$

$$\Leftrightarrow f(1) - 2 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3. \text{ Khi đó có } 8 \text{ giá trị nguyên của tham số } m \text{ thuộc đoạn } [-10; 10]$$

để hàm số trên  $(0; 1)$ .

----- **HẾT** -----

