ĐỀ THI THỬ
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA
ĐỀ 24
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=3-2i$?

A. $P(-3;2)$. **B.** $Q(2;-3)$. **C.** $N(3;-2)$. **D.** $M(-2;3)$.

Câu 2: Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x}.\ln 2$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$. **C.** $(x^2-x).2^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số là $y=x^{\frac{5}{4}}$ là

A. $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}}$. **B.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{5}{4x^{\frac{1}{4}}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}<-8$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-9)$. **D.** $\varnothing$.

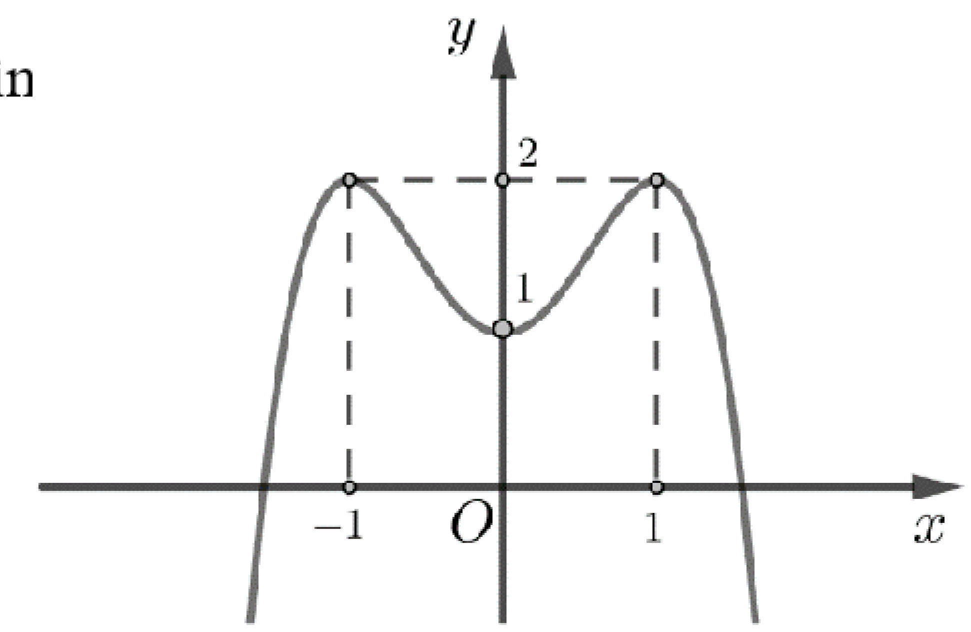
Câu 5: Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1=3$; $u_8=24$ thì u_{11} bằng

A. 33. **B.** 30. **C.** 32. **D.** 28.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;2)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hìn hàm số đã cho và trục hoành là

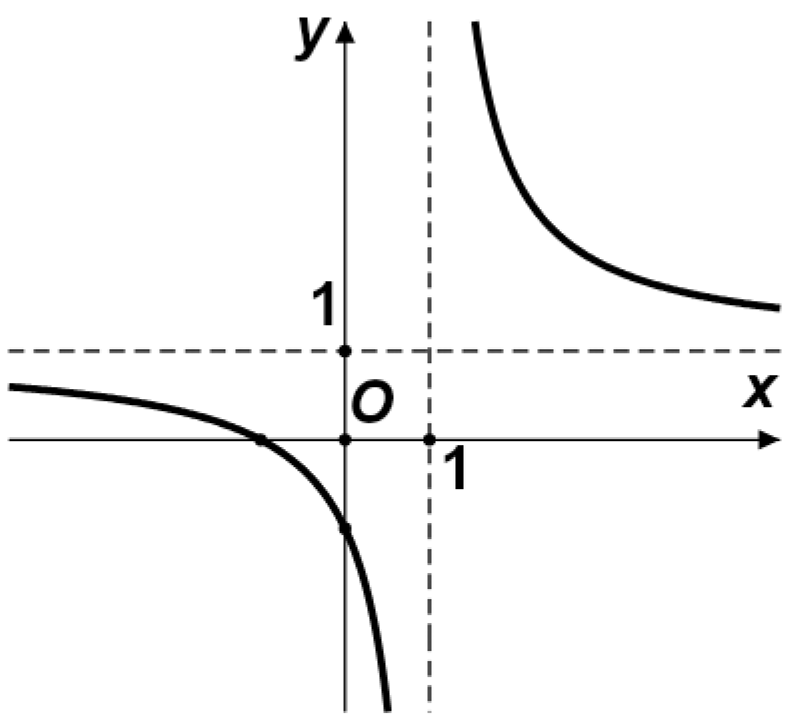


A. 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** 3.

Câu 8: Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx=6$ và $\int_0^2 f(x)\,dx=4$ thì $\int_2^3 f(x)\,dx$ bằng

A. 10. **B.** 2. **C.** -10. **D.** -2.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=\frac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S).

A. $I(-4;1;0)$ và $R=4$.　　**B.** $I(4;-1;0)$ và $R=2$.

C. $I(-4;1;0)$ và $R=2$.　　**D.** $I(4;-1;0)$ và $R=4$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$. Biết sin góc giữa hai vectơ $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$ bằng $\frac{1}{2}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $-\frac{1}{2}$.　　**B.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.　　**C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.　　**D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 12: Cho $z_1=2+4i, z_2=3-5i$. Xác định phần thực của $w=z_1.\overline{z}_2^{\,2}$

A. -120.　　**B.** -32.　　**C.** 88.　　**D.** -152.

Câu 13: Cho khối lăng trụ đứng có chiều cao bằng $5m$, đáy là hình vuông có cạnh bằng $4m$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $80m^3$.　　**B.** $20m^3$.　　**C.** $40m^3$.　　**D.** $60m^3$.

Câu 14: Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=3a$, $SB=4a$, $SC=5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. $V=5a^3$.　　**B.** $V=\frac{5a^2}{2}$.　　**C.** $V=10a^3$.　　**D.** $V=20a^3$.

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\frac{3}{2} \\ m>\frac{15}{2} \end{array}\right.$.　　**B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$.　　**C.** $\frac{3}{2}<m<\frac{15}{2}$.　　**D.** $-1<m<3$.

Câu 16: Cho số phức z có số phức liên hợp $\overline{z}=-3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng.

A. 1.　　**B.** 5.　　**C.** -5.　　**D.** -1.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy là a, chiều cao là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$.　　**B.** $S_{xq}=2\pi a^2$.　　**C.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{5}$.　　**D.** $S_{xq}=2\pi a^2\sqrt{5}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+5z-4=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $A(2;1;0)$.　　**B.** $B(1;-1;1)$.　　**C.** $C(0;2;0)$.　　**D.** $D(-1;0;1)$.

Câu 19: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-3;-1)$.　　**B.** $(4;5)$.　　**C.** $(-1;-3)$.　　**D.** $(5;4)$.

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x-2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$.　　**B.** $y=-2$.　　**C.** $y=2$.　　**D.** $x=-2$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(1-x) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+3)$.

A. $S=\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $S=\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\dfrac{2}{3};1\right)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 22: Cho đa giác lồi 11 đỉnh. Số tứ giác có cả 4 đỉnh thuộc đỉnh của đa giác đã cho là

A. 217. **B.** 220. **C.** 1320. **D.** 330.

Câu 23: Biết $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x)=5^x+3$. **B.** $f(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3x$. **C.** $f(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3$. **D.** $f(x)=5^x+3x$.

Câu 24: Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x)+2\cos x\right]\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+1}$ là

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2e^{2x+1}+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^{x^2+x}+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}e^{2x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2e^{2x+1}+C$.

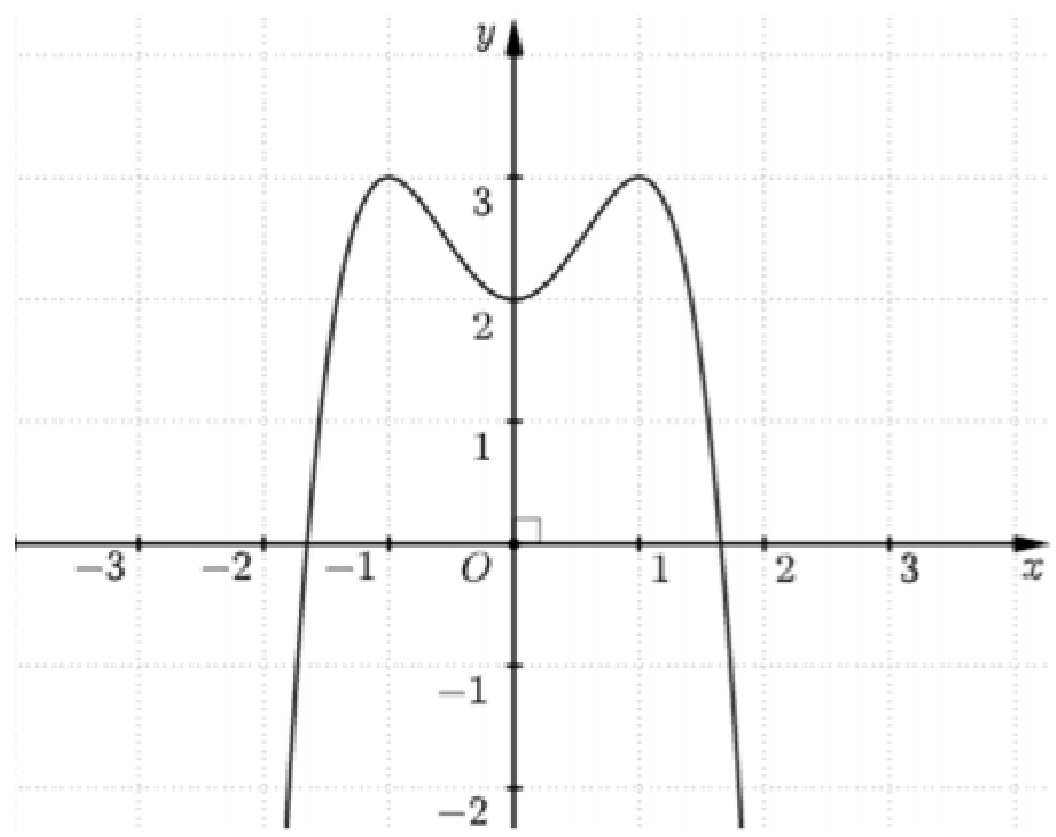
Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Tính giá trị của biểu thức $P=2^{\log_2 a}+\log_a\left(a^b\right)\ (a>0, a\neq 1)$.

A. $P=2^a+b$. **B.** $P=a-b$. **C.** $P=2a+b$. **D.** $P=a+b$.

Câu 29: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{31\pi}{3}$. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{34\pi}{3}$. **D.** $\frac{35\pi}{3}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SB\perp(ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SB=2a, AB=3a, BC=4a$ và góc α là góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1-x)(2-x)(x+4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 33: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Câu 34: Tích các nghiệm của phương trình $\log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)=1$ bằng

A. $\log_5 6$. **B.** 5. **C.** $\log_6 5$. **D.** 0.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=4$ là

A. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $r=16$. **B.** Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=9$.

C. Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $r=9$. **D.** Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): x-2y+3=0$ và $(P_2): x+z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2;-3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-4}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 37: Cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2;-5;-6)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Tọa độ của H là.

A. $H(-1;-3;2)$. **B.** $H(-3;-1;4)$. **C.** $H(3;-1;-4)$. **D.** $H(-3;1;4)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

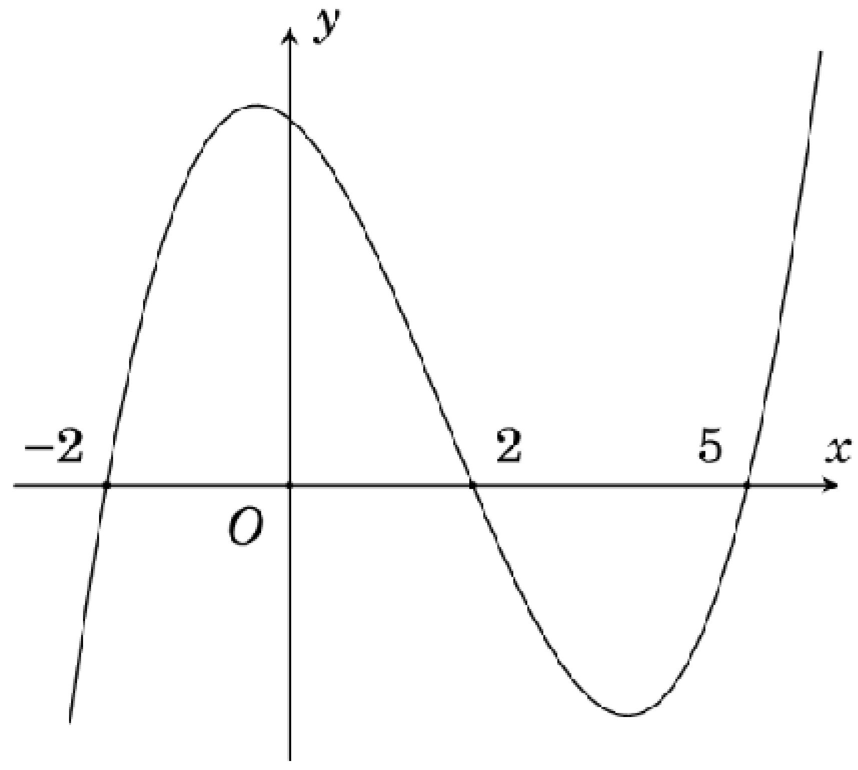
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\left[\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3\left(x+21\right)\right].\left(16-2^{x-1}\right)\ge 0$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 16. **D.** Vô số.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R thỏa $f(x)=f(2x+1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(3)=4$. Khi đó giá trị của $2F(1)+F(7)$ bằng

A. 12. **B.** -10. **C.** 8. **D.** -6.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(|x+1|-m)$ có ba điểm cực trị. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng



A. -12. **B.** -9. **C.** -7. **D.** -14.

Câu 42: Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z-i|=2$ và $|w-2|=1$. Khi $P=\left|z+\overline{w}+1+3i\right|$ đạt giá trị lớn nhất, $\left|z-w+1-\frac{12}{5}i\right|$ bằng

A. $\frac{11}{5}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{5}$.

Câu 43: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $V=2a^3$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 44: Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c\,(b,c\in\mathbb{R})$ có cực trị là $A(1;0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0;-1)$ và đi qua điểm $B(2;3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 45: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m+6=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=4$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 46: Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Mặt phẳng song song và cách đều d_1 và d_2 có phương trình là

A. $x+5y-2z+12=0$. **B.** $x+5y+2z-12=0$.

C. $x-5y+2z-12=0$. **D.** $x+5y+2z+12=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_7(|x|+|y|)+\log_5(|x|+|y|-5)-\log_7 5<\log_7(|x|+|y|+4)$

A. 128. **B.** 120. **C.** 144. **D.** 149.

Câu 48: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $6a$. Cắt (N) bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng $3a$ ta được thiết diện có diện tích bằng $12\sqrt{11}a^2$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $36\sqrt{5}\pi a^3$. **B.** $270\pi a^3$. **C.** $90\pi a^3$. **D.** $12\sqrt{5}\pi a^3$.

Câu 49: Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z-3}{-4}$. Mặt phẳng $(P);(Q)$ là 2 mặt phẳng vuông góc nhau, luôn chứa d và cắt Δ tại N,M. Tìm độ dài MN ngắn nhất

A. $\dfrac{182\sqrt{319}}{319}$. **B.** $\dfrac{91}{\sqrt{638}}$. **C.** $\dfrac{91}{\sqrt{319}}$. **D.** $\dfrac{91\sqrt{638}}{319}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=f(|x+m|)$ nghịch biến trên $(0;1)$?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.C	4.D	5.A	6.B	7.C	8.B	9.A	10.D
11.C	12.D	13.A	14.C	15.A	16.D	17.C	18.D	19.C	20.A
21.C	22.D	23.A	24.C	25.C	26.A	27.C	28.D	29.B	30.C
31.A	32.C	33.D	34.D	35.D	36.C	37.C	38.A	39.B	40.B
41.C	42.C	43.A	44.B	45.A	46.B	47.B	48.C	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=3-2i$?

A. $P(-3;2)$. **B.** $Q(2;-3)$. **C.** $N(3;-2)$. **D.** $M(-2;3)$.

Lời giải

Ta có: $z=a+bi\Rightarrow N(a;b)$ là điểm biểu diễn của số phức z

$z=3-2i\Rightarrow N(3;-2)$

Câu 2: Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x}.\ln 2$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

C. $(x^2-x).2^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}$.

Lời giải

Ta có $y'=(x^2-x)'.2^{x^2-x}.\ln 2=(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số là $y=x^{\frac{5}{4}}$ là

A. $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}}$. **B.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{5}{4x^{\frac{1}{4}}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(x^{\frac{5}{4}}\right)'=\frac{5}{4}.x^{\frac{5}{4}-1}=\frac{5}{4}.x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}<-8$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-9)$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x+1}>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow 2^{x+1}>-8$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

Do đó, bất phương trình đã cho vô nghệm.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1=3$; $u_8=24$ thì u_{11} bằng

A. 33. **B.** 30. **C.** 32. **D.** 28.

Lời giải

Ta có: $u_8=24 \Leftrightarrow u_1+7d=24\Leftrightarrow 3+7d=24\Leftrightarrow d=3$.

Ta có $u_{11}=u_1+10d=3+3.10=33$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

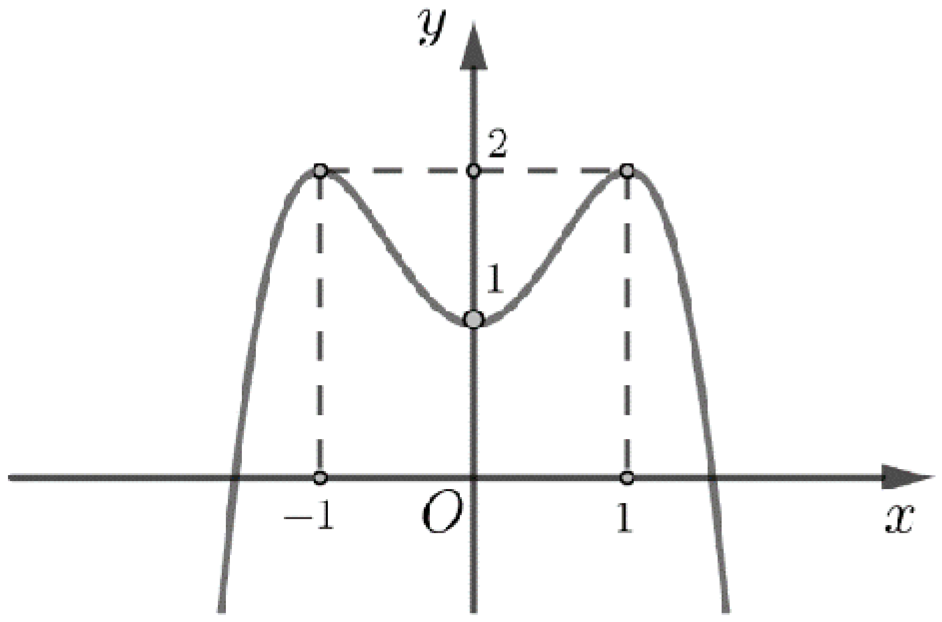
A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;2)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(2;1;2)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. Nên ta có 2 giao điểm.

Câu 8: Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

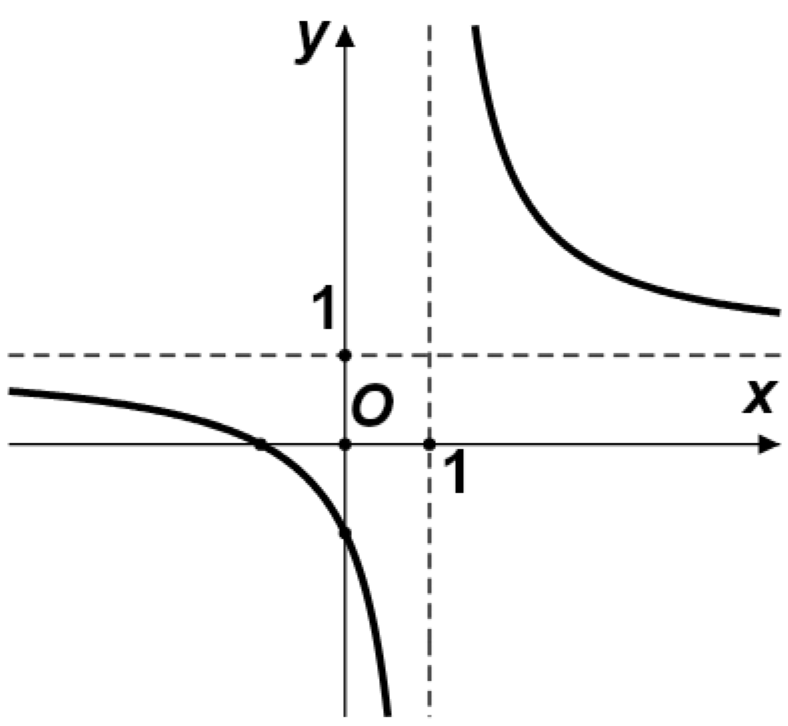
A. 10. **B.** 2. **C.** -10. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x$.

Suy ra $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6-4=2$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có phương trình tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$. Chỉ có hàm số ở đáp án A là thỏa mãn.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S).

A. $I(-4;1;0)$ và $R=4$. **B.** $I(4;-1;0)$ và $R=2$.

C. $I(-4;1;0)$ và $R=2$. **D.** $I(4;-1;0)$ và $R=4$.

Lời giải

Từ phương trình của mặt cầu suy ra tâm $I(4;-1;0)$ và bán kính $R=\sqrt{4^2+(-1)^2+0^2-1}=4$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$. Biết sin góc giữa hai vectơ $\vec{n_P}$ và $\vec{n_Q}$ bằng $\frac{1}{2}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin\left(\vec{n_P};\vec{n_Q}\right)=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\vec{n_P};\vec{n_Q}\right)=30^\circ\Rightarrow\left(\widehat{(P);(Q)}\right)=30^\circ$.

Câu 12: Cho $z_1=2+4i,\ z_2=3-5i$. Xác định phần thực của $w=z_1.\overline{z_2}^2$

A. -120. **B.** -32. **C.** 88. **D.** -152.

Lời giải

Ta có $\overline{z_2}=3+5i\Rightarrow\overline{z_2}^2=-16+30i\Rightarrow w=z_1.\overline{z_2}^2=(2+4i)(-16+30i)=-152-4i$.

Vậy phần thực của w là -152.

Câu 13: Cho khối lăng trụ đứng có chiều cao bằng $5m$, đáy là hình vuông có cạnh bằng $4m$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $80m^3$. **B.** $20m^3$. **C.** $40m^3$. **D.** $60m^3$.

Lời giải

Diện tích đáy $B=4^2=16m^2$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V=B.h=16.5=80m^3$.

Câu 14: Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh $SA,\ SB,\ SC$ đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=3a$, $SB=4a$, $SC=5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. $V=5a^3$. **B.** $V=\frac{5a^2}{2}$. **C.** $V=10a^3$. **D.** $V=20a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối tứ diện là:

$V=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{1}{6}.3a.4a.5a=10a^3$.

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P):2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\frac{3}{2} \\ m>\frac{15}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$. **C.** $\frac{3}{2}<m<\frac{15}{2}$. **D.** $-1<m<3$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bk $R=2$

(P) không có điểm chung với $(S)\Leftrightarrow d(I;(P))>R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2,(-1)-2.2+2m-3|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}>2 \Leftrightarrow |2m-9|>6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m-9<-6 \\ 2m-9>6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\dfrac{3}{2} \\ m>\dfrac{15}{2} \end{array}\right..$$

Câu 16: Cho số phức z có số phức liên hợp $\overline{z}=-3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng.

A. 1. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

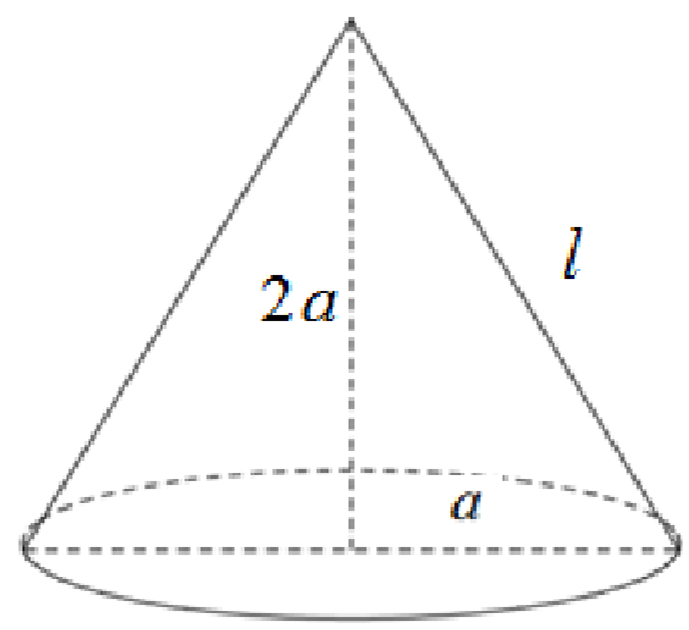
Ta có: $\overline{z}=-3-2i \Rightarrow z=-3+2i$. Số phức z có phần thực -3, phần ảo 2

Tổng phần thực và phần ảo của số phức z là $-3+2=-1$

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy là a, chiều cao là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{5}$. **D.** $S_{xq}=2\pi a^2\sqrt{5}$.

Lời giải



Ta có: $l^2=h^2+r^2=(2a)^2+a^2=5a^2 \Rightarrow l=a\sqrt{5}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.a.a\sqrt{5}=\pi a^2\sqrt{5}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+5z-4=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $A(2;1;0)$. **B.** $B(1;-1;1)$. **C.** $C(0;2;0)$. **D.** $D(-1;0;1)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $A(2;1;0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $-4=0$ vô lý $\Rightarrow A\notin(P)$.

Thay tọa độ điểm $B(1;-1;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $4=0$ vô lý $\Rightarrow B\notin(P)$.

Thay tọa độ điểm $C(0;2;0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $-8=0$ vô lý $\Rightarrow C\notin(P)$.

Thay tọa độ điểm $D(-1;0;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $0=0$ $\Rightarrow D\in(P)$.

Câu 19: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-3;-1)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(5;4)$.

Lời giải

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(-1;-3)$.

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2-}\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=-\infty$

Suy ra hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(1-x)>\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)$.

A. $S=\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $S=\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\dfrac{2}{3};1\right)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases}1-x>0\\1-x<2x+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<1\\x>-\dfrac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow-\dfrac{2}{3}<x<1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\left(-\dfrac{2}{3};1\right)$.

Câu 22: Cho đa giác lồi 11 đỉnh. Số tứ giác có cả 4 đỉnh thuộc đỉnh của đa giác đã cho là

A. 217. **B.** 220. **C.** 1320. **D.** 330.

Lời giải

Số tứ giác có cả 4 đỉnh thuộc đỉnh của đa giác đã cho là $C_{11}^4=330$ tứ giá **C.**

Câu 23: Biết $\int f(x)\,dx=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3x+C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x)=5^x+3$. **B.** $f(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3x$. **C.** $f(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3$. **D.** $f(x)=5^x+3x$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\,dx=F(x)+C$ với $F'(x)=f(x)$.

Do đó $f(x)=\left(\dfrac{5^x}{\ln 5}+3x\right)'=5^x+3$.

Câu 24: Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+2\cos x\right]dx=3$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+2\cos x\right]dx=3\Leftrightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,dx+2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx=3$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,dx+2\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=3\Leftrightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,dx+2=3\Leftrightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,dx=1$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+1}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x+1}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x^2+x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x+1}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x+1}+C$.

Lời giải

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int e^{2x+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x+1}+C$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$.

B. $(0;1)$.

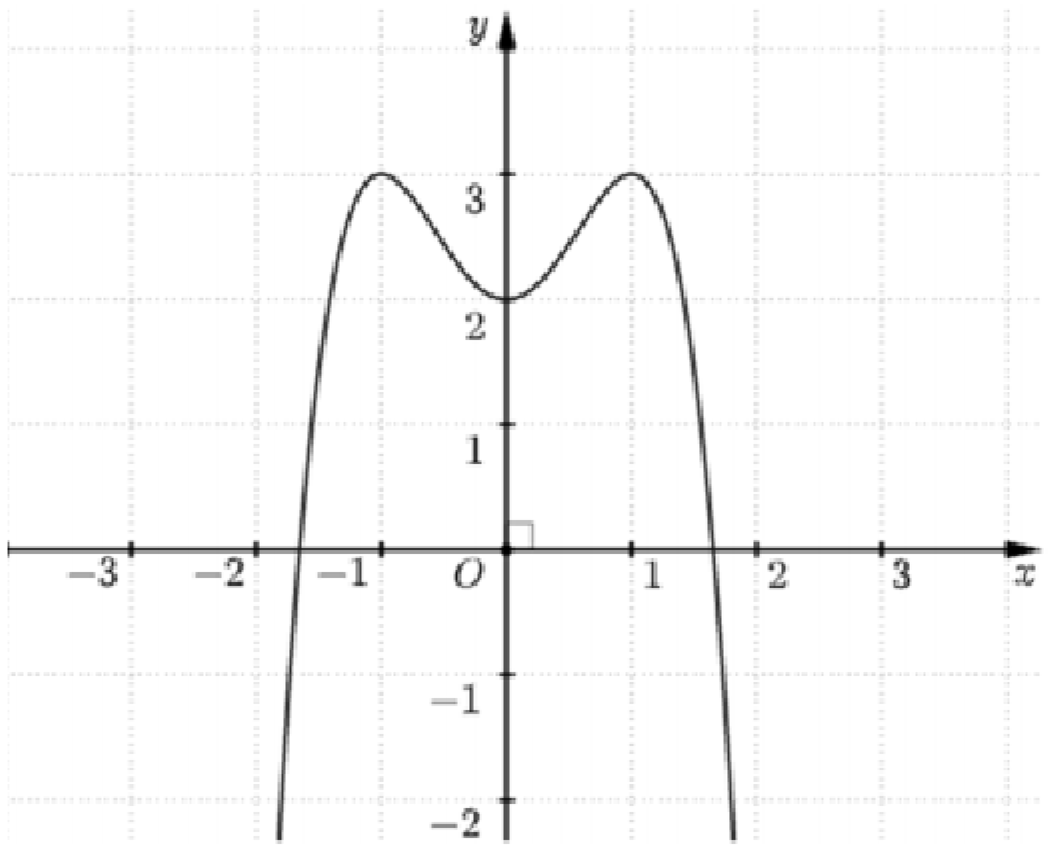
C. $(-2;0)$.

D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $A(0;2)$. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y=2$.

Câu 28: Tính giá trị của biểu thức $P=2^{\log_2 a}+\log_a\left(a^b\right)$ $(a>0,a\neq 1)$.

A. $P=2^a+b$.

B. $P=a-b$.

C. $P=2a+b$.

D. $P=a+b$.

Lời giải

Ta có $P=2^{\log_2 a}+\log_a\left(a^b\right)=a+b$.

Câu 29: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{31\pi}{3}$. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{34\pi}{3}$. **D.** $\frac{35\pi}{3}$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $4x-x^2\ge 0 \Leftrightarrow 0\le x\le 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành là :

$\sqrt{4x-x^2}=0 \Leftrightarrow 4x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là :

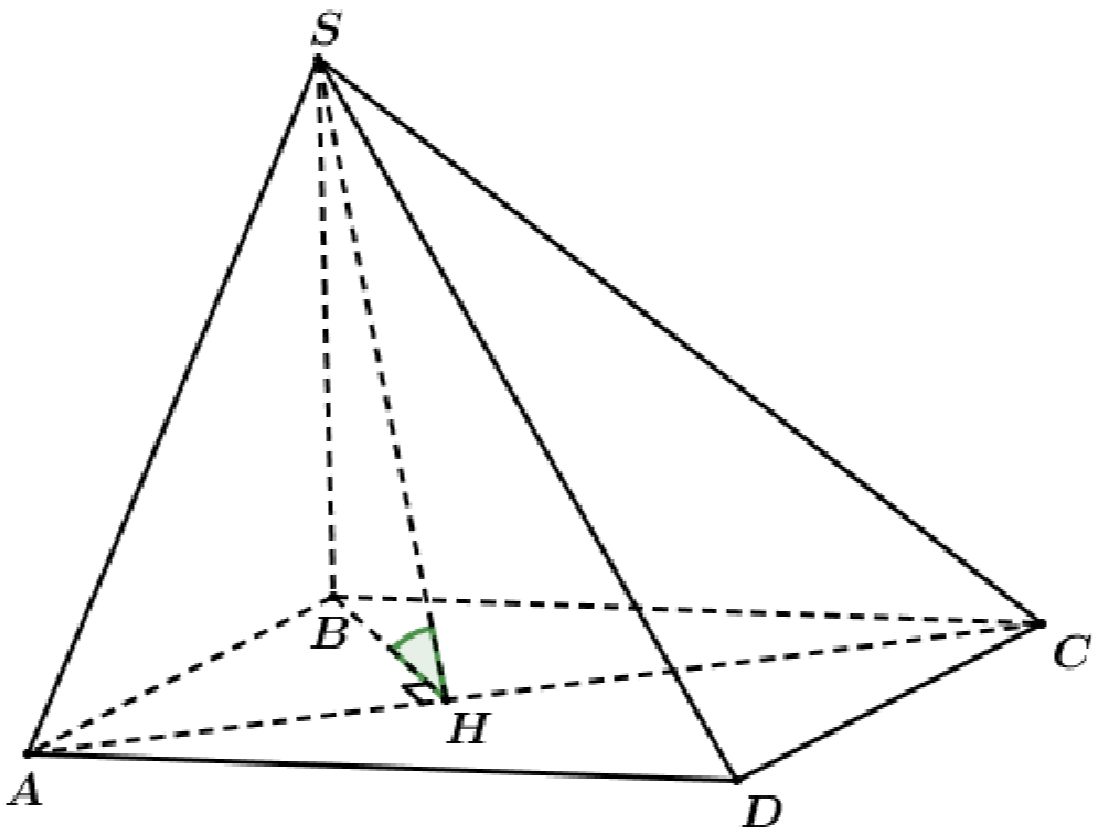
$V=\pi\int_0^4\left(\sqrt{4x-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^4\left(4x-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{32}{3}\pi$.

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SB\perp(ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SB=2a, AB=3a, BC=4a$ và góc α là góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời giải



Kẻ $BH\perp AC \Rightarrow \alpha=\widehat{SHB}$.

Ta có $HB=\frac{BA.BC}{\sqrt{BA^2+BC^2}}=\frac{3a.4a}{5a}=\frac{12a}{5} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{SB}{BH}=\frac{2a}{\frac{12a}{5}}=\frac{5}{6}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$				-1		0		1				$+\infty$
$f'(x)$		$-$			0	$+$	0	$-$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	↘			-5	↗	-2	↘	-5	↗			$+\infty$
$\lvert f(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	5	↘	2	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng có phương trình $y=m$.

Từ bảng biến thiên trên ta suy ra đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $2<m<5$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{3;4\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1-x)(2-x)(x+4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(1-x)(2-x)(x+4)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-4		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1);(2;+\infty)$.

Câu 33: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_{11}^6=462$. Gọi A:"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6.C_5^5=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^3=200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5.5=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$. Vậy $P(A)=\frac{236}{462}=\frac{118}{231}$.

Câu 34: Tích các nghiệm của phương trình $\log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)=1$ bằng

A. $\log_5 6$. **B.** 5. **C.** $\log_6 5$. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện xác định: $6^{x+1}-36^x>0 \Leftrightarrow 6^x\left(6-6^x\right)>0 \Leftrightarrow 6-6^x>0 \Leftrightarrow x<1$.

Ta có: $\log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)=1 \Leftrightarrow 6^{x+1}-36^x=5 \Leftrightarrow 6^{2x}-6.6^x+5=0$.

Đặt $6^x=t;(t>0)$.

Phương trình trở thành: $t^2-6t+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6^x=1 \\ 6^x=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_6 5 \end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=4$ là

A. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $r=16$.

B. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=9$.

C. Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $r=9$.

D. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=4$.

Lời giải

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z+1-2i|=4 \Rightarrow |x+1+(y-2)i|=4$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1):x-2y+3=0$ và $(P_2):x+z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2;-3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến $(P_1):\vec{n_1}=(1;-2;0)$;

Véc tơ pháp tuyến $(P_2):\vec{n_1}=(1;0;1)$.

Véc tơ chỉ phương đường thẳng $d:\vec{u}=\left[\vec{n_1},\vec{n_2}\right]=(-2;-1;2)$.

Đường thẳng d đi qua $A(-1;2;-3)$, véc tơ chỉ phương $(-2;-1;2)$ có phương trình:

$\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$.

Câu 37: Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2;-5;-6)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Tọa độ của H là.

A. $H(-1;-3;2)$. **B.** $H(-3;-1;4)$. **C.** $H(3;-1;-4)$. **D.** $H(-3;1;4)$.

Lời giải

Ta có $\vec{u_d}=(2;1;-3)$.

Vì $H \in d$ nên $H(1+2t;-2+t;-1-3t)$ và $\overrightarrow{AH}=(-1+2t;3+t;5-3t)$.

$AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_d}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0$

$\Leftrightarrow 2(-1+2t)+1(3+t)-3(5-3t)=0$

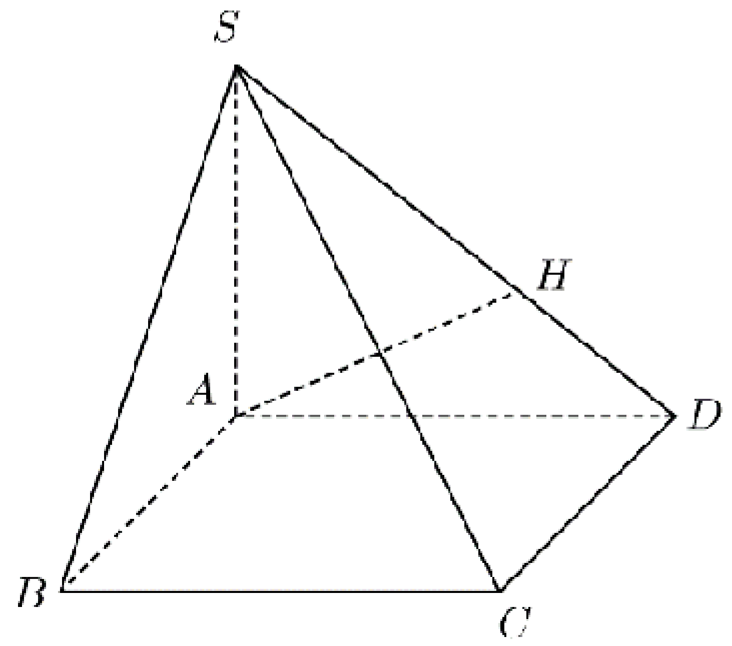
$\Leftrightarrow 14t-14=0 \Leftrightarrow t=1$.

Tọa độ của H là $H(3;-1;-4)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

Lời giải



Ta có $AB//CD \Rightarrow AB//(SCD)$

$\Rightarrow d(B,(SCD))=d(AB,(SCD))=d(A,(SCD))$.

Vẽ $AH \perp SD$.

Khi đó $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow AH \perp CD$.

Do đó $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD))=AH=\dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $d(B,(SCD))=AH=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\left[\log_3(x^2+1)-\log_3(x+21)\right].(16-2^{x-1}) \ge 0$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 16. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-21$.

Khi đó:

$\left[\log_3(x^2+1)-\log_3(x+21)\right].(16-2^{x-1}) \ge 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3(x^2+1)-\log_3(x+21) \ge 0 \\ 16-2^{x-1} \ge 0 \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} \log_3(x^2+1)-\log_3(x+21) \le 0 \\ 16-2^{x-1} \le 0 \end{cases} \quad (II) \end{array}\right.$$

Giải (I) ta có

$$\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3\left(x+21\right)\ge 0\\ 16-2^{x-1}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)\ge\log_3\left(x+21\right)\\ 2^{x-1}\le 2^4\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1\ge x+21\\ x-1\le 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-x-20\ge 0\\ x\le 5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -4\\ x\ge 5\end{array}\right.\\ x\le 5\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -4\\ x=5\end{array}\right..$$

Kết hợp điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l}-21<x\le -4\ \ (1)\\ x=5\end{array}\right.$.

Giải (II) ta có

$$\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3\left(x+21\right)\le 0\\ 16-2^{x-1}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)\le\log_3\left(x+21\right)\\ 2^{x-1}\ge 2^4\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1\le x+21\\ x-1\ge 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-x-20\le 0\\ x\ge 5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4\le x\le 5\\ x\ge 5\end{cases}\Leftrightarrow x=5\ \ (2).$$

Từ (1) và (2) ta có các giá trị của x thoả mãn bất phương trình đã cho là $\left[\begin{array}{l}-21<x\le -4\\ x=5\end{array}\right.$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $x\in\{-20;-19;...;-4;5\}$. Vậy có tất cả 18 số nguyên x thoả mãn đề bài.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x)=f(2x+1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3)=4$. Khi đó giá trị của $2F(1)+F(7)$ bằng

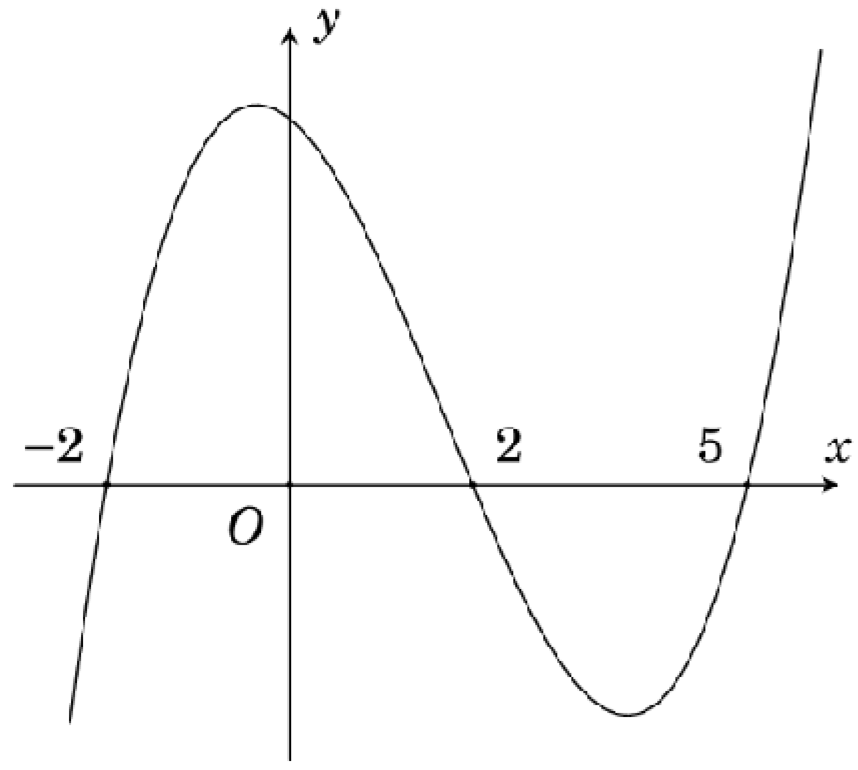
A. 12. **B.** -10. **C.** 8. **D.** -6.

Lời giải

Ta có: $f(x)=f(2x+1)\Rightarrow\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int f(2x+1)\,\mathrm{d}x\Rightarrow F(x)=\dfrac{1}{2}F(2x+1)+C$

Từ đó có: $\begin{cases}2F(1)=F(3)+2C\\ 2F(3)=F(7)+2C\end{cases}\Rightarrow 2F(1)+F(7)=3F(3)=12$

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\left|x+1\right|-m\right)$ có ba điểm cực trị. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng



A. -12. **B.** -9. **C.** -7. **D.** -14.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-2		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Đặt $t = x+1 \Rightarrow x = t-1$. Khi đó hàm số $y = f(t)$ có bảng biến thiên

t	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số $g(t) = f(|t|-m)$ là hàm số chẵn. Đồ thị hàm số $g(t) = f(|t|-m)$ nhận đường thẳng $t=0$ làm trục đối xứng.

Để hàm số $g(t) = f(|t|-m)$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $y = f(t-m)$ có 1 điểm cực trị dương. Như vậy, ta cần tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(t)$ sang trái $-m$ đơn vị, $m<0$.

$\Rightarrow \begin{cases} 1+m \le 0 \\ 4+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \le -1 \Rightarrow S = \{-3;-2;-1\}$.

$\Rightarrow$ Tổng các phần tử của S là $(-3)+(-2)+(-1) = -7$.

Câu 42: Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z-i| = 2$ và $|w-2| = 1$. Khi $P = |z+\overline{w}+1+3i|$ đạt giá trị lớn nhất, $\left|z-w+1-\frac{12}{5}i\right|$ bằng

A. $\frac{11}{5}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{5}$.

Lời giải

Ta có: $P = |z-i+\overline{w}-2+3+4i| \le |z-i|+|\overline{w}-2|+|3+4i| = |z-i|+|w-2|+|3+4i| = 8$

Dấu "=" xảy ra khi:

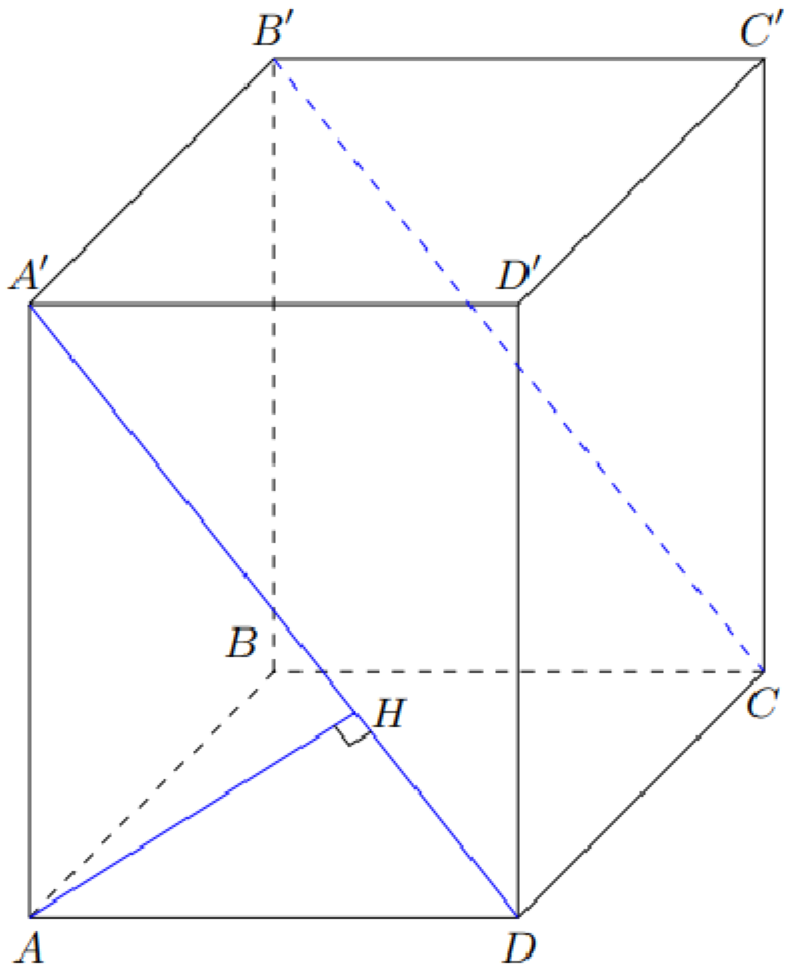
$$\begin{cases} z-i = t(3+4i) \\ \overline{w}-2 = t'(3+4i) \\ |z-i| = 2; |\overline{w}-2| = 1 \end{cases}, \forall t,t' \ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z-i = \frac{2}{5}(3+4i) \\ \overline{w}-2 = \frac{1}{5}(3+4i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{6}{5}+\frac{13}{5}i \\ \overline{w} = \frac{13}{5}+\frac{4}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{6}{5}+\frac{13}{5}i \\ w = \frac{13}{5}-\frac{4}{5}i \end{cases}$$

Khi đó: $\left|z-w+1-\frac{12}{5}i\right| = \left|-\frac{2}{5}+i\right| = \frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 43: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp A'D$ tại H.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ADD'A') \Rightarrow CD \perp AH$

Ta có $\begin{cases} AH \perp CD \\ AH \perp A'D \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'B'CD)$ tại H.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ là AH.

Tam giác $A'AD$ vuông tại A có AH là đường cao.

Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4a^2}$

Vậy $AA' = 2a$.

Suy ra $V = AA'.S_{ABCD} = 2a.a^2 = 2a^3$..

Câu 44: Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c\ (b, c \in \mathbb{R})$ có cực trị là $A(1;0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0;-1)$ và đi qua điểm $B(2;3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c\ (b, c \in \mathbb{R})$ có cực trị là

$A(1;0) \Rightarrow A \in (C) \Rightarrow b + c = -1$

$f'(x) = 4x^3 + 2bx$ vì $A(1;0)$ là cực trị nên $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 4 + 2b = 0 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow c = 1$.

$(C): f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

Gọi $(P): y = a_1x^2 + b_1x + c_1\ (a_1 \neq 0)$.

(P) là parabol có đỉnh $I(0;-1) \Rightarrow I \in (P) \Rightarrow c_1 = -1$.

Hoành độ đỉnh (P): $x_I = -\frac{b_1}{2a_1} = 0 \Rightarrow b_1 = 0$.

(P) đi qua điểm $B(2;3) \Rightarrow 3 = 4a_1 + 2b_1 + c_1 \Rightarrow a_1 = 1$.

$(P): y = x^2 - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P):

$x^4-2x^2+1=x^2-1 \Leftrightarrow x^4-3x^2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng: $S=\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left|x^4-3x^2+2\right|\mathrm{d}x \approx 2,537$.

Câu 45: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m+6=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=4$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\Delta'=m^2-(m+6)=m^2-m-6$.

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên $\Delta'\neq 0$. Xét hai trường hợp:

TH1: $\Delta'>0 \Leftrightarrow m^2-m-6>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$. Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

Ta có $|z_1|+|z_2|=4 \Leftrightarrow (|z_1|+|z_2|)^2=16 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2-2z_1z_2+2|z_1z_2|=16$

$\Leftrightarrow m^2+2|m+6|-2(m+6)=16$ (1)

 Nếu $m+6\geq 0 \Leftrightarrow m\geq -6$, kết hợp với (1) ta được $\left[\begin{array}{l} -6\leq m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$

Khi đó $(2) \Leftrightarrow m^2+2(m+6)-2(m+6)=16 \Leftrightarrow m^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-4 \end{array}\right.$).

 Nếu $m+6<0 \Leftrightarrow m<-6$, kết hợp với (1) ta được $m<-6$.

Khi đó $(2) \Leftrightarrow m^2-2(m+6)-2(m+6)=16 \Leftrightarrow m^2-4m-40=0 \Leftrightarrow m=2\pm 2\sqrt{11}$).

TH2: $\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-m-6<0 \Leftrightarrow -2<m<3$. Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt.

Ta có $|z_1|+|z_2|=4 \Leftrightarrow (|z_1|+|z_2|)^2=16$

$\Leftrightarrow \left|m+i\sqrt{\left|m^2-(m+6)\right|}\right|+\left|m-i\sqrt{\left|m^2-(m+6)\right|}\right|=4$

$\Leftrightarrow \left|m+i\sqrt{-m^2+m+6}\right|+\left|m-i\sqrt{-m^2+m+6}\right|=4$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{m^2-m^2+m+6}=4 \Leftrightarrow \sqrt{m+6}=2 \Leftrightarrow m=-2$).

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện bài ra.

Câu 46: Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d_2:\begin{cases} x=2-2t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$. Mặt phẳng song song và cách đều d_1 và d_2 có phương trình là

A. $x+5y-2z+12=0$. **B.** $x+5y+2z-12=0$.

C. $x-5y+2z-12=0$. **D.** $x+5y+2z+12=0$.

Lời giải

d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;2)$.

d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(-2;0;1)$

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm, có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;-5;-2)$

$\Rightarrow (\alpha): x+5y+2z+m=0$.

Lấy điểm $M_1(2;1;0) \in d_1$, $M_2(2;3;0) \in d_2$.

Vì (α) cách đều d_1 và d_2 nên $d(d_1,(\alpha)) = d(d_2,(\alpha)) \Leftrightarrow d(M_1,(\alpha)) = d(M_2,(\alpha))$

$\Leftrightarrow \frac{|m+7|}{\sqrt{30}} = \frac{|m+17|}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow m=-12$.

Vậy $(\alpha): x+5y+2z-12=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_7(|x|+|y|) + \log_5(|x|+|y|-5) - \log_7 5 < \log_7(|x|+|y|+4)$

A. 128. **B.** 120. **C.** 144. **D.** 149.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $|x|+|y|-5>0$.

Ta có: $\log_5(|x|+|y|-5) < \log_7(|x|+|y|+4) - \log_7(|x|+|y|) + \log_7 5$

$\Leftrightarrow \log_5(|x|+|y|-5) < \log_7\left(\frac{5|x|+5|y|+20}{|x|+|y|}\right)$

Đặt: $t=|x|+|y|-5\ (t>0)$, bất phương trình trở thành: $\log_5(t) < \log_7\left(5+\frac{20}{t+5}\right)$

$\Leftrightarrow \log_5(t) - \log_7\left(5+\frac{20}{t+5}\right) < 0$.

Xét hàm số $f(t) = \log_5(t) - \log_7\left(5+\frac{20}{t+5}\right)$ ta có

$f'(t) = \frac{1}{t\ln 5} + \frac{20}{\left[5(t+5)^2+20(t+5)\right]\ln 7} > 0, \forall t>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f(5) = \log_5 5 - \log_7\left(5+\frac{20}{10}\right) = 0$

Từ đó suy ra: $(1) \Leftrightarrow f(t) < f(5) \Leftrightarrow 0<t<5 \Leftrightarrow |x|+|y|-5<5 \Leftrightarrow 5<|x|+|y|<10$.

Đếm các cặp giá trị nguyên của $(x;y)$

Ta có: $|x|+|y|<10$, mà $|y|\ge 0$ nên $|x|<10$.

Với $|x|=0 \Rightarrow y=\{\pm6;\pm7;\pm8;\pm9\}$ nên có 8 cặp.

Với $|x|=1 \Rightarrow y=\{\pm5;\pm6;\pm7;\pm8\}$ nên có 16 cặp.

Với $|x|=2 \Rightarrow y=\{\pm4;\pm5;\pm6;\pm7\}$ nên có 16 cặp.

Với $|x|=3 \Rightarrow y=\{\pm3;\pm4;\pm5;\pm6\}$ nên có 16 cặp.

Với $|x|=4 \Rightarrow y=\{\pm2;\pm3;\pm4;\pm5\}$ có 16 cặp.

Với $|x|=5 \Rightarrow y=\{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4\}$ nên có 16 cặp.

Với $|x|=6 \Rightarrow y=\{0;\pm1;\pm2;\pm3\}$ nên có 14 cặp.

Với $|x|=7 \Rightarrow y=\{0;\pm1;\pm2\}$ có 10 cặp.

Với $|x| = 8 \Rightarrow y = \{0;\pm1\}$ có 6 cặp.

Với $|x| = 9 \Rightarrow y = \{0\}$ có 2 cặp.

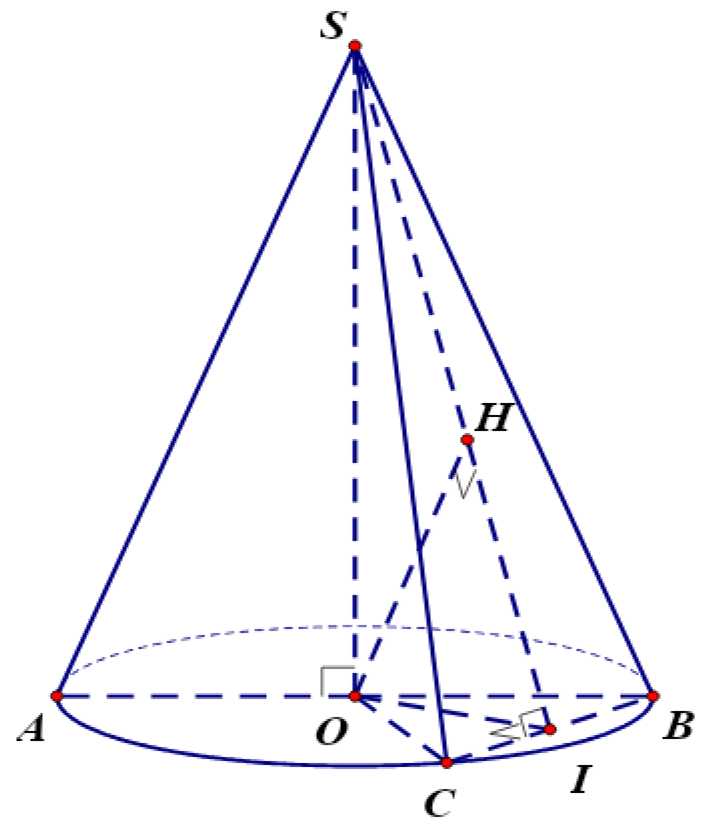
Vậy có 120 cặp giá trị nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $6a$. Cắt (N) bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng $3a$ ta được thiết diện có diện tích bằng $12\sqrt{11}a^2$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $36\sqrt{5}\pi a^3$. **B.** $270\pi a^3$. **<u>C</u>.** $90\pi a^3$. **D.** $12\sqrt{5}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SBC.

Gọi I là trung điểm của BC. Ta có $\begin{cases} BC \perp OI \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOI)$.

Kẻ $OH \perp SI$ $(H \in SI)$, mà $OH \perp BC$

suy ra $OH \perp (SBC)$.

Theo giả thiết có: $SO = 6a$, $S_{SBC} = 12\sqrt{11}a^2$ và $d(O;(SBC)) = OH = 3a$.

Trong ΔSOI vuông tại O có: $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = 2\sqrt{3}a$

$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 4\sqrt{3}a$.

Ta có: $S_{SBC} = \dfrac{1}{2}SI.BC \Rightarrow BC = \dfrac{2S_{SBC}}{SI} = 2\sqrt{33}a \Rightarrow IC = \dfrac{BC}{2} = \sqrt{33}a$.

Trong ΔOIC vuông tại I có: $OC = \sqrt{OI^2 + IC^2} = 3\sqrt{5}a = R$.

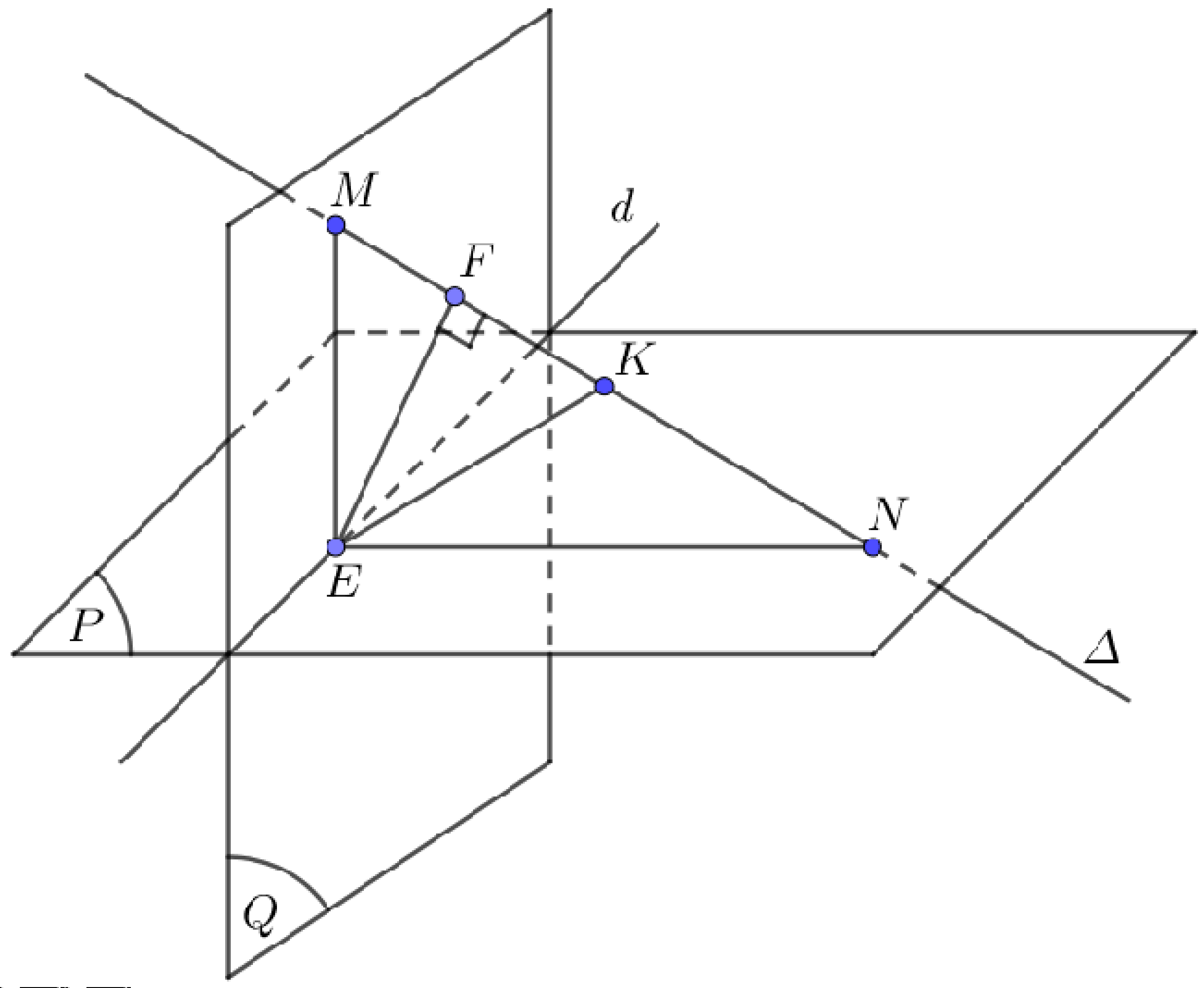
Vậy thể tích của khối nón đã cho là $V = \dfrac{1}{3}\pi.SO.OC^2 = 90\pi a^3$.

Câu 49: Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z-3}{-4}$. Mặt phẳng $(P);(Q)$ là 2 mặt phẳng vuông góc nhau, luôn chứa d và cắt Δ tại N,M. Tìm độ dài MN ngắn nhất

A. $\dfrac{182\sqrt{319}}{319}$. **B.** $\dfrac{91}{\sqrt{638}}$. **C.** $\dfrac{91}{\sqrt{319}}$. **<u>D</u>.** $\dfrac{91\sqrt{638}}{319}$.

Lời giải

Chọn D



Ta nhận xét $d \perp \Delta$ do $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_\Delta} = 3.2 + 2.3 + 3.(-4) = 0$

Trong $(Q), ME \perp d$ tại E. Suy ra $ME \perp (P) \Rightarrow ME \perp NE \Rightarrow \Delta MEN$ vuông tại E

Hạ đường cao EF trong ΔMEN vuông tại E.

Ta có: $\begin{cases} d \perp ME \\ d \perp MN \end{cases} \Rightarrow d \perp (MEN) \Rightarrow d \perp EF$

Mà $EF \perp \Delta \Rightarrow EF = d(d, \Delta)$

Gọi K là trung điểm MN. Khi đó, $MN = 2EK \le 2EF = 2d(d, \Delta)$

Dấu bằng xảy ra khi $K \equiv F$, tức là ΔMEN vuông cân tại E

Ta có:

$$d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3} \Rightarrow \begin{cases} A(2\,;-1\,;0) \in d \\ \overrightarrow{u_d} = (3\,;2\,;3) \end{cases}$$

$$\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-3}{-4} \Rightarrow \begin{cases} B(4\,;-5\,;3) \in \Delta \\ \overrightarrow{u_\Delta} = (2\,;3\,;-4) \end{cases}$$

Suy ra,

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2\,;-4\,;3) \\ \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-17\,;18\,;5) \end{cases} \Rightarrow d(d, \Delta) = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|} = \frac{91}{\sqrt{638}}$$

Vậy MN ngắn nhất là $2.\frac{91}{\sqrt{638}} = \frac{91\sqrt{638}}{319}$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $g(x) = f(|x+m|)$ nghịch biến trên $(0;1)$?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **<u>D</u>.** 10.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

Xét hàm số $g(x) = f(|x+m|)$ có

$$g'(x) = f'(|x+m|).\frac{x+m}{|x+m|} = \frac{x+m}{|x+m|}.3|x+m|.(|x+m|-2) = 3(x+m).(|x+m|-2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -m-2 \\ x = -m+2 \end{array}\right.$$

$g'(x)$ không xác định khi $x=-m$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		$-m-2$		$-m$		$-m+2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

$$\left[\begin{array}{l}(0;1)\subset(-\infty;-m-2)\\(0;1)\subset(-m;-m+2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1\le -m-2\\-m\le 0<1\le -m+2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -3\\0\le m\le 1\end{array}\right.$$

Mà $m\in[-10;10]$ nên có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

---------- **HẾT** ----------