

- Câu 1:** Cho $\log a = 2$; $\log b = 3$. Giá trị $\log\left(\frac{a^2}{b}\right)$ bằng
- A. $\frac{3}{4}$. B. 1. C. -1. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 2:** Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 bằng
- A. 12π . B. 4π . C. 8π . D. 16π .
- Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} \geq 1$ là
- A. $(-\infty; 0]$. B. $(1; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.
- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 5:** Cho hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ là
- A. $f(3)$. B. $f(2)$. C. $f(1)$. D. $f(4)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?
- A. $N(0; -1; -3)$. B. $Q(3; 1; 2)$. C. $M(3; 1; 4)$. D. $P(0; -1; 2)$.
- Câu 7:** Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $F(x) = \sin x$. B. $F(x) = \cos x$. C. $F(x) = \tan x$. D. $F(x) = \cot x$.
- Câu 8:** Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$ là
- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 1; 0); B(-1; 3; 1); C(8; 2; -4)$. Trọng tâm của tam giác ABC là
- A. $G(3; -2; -1)$. B. $G(3; -2; 1)$. C. $G(3; 2; 1)$. D. $G(3; 2; -1)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0); B(0; 2; 0); C(0; 0; -3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A; B; C$ là
- A. $6x - 3y - 2z + 6 = 0$. B. $6x + 3y - 2z - 6 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. D. $6x + 3y - 2z + 6 = 0$.
- Câu 11:** Tập xác định của hàm số $y = (2x - 4)^{\pi+1}$ là
- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Câu 12:** Gọi M_1, M_2 , lần lượt là điểm biểu diễn hình học của số phức $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - 2i$. Khi đó độ dài M_1M_2 là

Khẳng định nào sai?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} . B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;1)$.
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$. D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 23: Cho khối nón có chiều cao bằng 6, bán kính đáy bằng 3. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 27π . B. 12π . C. 36π . D. 18π .

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + 1)$ là

- A. $\frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 3}$. B. $\frac{1}{(x^2 + 1)\ln 3}$. C. $\frac{2x \ln 3}{x^2 + 1}$. D. $\frac{2x}{x^2 + 1}$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, BC, BD đôi một vuông góc với nhau. Biết $AB = 2$, $BC = BD = 3$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. 3 B. 6 C. 2 D. 9

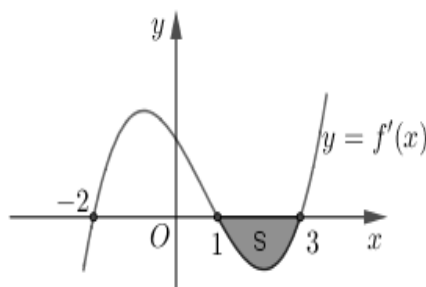
Câu 26: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 1, diện tích xung quanh bằng 4π . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 2π . B. π . C. $\frac{2\pi}{3}$. D. 4π .

Câu 27: Có tất cả bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y = x^4 + (m-2)x^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. 9. B. 11. C. 10. D. 12.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-2;3]$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $\int_{-2}^1 f'(x) dx = 3$ và diện tích $S = \frac{5}{3}$. Giá trị $f(3) - f(-2)$ bằng

- A. $-\frac{14}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{14}{3}$.

Câu 29: Trong một bài thi đánh giá tư duy gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, trong đó có 5 câu hỏi lĩnh vực tự nhiên và 5 câu hỏi lĩnh vực xã hội. Mỗi câu hỏi có bốn phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng. Một học sinh đã trả lời đúng các câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên, nhưng ở lĩnh vực xã hội học sinh đó chọn ngẫu nhiên một phương án bất kì. Biết rằng, mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không có điểm, tính xác suất học sinh đó đạt ít nhất 8 điểm?

- A. 19,14%. B. 19,53%. C. 17,58%. D. 10,35%.

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, BC = 4, CC' = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và $B'D'$.

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $A(1;1;0), B(2;3;3)$. (P) là mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B và song song với trục Ox . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $3x + 2z - 3 = 0$ B. $3y - 2z - 3 = 0$
C. $3y - z - 3 = 0$ D. $2x - y - 1 = 0$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

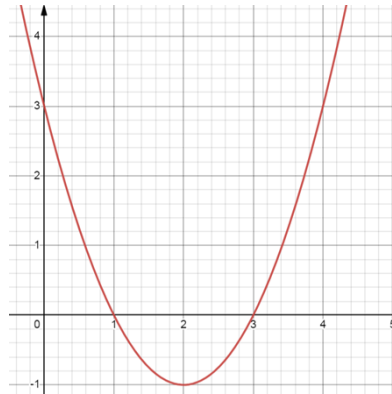
Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(2; 3)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - 2z - 2 = 0$. Phương trình chính tắc của d là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$.

Câu 34: Cho hàm số bậc hai $f(x) = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Phương trình $f(f(x)) = 2f^2(x) - 3f(x) + 3$ có bao nhiêu nghiệm

- A. 2. B. 3. C. 1 D. 0.

Câu 35: Cho $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(x) = 2^x \cos x$ và $G(0) = 2$. Khi đó $F(0) - G\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 36: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 2m - 1)$ có tập xác định \mathbb{R} là

- A. $m < 1$. B. $m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $m > 1$.

Câu 37: Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Khi đó môđun của số phức $w = (\overline{z_1})^3 (\overline{z_2})^5$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2xf(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$f(0) = \frac{3}{2}$ và $\int_0^1 (2f(x) - 1)xdx = a + \frac{b}{e}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó $a + b$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. -1. C. 1. D. 0.

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của hai cạnh $AC, A'C'$. Biết $AM' = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ và $AM' \perp BM$. Thể tích hình lăng trụ bằng:

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{8}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $f(x) = mx^4 + 8(m-6)x^2 + 4$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. 12. B. 8. C. 7. D. 13.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ và điểm $A(4; 0; 0)$. Gọi M là điểm nằm trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác MOA bằng $2\sqrt{5}$. Biết điểm M có hoành độ âm. Tọa độ điểm M là

A. $M(-3; 4; 5)$. B. $M(-2; 3; 3)$. C. $M(-1; 2; 1)$. D. $M(-4; 5; 7)$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $(m+20)^x \cdot m^{x^2-3} = 1$ có nghiệm lớn hơn 1?

A. 3. B. 4. C. 20. D. Vô số m .

Câu 43: Một người dự định sử dụng hết $1,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}m^3$. B. $\frac{1}{6}m^3$. C. $\frac{1}{9}m^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}m^3$.

Câu 44: Cho hai số phức z, w thỏa $|z-1|=1$ và $(1+i)w = (1+5i)z + 4 + 2i$. Biết tập hợp biểu diễn số phức w là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

A. $(-1; 6)$. B. $(6; 1)$. C. $(-6; -1)$. D. $(1; 6)$.

Câu 45: Cho khối trụ có trục $OO' = 3a$. Một khối chóp đều $O.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O') là đường tròn đáy của khối trụ. Thể tích khối trụ đã cho là

A. πa^3 B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $g(x) = f(x) \cdot e^{-2x}$ có hai giá trị cực trị là 2 và $-e^6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2g(x)$ và $h(x) = (2ax+b) \cdot e^{-2x}$ bằng

A. $2 + \frac{1}{e^6}$. B. $e^6 - 2$. C. $2 + e^6$. D. $2 - \frac{1}{e^6}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $A'(0; 0; 3)$. Mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, tiếp xúc với hai đường thẳng $B'D'$ và BC' . Khi thể tích của khối cầu (S) đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của d bằng

A. $\frac{31}{2}$. B. 31. C. 14. D. 7.

Câu 48: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1|=|w-1|=2$ và $|z-w|=|z+w|$. Giá trị nhỏ nhất của $T = |z+w+2-3i|$ bằng

A. 1. B. $5 - \sqrt{7}$. C. $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$. D. $\sqrt{7} - 2$.

Câu 49: Bất phương trình $(\sqrt{25^x - 4x \cdot 5^{x+1} + 100x^2 + 2} + 5^x - 10x)(\sqrt{4^x + 2} - 2^x) \leq 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.D	4.A	5.B	6.C	7.A	8.A	9.D	10.B
11.A	12.A	13.D	14.D	15.C	16.A	17.B	18.D	19.C	20.C
21.B	22.A	23.D	24.A	25.A	26.A	27.A	28.B	29.D	30.B
31.B	32.C	33.C	34.B	35.C	36.D	37.B	38.D	39.C	40.D
41.C	42.D	43.B	44.B	45.D	46.C	47.C	48.C	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $\log a = 2$; $\log b = 3$. Giá trị $\log\left(\frac{a^2}{b}\right)$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. 1.

C. -1 .

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log\left(\frac{a^2}{b}\right) = \log a^2 - \log b = 2\log a - \log b = 2 \cdot 2 - 3 = 1$

Câu 2: Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 bằng

A. 12π .

B. 4π .

C. 8π .

D. 16π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi 2^2 = 16\pi$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} \geq 1$ là

A. $(-\infty; 0]$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$3^{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

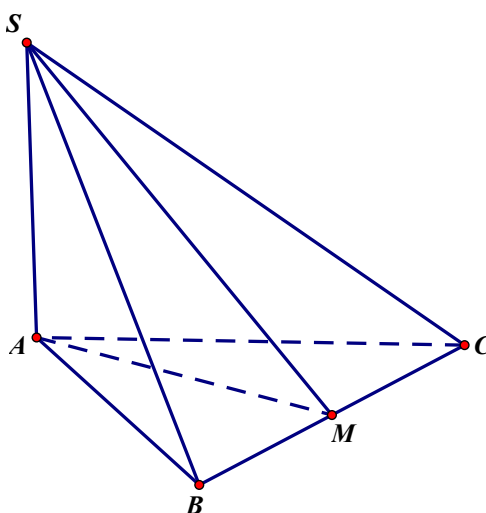
B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có SA và vuông góc với mặt phẳng đáy.

Suy ra góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng \widehat{SMA} .

Tam giác ABC là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow AM = a \frac{\sqrt{3}}{2}$

Suy ra tam giác SMA vuông cân tại A , suy ra $\widehat{SMA} = 45^\circ$

Vậy góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng $\widehat{SMA} = 45^\circ$

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ là

- A. $f(3)$. B. $f(2)$. C. $f(1)$. D. $f(4)$.

Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ xác định và liên tục

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2(l) \end{cases}$$

$$f(1) = 5; f(2) = 4; f(4) = 5$$

$$\text{Vậy } \min_{[1;4]} f(x) = f(2) = 4.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(0; -1; -3)$. B. $Q(3; 1; 2)$. C. $M(3; 1; 4)$. D. $P(0; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{3}{3} = \frac{1+1}{2} = \frac{4-3}{1}$ nên điểm $M(3; 1; 4)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 7: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $F(x) = \sin x$. B. $F(x) = \cos x$. C. $F(x) = \tan x$. D. $F(x) = \cot x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int \cos x dx = \sin x + C$.

Mặt khác $F(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy $F(x) = \sin x$.

Câu 8: Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$ là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (kép)} \\ x = 3 \end{cases}$$

Vì phương trình $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép nên hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$ có một cực trị.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 1; 0); B(-1; 3; 1); C(8; 2; -4)$. Trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $G(3; -2; -1)$. B. $G(3; -2; 1)$. C. $G(3; 2; 1)$. **D. $G(3; 2; -1)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{2-1+8}{3} = 3 \\ y_G = \frac{1+3+2}{3} = 2 \\ z_G = \frac{0+1-4}{3} = -1 \end{cases} \text{ suy ra trọng tâm của tam giác } ABC \text{ là } G(3; 2; -1).$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0); B(0; 2; 0); C(0; 0; -3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A; B; C$ là

- A. $6x - 3y - 2z + 6 = 0$. **B. $6x + 3y - 2z - 6 = 0$.**
C. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. D. $6x + 3y - 2z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng, ta có $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y - 2z - 6 = 0$

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = (2x - 4)^{\pi+1}$ là

- A. $(2; +\infty)$.** B. $(0; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\pi+1$ là số không nguyên nên điều kiện xác định của hàm số $y = (2x - 4)^{\pi+1}$ là:

$$2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy $D = (2; +\infty)$.

Câu 12: Gọi M_1, M_2 , lần lượt là điểm biểu diễn hình học của số phức $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - 2i$. Khi đó độ dài M_1M_2 là

- A. 3.** B. 9. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z_1 = 1 + i$ là $M_1(1; 1)$.

Điểm biểu diễn số phức $z_2 = 1 - 2i$ là $M_2(1; -2)$.

$$\Rightarrow M_1M_2 = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-1)^2} = 3.$$

Câu 13: Gọi $I(a; b)$ là giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = 1$ và $y = \frac{3x-2}{x+2}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 1$ và $y = \frac{3x-2}{x+2}$:

$$\frac{3x-2}{x+2} = 1 \Rightarrow 3x-2 = x+2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow I(2;1)$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 1$$

$$a + b = 2 + 1 = 3$$

Câu 14: Số cách chọn 2 học sinh trong một lớp có 35 đề bầu làm lớp trưởng và lớp phó học tập (mỗi học sinh nhận đúng một chức vụ) là

A. 2.

B. 595.

C. 70.

D. 1190.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong một lớp có 35 đề bầu làm lớp trưởng và lớp phó học tập (mỗi học sinh nhận đúng một chức vụ) là chỉnh hợp chập 2 của 35 phần tử.

Vậy có $A_{35}^2 = 1190$.

Câu 15: Cho a là số thực dương, giá trị tích phân $\int_0^a (x^2 - x) dx$ là

A. $-\frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2} + a$.

C. $\frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2}$.

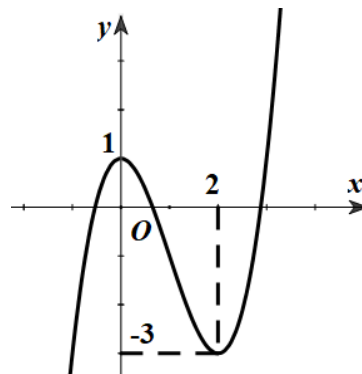
D. $-\frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{2} + a$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^a (x^2 - x) dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2}.$$

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số là

A. 1.

B. 2.

C. -3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 + u_3 = 6$. Số hạng u_2 bằng

A. 6

B. 3

C. 2

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2} = 3.$$

Câu 18: Đồ thị của hàm số nào sau đây có đường tiệm cận đứng?

A. $y = e^x$.

B. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

C. $y = x^2 - x$.

D. $y = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn D

Các hàm số $y = e^x$, $y = \frac{x}{x^2 + 1}$, $y = x^2 - x$ đều có tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y = \frac{1}{x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ có một đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

Câu 19: Số thực a để $z = 2 + a + (5 - a)i$ là số thuần ảo là

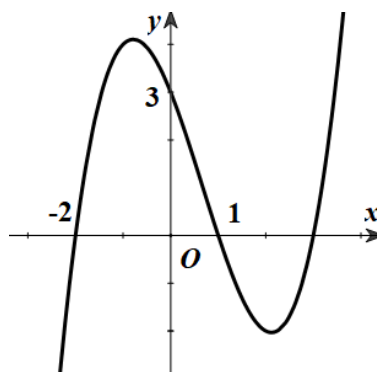
- A. Không tồn tại a . B. $a = 5$.
 C. $a = -2$. D. Tất cả số thực a đều thỏa mãn.

Lời giải

Chọn C

$z = 2 + a + (5 - a)i$ là số thuần ảo khi $2 + a = 0 \Leftrightarrow a = -2$

Câu 20: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên



Giá trị của $a + b + c + d$ là

- A. 3. B. -2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị của hàm số đi qua điểm $(1; 0)$. Thay $x = 1; y = 0$ vào $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ được:

$$a + b + c + d = 0.$$

Câu 21: Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, diện tích đáy bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = B.h = 3a.2a^2 = 6a^3$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	

Khẳng định nào sai?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} . B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 1)$.
 C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$. D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Cho khối nón có chiều cao bằng 6, bán kính đáy bằng 3. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 27π .

B. 12π .

C. 36π .

D. 18π .

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối nón đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + 1)$ là

A. $\frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 3}$.

B. $\frac{1}{(x^2 + 1)\ln 3}$.

C. $\frac{2x \ln 3}{x^2 + 1}$.

D. $\frac{2x}{x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = [\log_3(x^2 + 1)]' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)\ln 3} = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 3}$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, BC, BD đôi một vuông góc với nhau. Biết $AB = 2$, $BC = BD = 3$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. 3

B. 6

C. 2

D. 9

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện là $V = \frac{1}{6}BA \cdot BC \cdot BD = 3$.

Câu 26: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 1, diện tích xung quanh bằng 4π . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 2π .

B. π .

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. 4π .

Lời giải

Chọn A

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ.

Diện tích xung quanh hình trụ là $s = 2\pi rh = 4\pi \Rightarrow h = 2$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 2\pi$

Câu 27: Có tất cả bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^4 + (m - 2)x^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 9.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 + 2(m - 2)x \Rightarrow y'' = 12x^2 + 2(m - 2)$.

+ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f''(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ 2(m - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$.

+ Xét $m = 2$ thì hàm số $y = x^4$ có $y' = 4x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

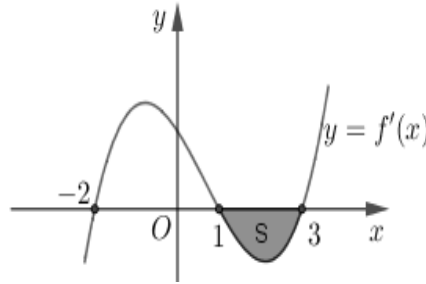
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	0	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

+ $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ có 9 giá trị của tham số m .

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-2;3]$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $\int_{-2}^1 f'(x) dx = 3$ và diện tích $S = \frac{5}{3}$. Giá trị $f(3) - f(-2)$ bằng

- A. $-\frac{14}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Diện tích } S = \int_1^3 |f'(x)| dx = \frac{5}{3} \Rightarrow S = -\int_1^3 f'(x) dx = \frac{5}{3} \Rightarrow \int_1^3 f'(x) dx = -\frac{5}{3}.$$

$$\text{Ta có } \int_{-2}^3 f'(x) dx = \int_{-2}^1 f'(x) dx + \int_1^3 f'(x) dx \Rightarrow f(3) - f(-2) = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}.$$

Câu 29: Trong một bài thi đánh giá tư duy gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, trong đó có 5 câu hỏi lĩnh vực tự nhiên và 5 câu hỏi lĩnh vực xã hội. Mỗi câu hỏi có bốn phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng. Một học sinh đã trả lời đúng các câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên, nhưng ở lĩnh vực xã hội học sinh đó chọn ngẫu nhiên một phương án bất kì. Biết rằng, mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không có điểm, tính xác suất học sinh đó đạt ít nhất 8 điểm?

- A. 19,14%. B. 19,53%. C. 17,58%. D. 10,35%.

Lời giải

Chọn D

Học sinh trả lời hết tất cả các câu thuộc KHTN là đã được 5 điểm.

Để được ít nhất 8 điểm thì học sinh đó phải trả lời đúng ít nhất 3 câu thuộc KHXH.

$$\text{TH1: 3 câu đúng, 2 câu sai: } C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\text{TH2: 4 câu đúng, 1 câu sai: } C_5^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\text{TH3: 5 câu đúng: } C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5$$

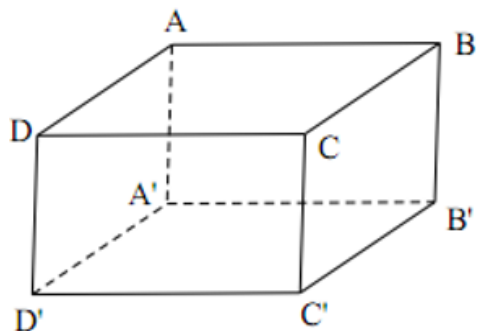
$$\text{Vậy } C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_5^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right) + C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \approx 0,1035 \approx 10,35\%$$

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, BC = 4, CC' = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và $B'D'$.

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B



$$d(AD; B'D') = d(AD; (A'B'C'D')) = AA' = 5.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $A(1;1;0), B(2;3;3)$. (P) là mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B và song song với trục Ox . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $3x + 2z - 3 = 0$ B. $3y - 2z - 3 = 0$
 C. $3y - z - 3 = 0$ D. $2x - y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} A(1;1;0), B(2;3;3) \in (P) \\ (P) // Ox \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1;1;0) \in (P) \\ \vec{n} = [\overline{AB}; \vec{i}] = (0; 3; -2) \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $0(x-1) + 3(y-1) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3y - 2z - 3 = 0$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(2; 3)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = f'(3-2x) = -2f'(3-2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x = -1 \\ 3-2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - 2z - 2 = 0$. Phương trình chính tắc của d là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; -1; 1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (2; 1; -2) \end{cases}$$

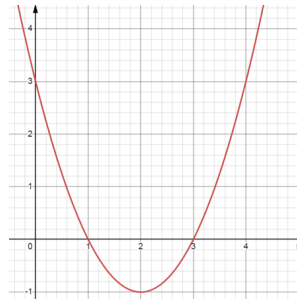
Từ hình $\Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 4; 3)$.

Tìm $M \in d = (P) \cap (Q)$ bằng cách chọn $z = 0$ thế vào (P) , (Q) được hệ:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(1; 0; 0)$ nên d có dạng: $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$.

Câu 34: Cho hàm số bậc hai $f(x) = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Phương trình $f(f(x)) = 2f^2(x) - 3f(x) + 3$ có bao nhiêu nghiệm

A. 2.

B. 3.

C. 1

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = f(x)$ ta có: $f(t) = 2t^2 - 3t + 3$

$\Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 2t^2 - 3t + 3$

$\Rightarrow t^2 + t = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 0 \end{cases}$

$f(x) = -1$ phương trình có 1 nghiệm

$f(x) = 0$ phương trình có 2 nghiệm

Vậy $f(f(x)) = 2f^2(x) - 3f(x) + 3$ có 3 nghiệm.

Câu 35: Cho $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(x) = 2^x \cos x$ và

$G(0) = 2$. Khi đó $F(0) - G\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Vì $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} nên

$G(x) = F(x) + C = 2^x \cos x + C$.

Mà $G(0) = 2 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(0) - G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2^0 \cos 0 - \left(2^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{\pi}{2} + 1\right) = 0$.

Câu 36: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 2m - 1)$ có tập xác định \mathbb{R} là

A. $m < 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 2m - 1)$ có tập xác định \mathbb{R} thì $x^2 - 2x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (-1)^2 - (2m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2m + 2 < 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Câu 37: Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Khi đó môđun của số phức

$w = (\overline{z_1})^3 (\overline{z_2})^5$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$.

Do đó $w = (\overline{z_1})^3 (\overline{z_2})^5 \Rightarrow |w| = |(\overline{z_1})^3 (\overline{z_2})^5| = |z_1|^3 \cdot |z_2|^5 = 1$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2xf(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$f(0) = \frac{3}{2}$ và $\int_0^1 (2f(x) - 1)xdx = a + \frac{b}{e}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó $a + b$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. -1. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Nhân 2 vế của $f'(x) + 2xf(x) = x$ cho e^{x^2} ta được $e^{x^2} f'(x) + 2xe^{x^2} f(x) = xe^{x^2}$

Do đó

$$e^{x^2} f'(x) + 2xe^{x^2} f(x) = xe^{x^2} \Rightarrow (e^{x^2} f(x))' = xe^{x^2}$$

$$\Rightarrow e^{x^2} f(x) = \int xe^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} + C \quad (1)$$

Thay $x = 0$ vào (1) ta có $e^0 \cdot f(0) = \frac{1}{2} \cdot e^0 + C \Rightarrow C = 1$ ta có được $f(x) = \frac{1}{2} + e^{-x^2}$

$$\text{Xét } \int_0^1 (2f(x) - 1)xdx = \int_0^1 \left(2\left(\frac{1}{2} + e^{-x^2}\right) - 1 \right)xdx = \int_0^1 2xe^{-x^2} dx = -e^{-x^2} \Big|_0^1 = -\frac{1}{e} - (-1) = 1 - \frac{1}{e} = 1 + \frac{-1}{e}$$

Do đó $a = 1, b = -1$ nên $a + b = 0$

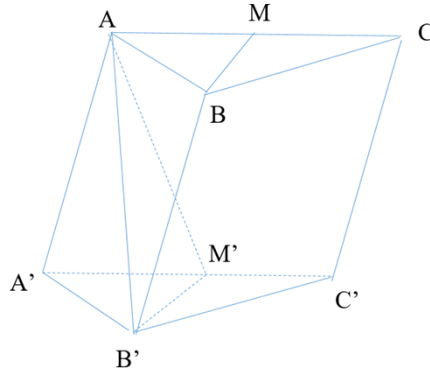
Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của

hai cạnh $AC, A'C'$. Biết $AM' = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ và $AM' \perp BM$. Thể tích hình lăng trụ bằng:

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $B'M'$ ta có $B'M' \parallel BM$ nên $AM' \perp B'M'$, $B'M' \perp A'C'$ do đó $B'M' \perp (AA'M)$
 Gọi h là khoảng cách từ A đến mp $(A'B'C')$

Xét hình chóp $A.A'B'M$ thể tích hình chóp $V = \frac{1}{3}h.S_{\Delta A'B'M} = \frac{1}{3}B'M'.S_{\Delta AA'M'}$

Ta có $B'M' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $S_{\Delta B'A'M} = \frac{1}{2}S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

Xét $\Delta AA'M'$ có $AA' = a$, $A'M' = \frac{a}{2}$, $AM' = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. Theo công thức Hêrông, ta có

$S_{\Delta AA'M'} = \frac{\sqrt{3}}{8}a^2$ (tam giác $AA'M'$ đều)

Từ đó ta được $h = \frac{B'M'.S_{\Delta AA'M'}}{S_{\Delta A'B'M}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

Thể tích lăng trụ $V = h.S_{\Delta A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3}{8}a^3$

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $f(x) = mx^4 + 8(m-6)x^2 + 4$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. 12.

B. 8.

C. 7.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 16(m-6)x$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in (1; 2)$

$\Leftrightarrow mx^3 + 4mx - 24x \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m(x^3 + 4x) \leq 24x, \forall x \in (1; 2)$

$\Leftrightarrow m \leq \frac{24x}{x^3 + 4x} = g(x), \forall x \in (1; 2);$ vì $x^3 + 4x > 0, \forall x \in (1; 2)$.

Ta có $g'(x) = \frac{24(x^3 + 4x) - 24x(3x^2 + 4)}{(x^3 + 4x)^2} = \frac{-48x^3}{(x^3 + 4x)^2} < 0, \forall x \in (1; 2)$.

$\Rightarrow g(x)$ luôn nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Khi đó bất phương trình $m \leq g(x), \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq 3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}, m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{3; 2; 1; 0; -1; -2; \dots; -9\}$. Vậy có 13 số nguyên m cần tìm.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ và điểm $A(4; 0; 0)$. Gọi M là điểm nằm trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác MOA bằng $2\sqrt{5}$. Biết điểm M có hoành độ âm. Tọa độ điểm M là

A. $M(-3;4;5)$.

B. $M(-2;3;3)$.

C. $M(-1;2;1)$.

D. $M(-4;5;7)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = -3-2t \end{cases}$$
. Vì $M \in d$ nên gọi $M(1+t; -t; -3-2t)$.

Ta có $\overline{OA} = (4; 0; 0)$; $\overline{OM} = (1+t; -t; -3-2t) \Rightarrow [\overline{OA}, \overline{OM}] = (0; 12+8t; -4t)$.

Diện tích tam giác MOA là $S = \frac{1}{2} |[\overline{OA}, \overline{OM}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(12+8t)^2 + 16t^2} = \frac{1}{2} \sqrt{80t^2 + 192t + 144}$.

Vì diện tích tam giác MOA bằng $2\sqrt{5}$ nên $\frac{1}{2} \sqrt{80t^2 + 192t + 144} = 2\sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow 80t^2 + 192t + 144 = 80 \Leftrightarrow 80t^2 + 192t + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{5} \\ t = -2 \end{cases}$$

+ Với $t = -\frac{2}{5} \Rightarrow M\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}; -\frac{11}{5}\right)$ (loại vì M có hoành độ âm)

+ Với $t = -2 \Rightarrow M(-1; 2; 1)$ (thoả mãn).

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $(m+20)^x \cdot m^{x^2-3} = 1$ có nghiệm lớn hơn 1?

A. 3.

B. 4.

C. 20.

D. Vô số m .

Lời giải

Chọn D

+ TH1: $m = 1 \Rightarrow x = 0$ (Loại).

+ TH2: $m \neq 1$. Lấy logarit cơ số m hai vế phương trình ta được

$$(m+20)^x \cdot m^{x^2-3} = 1 \Leftrightarrow x^2 + \log_m(m+20) \cdot x - 3 = 0$$

Do $a \cdot c < 0$ nên phương trình có 2 nghiệm trái dấu là

$$\begin{cases} x = \frac{-\log_m(m+20) + \sqrt{\log_m^2(m+20) + 12}}{2} \\ x = \frac{-\log_m(m+20) - \sqrt{\log_m^2(m+20) + 12}}{2} \end{cases}$$

+ Theo giả thiết $\frac{-\log_m(m+20) + \sqrt{\log_m^2(m+20) + 12}}{2} > 1$ (1)

Đặt $\log_m(m+20) = t$. (1) $\Leftrightarrow \sqrt{t^2 + 12} > t + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t + 2 \leq 0 \\ t + 2 > 0 \\ t^2 + 12 > t^2 + 4t + 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -2 \\ t > -2 \Leftrightarrow t < 2 \Leftrightarrow \log_m(m+20) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m+20 < m^2 \\ 0 < m < 1 \\ m+20 > m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > 5 \\ m < -4 \\ 0 < m < 1 \\ -4 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$$

Câu 43: Một người dự định sử dụng hết $1,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}m^3$.

B. $\frac{1}{6}m^3$.

C. $\frac{1}{9}m^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}m^3$.

Lời giải

Chọn B

+ Đặt chiều rộng bể cá là x . Suy ra chiều dài là $2x$. Gọi h là chiều cao của hộp+ Tổng diện tích các mặt của hộp không nắp là: $2x^2 + 2hx + 4hx = 1,5$.

$$\Rightarrow h = \frac{1,5 - 2x^2}{6x} \quad (0 < x < \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$+ \text{Thể tích hộp } V = 2x \cdot x \cdot h = \frac{2x^2(1,5 - 2x^2)}{6x} = \frac{x(1,5 - 2x^2)}{3} = \frac{-2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x.$$

$$+ V' = -2x^2 + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \text{ (TM)} \\ x = -\frac{1}{2} \text{ (L)} \end{cases}$$

+ Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
V'		+	0
V			-
		$\frac{1}{6}$	

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{1}{6}m^3.$$

Câu 44: Cho hai số phức z, w thỏa $|z-1|=1$ và $(1+i)w = (1+5i)z + 4 + 2i$. Biết tập hợp biểu diễn số phức w là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

A. $(-1; 6)$.

B. $(6; 1)$.

C. $(-6; -1)$.

D. $(1; 6)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1+i)w = (1+5i)z + 4 + 2i \Leftrightarrow (1+i)w - (5+7i) = (1+5i)(z-1).$$

$$\Leftrightarrow (1+i)\left(w - \frac{5+7i}{1+i}\right) = (1+5i)(z-1) \Leftrightarrow (1+i)(w - (6+i)) = (1+5i)(z-1).$$

$$\text{Hay } |(1+i)||w - (6+i)| = |1+5i||z-1| \Leftrightarrow |w - (6+i)| = \sqrt{13}.$$

Vậy tập hợp biểu diễn số phức w là một đường tròn có tâm $(6; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$.

Câu 45: Cho khối trụ có trục $OO' = 3a$. Một khối chóp đều $O.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O') là đường tròn đáy của khối trụ. Thể tích khối trụ đã cho là

A. πa^3

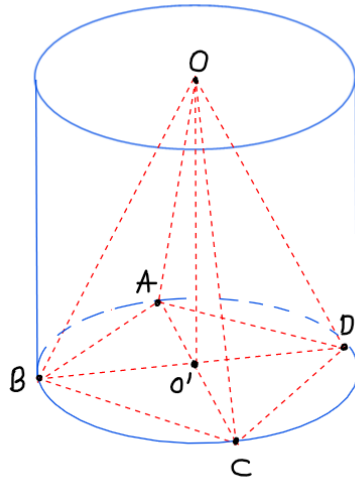
B. $2\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AB = x$. Khi đó $S_{ABCD} = x^2$.

Thể tích khối chóp $O.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} O'O.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.x^2 = 2a^3 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$

Ta có bán kính khối trụ là $r = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.a^2.3a = 3\pi a^3$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $g(x) = f(x) \cdot e^{-2x}$ có hai giá trị cực trị là 2 và $-e^6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2g(x)$ và $h(x) = (2ax + b) \cdot e^{-2x}$ bằng

A. $2 + \frac{1}{e^6}$.

B. $e^6 - 2$.

C. $2 + e^6$.

D. $2 - \frac{1}{e^6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$.

$$g(x) = f(x) \cdot e^{-2x}$$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) \cdot e^{-2x} - 2f(x) \cdot e^{-2x} = e^{-2x} [f'(x) - 2f(x)] = -e^{-2x} [2f(x) - (2ax + b)]$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow [2f(x) - (2ax + b)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}, (x_1 < x_2).$$

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2g(x) = h(x) \Leftrightarrow 2f(x) \cdot e^{-2x} = (2ax + b) \cdot e^{-2x} \Leftrightarrow e^{-2x} [2f(x) - (2ax + b)] = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm

$$S = \int_{x_1}^{x_2} |(2f(x) - h(x))| dx = \int_{x_1}^{x_2} (2f(x) - h(x)) dx = \int_{x_1}^{x_2} |g'(x)| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} g'(x) dx \right| = \left| g(x) \Big|_{x_1}^{x_2} \right|$$

$$|g(x_2) - g(x_1)| = |2 + e^6| = 2 + e^6.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $A'(0;0;3)$. Mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, tiếp xúc với hai đường thẳng $B'D'$ và BC' . Khi thể tích của khối cầu (S) đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của d bằng

A. $\frac{31}{2}$.

B. 31.

C. 14.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên

$ABCD$ là hình vuông nên $\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow C(3;3;0)$

$ABB'A'$ là hình vuông nên $\overline{AA'} = \overline{BB'} \Rightarrow B'(3;0;3)$.

$ADD'A'$ là hình vuông nên $\overline{AD} = \overline{A'D'} \Rightarrow D'(0;3;3)$.

$BCC'B'$ là hình vuông nên $\overline{BC} = \overline{B'C'} \Rightarrow C'(3;3;3)$.

Do đó $\overline{B'D'} = (-3;3;0), \overline{BC'} = (0;3;3)$ nên phương trình tham số của $B'D'$ là
$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 3 \end{cases} \text{ và}$$

$$BC' \text{ là } \begin{cases} x = 3 \\ y = s \\ z = s \end{cases}$$

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đường thẳng $B'D'$ và BC' nên thể tích của khối cầu (S) đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi đường kính của mặt cầu (S) là đoạn vuông góc chung của $B'D'$ và BC' .

Lấy $M \in B'D' \Rightarrow M(3-t; t; 3)$ và $N \in BC' \Rightarrow N(3; s; s)$ nên $\overline{MN} = (t; s-t; s-3)$.

Vì $MN \perp B'D'$ và $MN \perp BC'$ nên
$$\begin{cases} \overline{MN} \cdot \overline{B'D'} = 0 \\ \overline{MN} \cdot \overline{BC'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3t + 3(s-t) + 0 \cdot (s-3) = 0 \\ 0 \cdot t + 3(s-t) + 3 \cdot (s-3) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s - 2t = 0 \\ 2s - t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 2 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2; 1; 3), N(3; 2; 2).$$

Suy ra I là trung điểm của đoạn MN thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tâm mặt cầu (S) và mặt cầu (S) có

$$\text{bán kính } r = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{(3-2)^2 + (2-1)^2 + (2-3)^2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Phương trình mặt cầu (S) là
$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 3y - 5z + 14 = 0.$$

Vậy $d = 14$.

Câu 48: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1| = |w-1| = 2$ và $|z-w| = |z+w|$. Giá trị nhỏ nhất của $T = |z+w+2-3i|$ bằng

A. 1.

B. $5 - \sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$.

D. $\sqrt{7} - 2$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Đặt $a = z-1, b = w-1$, ta có: $|a| = |b| = 2$ và $|a+b+2| = |a-b|$.

$$T = |a+b+4-3i|.$$

Mặt khác: $|a+b|^2 + |a-b|^2 = 2(|a|^2 + |b|^2)$.

Suy ra: $|a+b|^2 + |a+b+2|^2 = 2(|a|^2 + |b|^2) = 16$.

Giả sử: $a+b = x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|a+b|^2 + |a+b+2|^2 = 16 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 6 = 0$.

Do đó: tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $a+b$ là một đường tròn (C) có tâm $I(-1;0)$ và bán kính $R = \sqrt{7}$.

Điểm $A(-4;3)$ nằm ngoài đường tròn (C) .

$$T = |a+b+4-3i| = MA \geq IA - R = 3\sqrt{2} - \sqrt{7}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T = |z+w+2-3i|$ bằng $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$.

Cách 2:

Gọi $M(z), N(w), E(z+w), I(1;0), A(-2;3)$. Khi đó từ giả thiết suy ra M, N thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 2$ và $OE = MN$, kéo theo ta có được tứ giác $OMEN$ là hình chữ nhật (hai đường chéo bằng nhau).

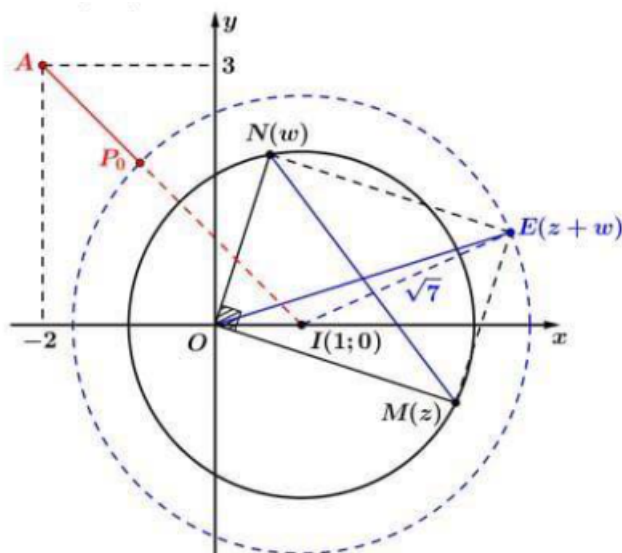
Suy ra $OM \perp ON$ tức $|z|^2 + |w|^2 = |z-w|^2$.

Tiếp theo ta cần áp dụng tính chất sau: $2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$. Khi đó ta có:

$$16 = 2(|z-1|^2 + |w-1|^2) = |z+w-2|^2 + |z-w|^2 = |z+w-2|^2 + |z+w|^2 \quad (1)$$

Đặt $z+w = x+yi (x, y \in \mathbb{R})$ thì (1) trở thành: $(x-2)^2 + y^2 + (x^2 + y^2) = 64 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 7$

tức $E(z+w)$ luôn di động trên đường tròn (C') tâm $I(1;0)$, bán kính $r = \sqrt{7}$.



Từ hình vẽ ta suy ra: $T = |z+w+2-3i| = EA \geq IA - r = 3\sqrt{2} - \sqrt{7}$ khi $P \equiv P_0 = IA \cap (C')$.

Câu 49: Bất phương trình $(\sqrt{25^x - 4x \cdot 5^{x+1} + 100x^2 + 2} + 5^x - 10x)(\sqrt{4^x + 2} - 2^x) \leq 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } 25^x - 4x \cdot 5^{x+1} + 100x^2 + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} - 2 \cdot 10x \cdot 5^x + 100x^2 + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (5^x - 10x)^2 + 2 \geq 0 \text{ (luôn thỏa mãn với mọi } x \text{)}$$

Đặt $5^x - 10x = u$ và $2^x = v$. Bất phương trình đã cho trở thành $(\sqrt{u^2 + 2} + u)(\sqrt{v^2 + 2} - v) \leq 2$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{u^2 + 2} + u)(\sqrt{v^2 + 2} - v)(\sqrt{v^2 + 2} + v) \leq 2(\sqrt{v^2 + 2} + v)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{u^2 + 2} + u \leq \sqrt{v^2 + 2} + v$$

Hàm số $f(t) = \sqrt{t^2 + 2} + t$ có đạo hàm $f'(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2}} + 1 = \frac{t + \sqrt{t^2 + 2}}{\sqrt{t^2 + 2}} > \frac{t + |t|}{\sqrt{t^2 + 2}} \geq 0, \forall t$ nên

đồng biến trên \mathbb{R} .

Do đó, $\sqrt{u^2+2}+u \leq \sqrt{v^2+2}+v \Leftrightarrow f(u) \leq f(v) \Leftrightarrow u \leq v$.

Suy ra $5^x - 10x \leq 2^x \Leftrightarrow 5^x - 10x - 2^x \leq 0$.

Xét x là số nguyên:

Nếu $x \leq -1$ thì $5^x - 10x - 2^x > 0 + 10 - \frac{1}{2} > 0$.

Nếu $x = 0$ thì $5^x - 10x - 2^x = 1 - 10 \cdot 0 - 1 = 0$.

Nếu $x = 1$ thì $5^x - 10x - 2^x = 5 - 10 \cdot 1 - 2 < 0$.

Nếu $x = 2$ thì $5^x - 10x - 2^x = 25 - 10 \cdot 2 - 4 > 0$.

Nếu $x \geq 3$ thì

$$\begin{aligned} 5^x &= (2+3)^x = 2^x + C_x^1 \cdot 2^{x-1} \cdot 3 + C_x^2 \cdot 2^{x-2} \cdot 3^2 + \dots \\ &= 2^x + 3x \cdot 2^{x-1} + C_x^2 \cdot 2^{x-2} \cdot 3^2 + \dots > 2^x + 12x > 2^x + 10x \end{aligned}$$

Suy ra $5^x - 10x - 2^x > 0$.

Vậy bất phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên là $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x^2 + m - 5)|$ có ít nhất 7 điểm cực trị?

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$

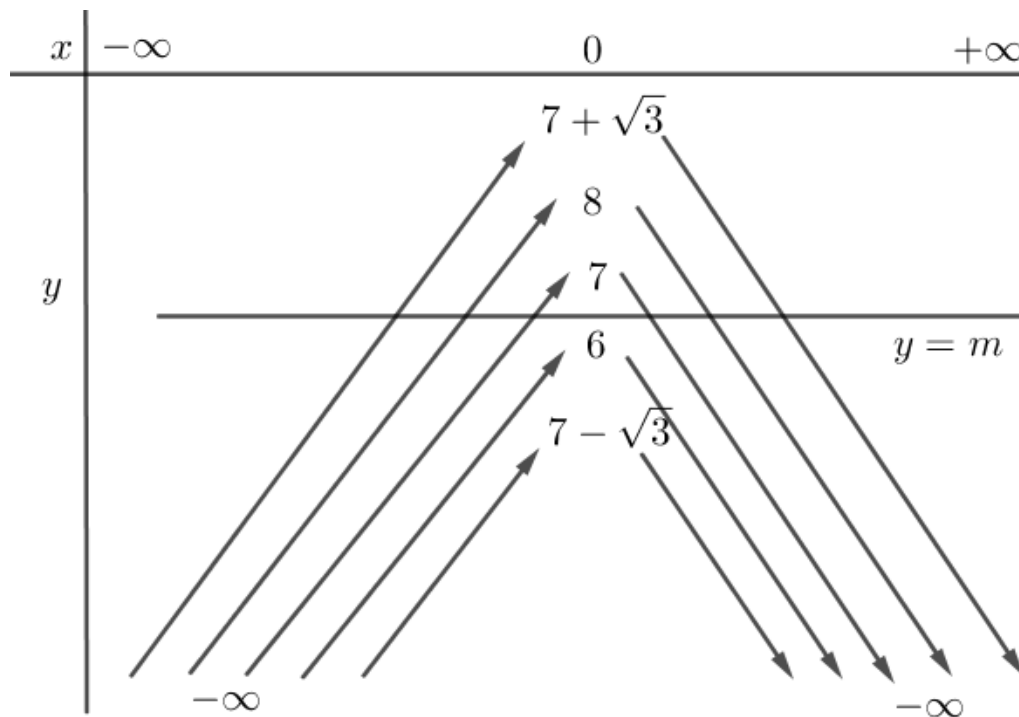
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$

Ta có: $y = |f(x^2 + m - 5)| = \sqrt{f^2(x^2 + m - 5)}$

$$\Rightarrow y' = \frac{f(x^2 + m - 5) \cdot 2x \cdot f'(x^2 + m - 5)}{|f(x^2 + m - 5)|} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x^2 + m - 5) = 0 \\ f'(x^2 + m - 5) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m - 5 = 2 + \sqrt{3} \\ x^2 + m - 5 = 2 - \sqrt{3} \\ x^2 + m - 5 = 2 \\ x^2 + m - 5 = 3 \\ x^2 + m - 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ m = -x^2 + 7 + \sqrt{3} \\ m = -x^2 + 7 - \sqrt{3} \\ m = -x^2 + 7 \\ m = -x^2 + 8 \\ m = -x^2 + 6 \end{cases}$$

Ta vẽ đồ thị các hàm trên cùng một bảng biến thiên:



Để hàm số $y = |f(x^2 + m - 5)|$ có ít nhất 7 điểm cực trị thì $y' = 0$ phải có ít nhất 7 nghiệm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m < 7$. Mà m nguyên dương nên $m = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----