ĐỀ THI THỬ
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA
ĐỀ 15
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4;-2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng

A. $\overline{z}=-4-2i$. **B.** $\overline{z}=4-2i$. **C.** $\overline{z}=4+2i$. **D.** $\overline{z}=-4+2i$.

Câu 2: Trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(2x-1)$ là

A. $y'=\frac{1}{(2x-1)\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{2}{(2x-1)\ln 10}$. **C.** $y'=\frac{2}{2x-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{2x-1}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$. **C.** $y'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$. **D.** $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{2}{3}}$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $3^x<5$ là

A. $x>\log_3 5$. **B.** $x>\log_3 3$. **C.** $x<\log_3 5$. **D.** $x<\log_3 3$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=5; u_4=40$. Giá trị u_7 bằng

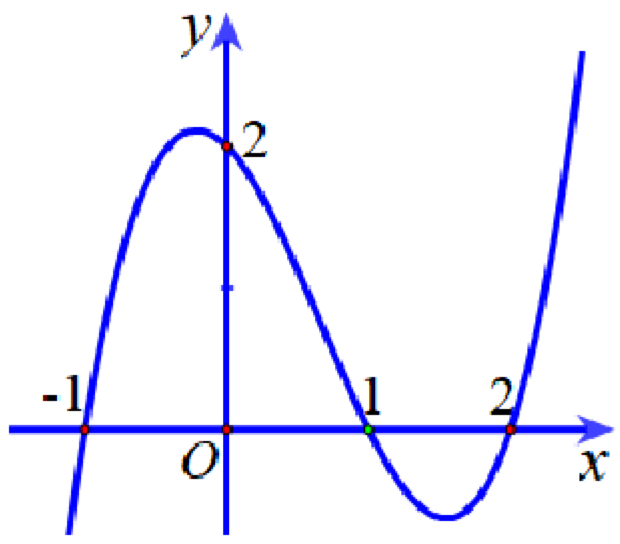
A. 210. **B.** 345 **C.** 260 **D.** 320

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



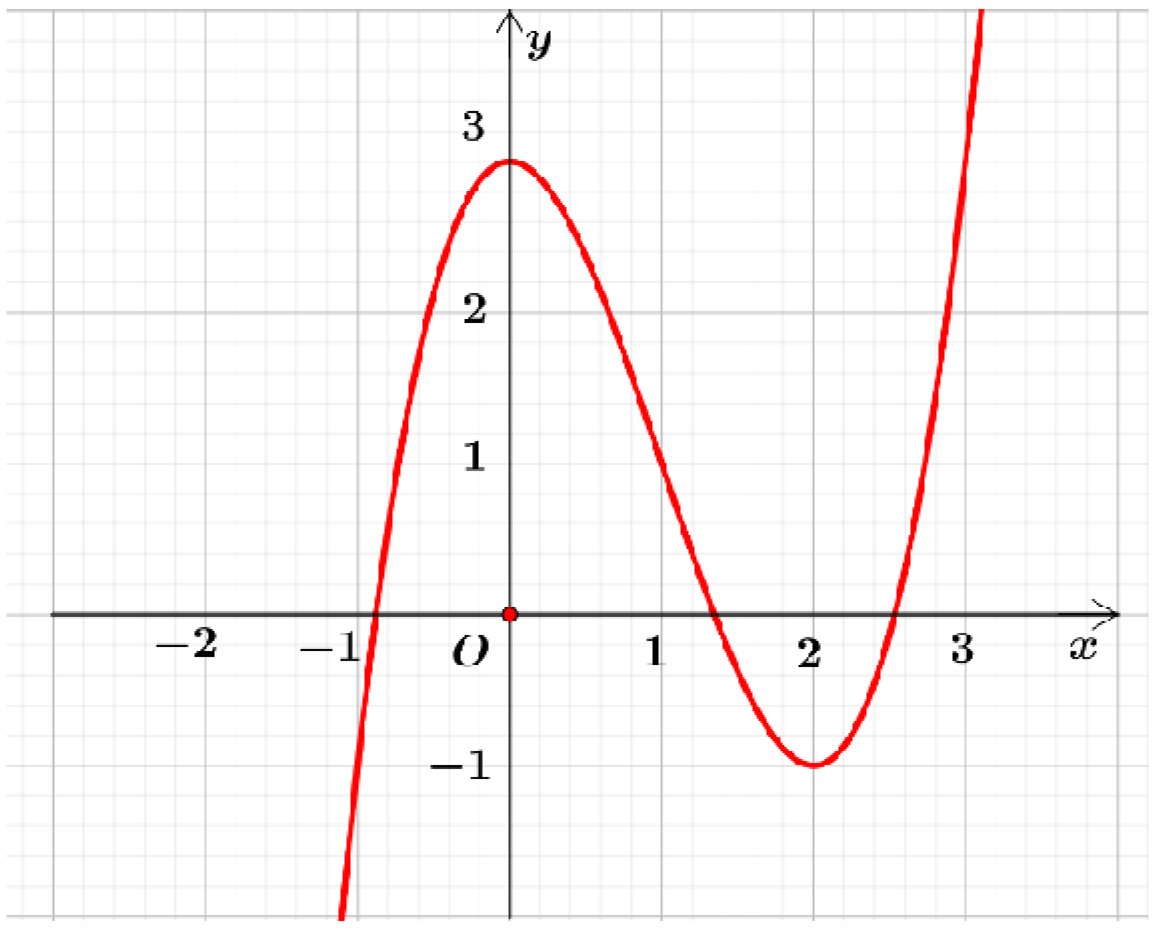
A. $(1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x=9$, $\int_4^{12} f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x=5$.

Tính $I=\int_1^{12} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=17$. **B.** $I=1$. **C.** $I=11$. **D.** $I=7$.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **D.** $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.

A. $1 < m < 2$. **B.** $m < 1$ hoặc $m > 2$. **C.** $-2 \le m \le 1$. **D.** $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Câu 11: ChoTrong hệ tọa độ $Oxyz,$ cho hai mặt phẳng $(P): \dfrac{x-2}{3} + \dfrac{y-1}{2} + \dfrac{z-4}{-6} = 1$ và $(Q): x + 2y + 3z + 7 = 0$. Tính tang góc tạo bởi hai mặt phẳng đã cho.

A. $\dfrac{3}{\sqrt{19}}$. **B.** $\dfrac{3}{5\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{5}{3\sqrt{19}}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{19}}{5}$.

Câu 12: Cho $z_1 = 2 + 4i, z_2 = 3 - 5i$. Xác định phần thực của $w = z_1 \cdot \overline{z_2}^2$

A. -120. **B.** -32. **C.** 88. **D.** -152.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

A. $V = 3a^3\sqrt{2}$ **B.** $V = a^3\sqrt{2}$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 15: Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.

Câu 16: Cho $z_1 = -7 - 2i$ và $z_2 = 3 - 5i$. Gọi $w = z_1 + z_2$, khi đó phần thực và phần ảo của w lần lượt là:

A. $-4; -7$. **B.** $-4; 3$. **C.** $-10; -7$. **D.** $4; -7$.

Câu 17: Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh $l = 6$ và bán kính đáy $r = 2$ là

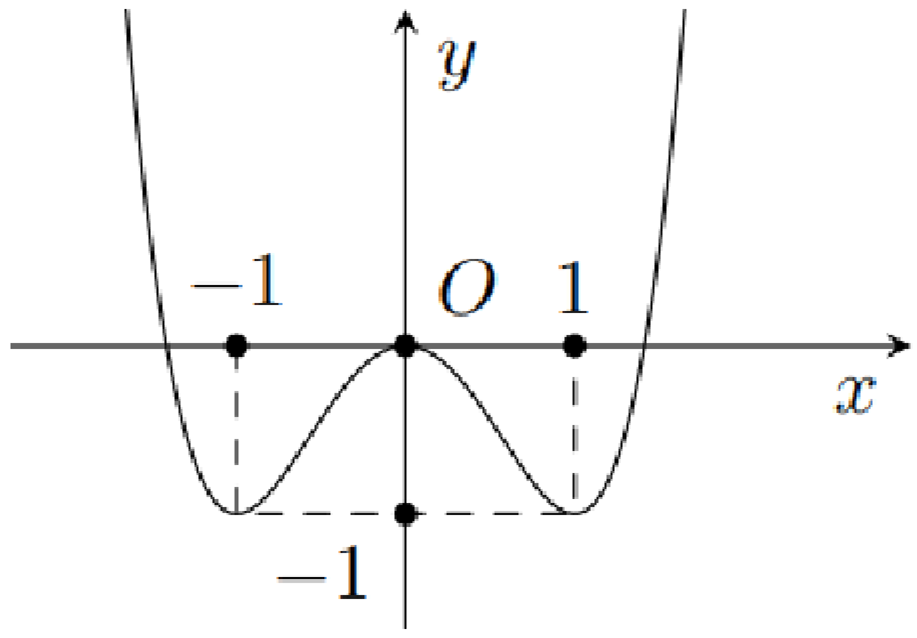
A. 24π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $P(4;2;1)$. **B.** Điểm $Q(-2;-7;10)$.

C. Điểm $N(0;-4;7)$. **D.** Điểm $M(0;-4;-7)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $M(-1;-1)$. **B.** $M(-1;0)$. **C.** $M(0;-1)$. **D.** $M(1;1)$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang là

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=-1,\ y=-2$. **C.** $x=2,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-2$.

Câu 21: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2)>\log_{0,8}(13x+8)$ là

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?

A. $C_6^2.C_5^2.C_4^2$. **B.** $A_6^2.A_5^2.A_4^2$. **C.** $C_6^2+C_5^2+C_4^2$. **D.** $A_6^2+A_5^2+A_4^2$.

Câu 23: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2[2+f(x)]dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\dfrac{13}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 24: Hàm số $F(x)=2x+\sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=2+3\cos 3x$. **B.** $f(x)=x^2-\dfrac{1}{3}\cos 3x$.

C. $f(x)=2-3\cos 3x$. **D.** $f(x)=x^2+\dfrac{1}{3}\cos 3x$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0)=1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+x$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$. **D.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 28: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\dfrac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. $2\log a-\dfrac{1}{2}\log b$. **B.** $2\log a+\dfrac{1}{2}\log b$. **C.** $\dfrac{2\ln a}{\ln\sqrt{b}}$. **D.** $2\ln a-\dfrac{1}{2}\ln b$.

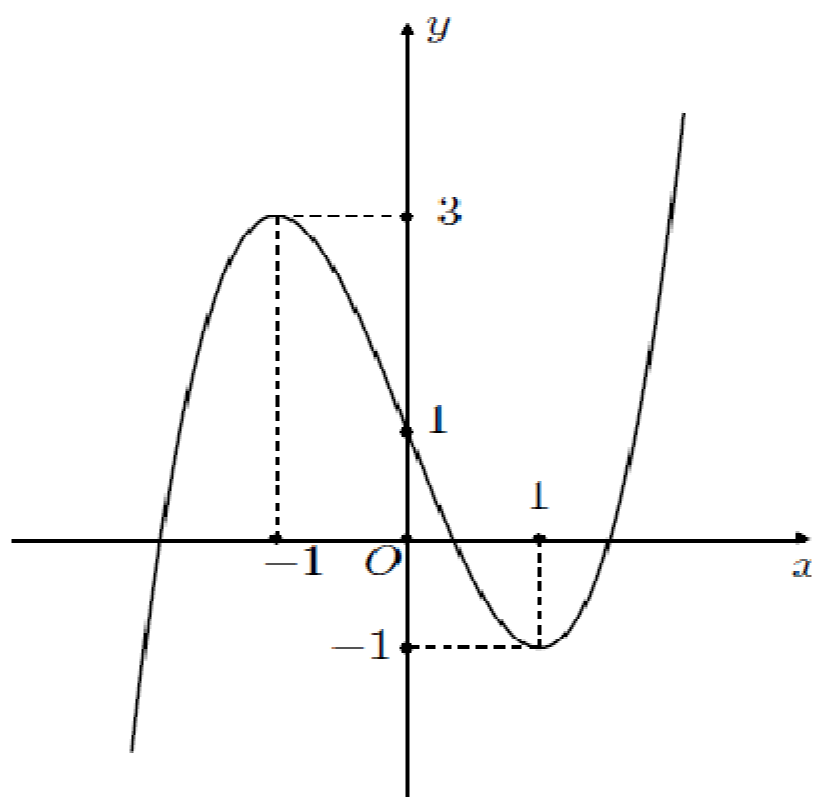
Câu 29: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3x+5$, $y=x+2$ quay quanh trục Ox là

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16}{15}$. **C.** $\dfrac{48}{5}$. **D.** $\dfrac{48\pi}{5}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC làm tam giác vuông tại B và $BC=4,\ AC=5$ và $AA'=3\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x)+3m-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<\frac{5}{3}$ **B.** $-\frac{5}{3}<m<1$ **C.** $-\frac{5}{3}\le m\le 1$ **D.** $-1\le m\le \frac{5}{3}$

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)^2$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;-5)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 33: Trong cuộc gặp mặt dặn dò khi lên đường tham dự kì thi HSG có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A1, 3 bạn đến từ lớp 12A2, 5 bạn còn lại đến từ các lớp khác nhau. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn đó vào ngồi một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau.

A. $\frac{73}{126}$. **B.** $\frac{53}{126}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{38}{63}$.

Câu 34: Số giá trị nguyên âm của tham số thực m để phương trình $(m^2+1)\log_2^2 x+4\log_2 x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1-i|=2$ là đường tròn có phương trình

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-1)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1}$, $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-5}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{5}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(2;5;4)$.	**B.** $(2;-5;-4)$.	**C.** $(2;5;-4)$.	**D.** $(-2;-5;4)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC=2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.	**B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.	**C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.	**D.** $\frac{5a\sqrt{30}}{3}$.

Câu 39: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 3.	**B.** 4.	**C.** 2.	**D.** 1.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)+G(2)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{5}{4}$.	**B.** $\frac{5}{4}$.	**C.** 5.	**D.** -5.

Câu 41: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số: $y=f(x)=\left|x^2-4x+3\right|-mx-1$ có 3 cực trị.

A. $m\in[-2;2]\setminus\{0\}$.	**B.** $m\in(-2;2)\setminus\{0\}$.	**C.** $-2<m<2$.	**D.** $-2\le m\le 2$.

Câu 42: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z+2|=\left|\frac{z+\overline{z}}{2}+4\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S=a+b^2$.

A. 5.	**B.** 4.	**C.** 3.	**D.** 2.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.	**B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.	**C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.	**D.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=2x^3+mx^2+nx+2021$ với m, n là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2022}-12$ và $e-12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng

A. 2019.	**B.** 2020.	**C.** 2021.	**D.** 2022.

Câu 45: Cho các số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-4+3i|=1$ và $|z_2-8-6i|=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5b+c=-12$.	**B.** $5b+c=4$.	**C.** $5b+c=-4$.	**D.** $5b+c=12$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;1)$; bán kính $R=4$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Hỏi trong các điểm sau điểm nào có khoảng cách đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $O(0;0;0)$. **B.** $A\left(1;\frac{3}{5};-\frac{1}{4}\right)$. **C.** $B(-1;-2;-3)$. **D.** $C(2;1;0)$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $0 < x \le 2020$ và $3^x(x+1) = 27^y y$.

A. 2020. **B.** 673. **C.** 672. **D.** 2019.

Câu 48: Cho khối nón đỉnh S, tâm mặt đáy O và có thể tích bằng $12\pi a^3$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 2a$ và góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{9\sqrt{7}}{14}a$. **B.** $\frac{18\sqrt{85}}{85}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{14}a$. **D.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}a$.

Câu 49: Cho hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=36$ và $(S'):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=81$. Gọi d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm $M(4;-1;-7)$ một khoảng lớn nhất. Gọi $E(m;n;p)$ là giao điểm của d với mặt phẳng $(P):2x-y+z-17=0$. Biểu thức $T=m+n+p$ có giá trị bằng

A. $T=81$. **B.** $T=92$. **C.** $T=79$. **D.** $T=88$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=|f(x-1)+2022|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.C	5.D	6.C	7.D	8.D	9.C	10.B
11.D	12.D	13.A	14.D	15.B	16.A	17.D	18.D	19.A	20.D
21.D	22.A	23.A	24.A	25.C	26.A	27.C	28.D	29.D	30.C
31.A	32.A	33.D	34.B	35.C	36.B	37.D	38.A	39.C	40.B
41.C	42.D	43.A	44.C	45.A	46.A	47.B	48.A	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4;-2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng

A. $\overline{z}=-4-2i$. **B.** $\overline{z}=4-2i$. **C.** $\overline{z}=4+2i$. **D.** $\overline{z}=-4+2i$.

Lời giải

Số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4;-2)$ là $z=-4-2i$. Do đó số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=-4+2i$.

Câu 2: Trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(2x-1)$ là

A. $y'=\frac{1}{(2x-1)\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{2}{(2x-1)\ln 10}$.

C. $y'=\frac{2}{2x-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{2x-1}$.

Lời giải

Trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$, ta có $y=\log(2x-1)\Rightarrow y'=\frac{(2x-1)'}{(2x-1)\ln 10}=\frac{2}{(2x-1)\ln 10}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$. **C.** $y'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$. **D.** $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Ta có $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}-1}\left(x^2+x+1\right)'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $3^x<5$ là

A. $x>\log_3 5$. **B.** $x>\log_3 3$. **C.** $x<\log_3 5$. **D.** $x<\log_3 3$.

Lời giải

Ta có $3^x<5\Leftrightarrow x<\log_3 5$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=5;u_4=40$. Giá trị u_7 bằng

A. 210. **B.** 345 **C.** 260 **D.** 320

Lời giải

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 \Rightarrow 40 = 5.q^3 \Rightarrow q = 2$

Vậy: $u_7 = u_1.q^6 = 5.2^6 = 320$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Lời giải

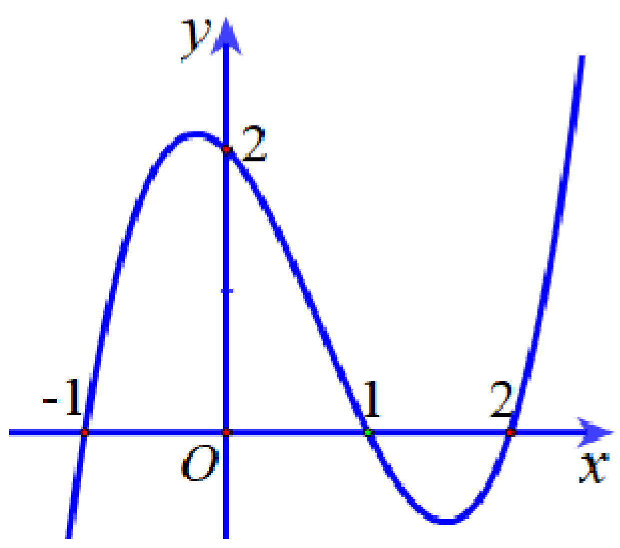
VTCP của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1)-2(y-0)-4(z-0)=0$ hay $5x-2y-4z-5=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



A. $(1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int_1^8 f(x)\,dx=9$, $\int_4^{12} f(x)\,dx=3$, $\int_4^8 f(x)\,dx=5$.

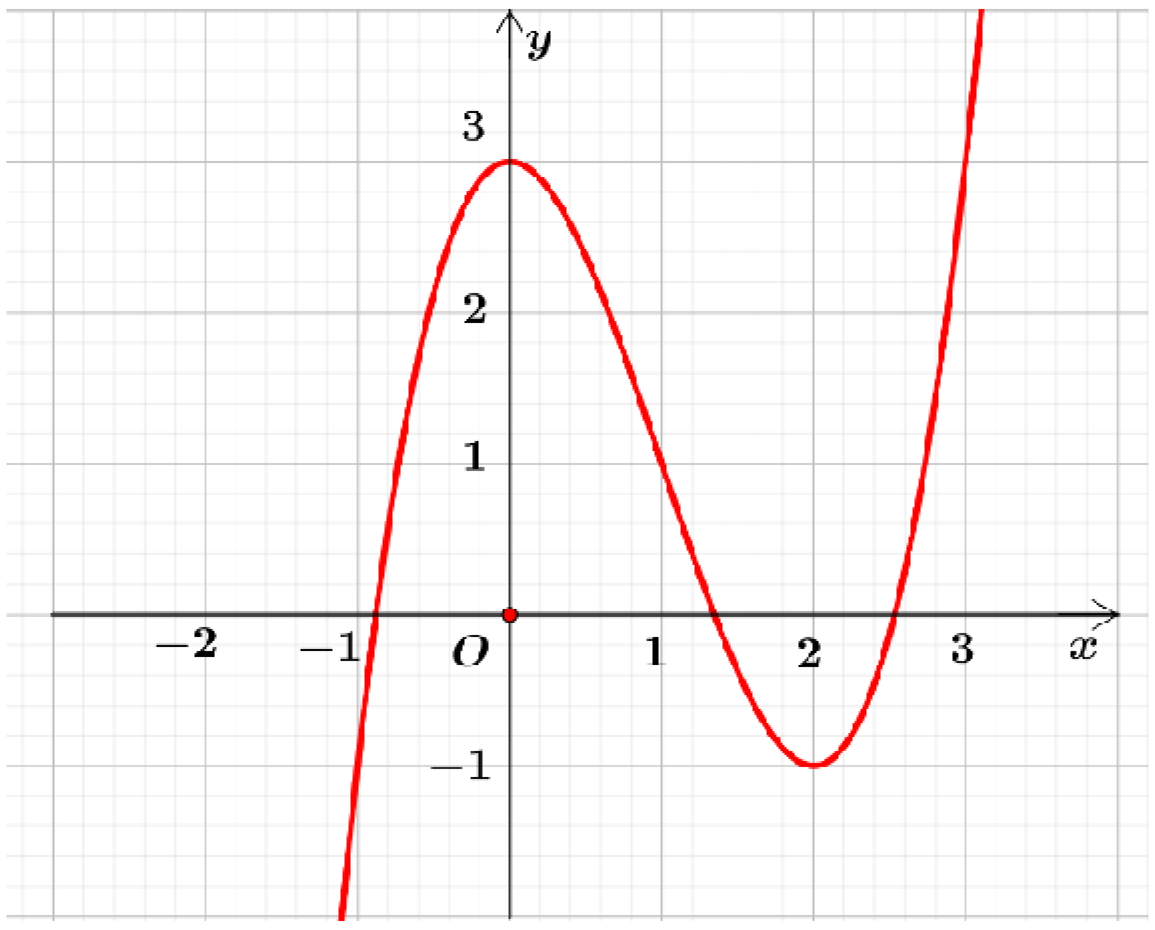
Tính $I=\int_1^{12} f(x)\,dx$.

A. $I=17$. **B.** $I=1$. **C.** $I=11$. **D.** $I=7$.

Lời giải

Ta có: $I=\int\limits_{1}^{12} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{8} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{8}^{12} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{8} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{4}^{12} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{4}^{8} f(x)\mathrm{d}x=9+3-5=7$.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+3$. **D.** $y=x^3+2x^2+3$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên loại A, B.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0; x=2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu.

A. $1<m<2$. **B.** $m<1$ hoặc $m>2$. **C.** $-2\le m\le 1$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>1$.

Lời giải

Điều kiện để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình mặt cầu là: $(m+2)^2+4m^2-19m+6>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>2$.

Câu 11: ChoTrong hệ tọa độ $Oxyz,$ cho hai mặt phẳng $(P):\dfrac{x-2}{3}+\dfrac{y-1}{2}+\dfrac{z-4}{-6}=1$ và $(Q):x+2y+3z+7=0$. Tính tang góc tạo bởi hai mặt phẳng đã cho.

A. $\dfrac{3}{\sqrt{19}}$. **B.** $\dfrac{3}{5\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{5}{3\sqrt{19}}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{19}}{5}$.

Lời giải

$(P):\dfrac{x-2}{3}+\dfrac{y-1}{2}+\dfrac{z-4}{-6}=1 \Leftrightarrow (P): 2x+3y-z-9=0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;3;-1)$

$(Q):x+2y+3z+7=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;2;3)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

$\Rightarrow 0^0\le\alpha\le 90^0$

Ta có: $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|} = \dfrac{\left|2.1+3.2+(-1).3\right|}{\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+2^2+3^2}} = \dfrac{5}{14}$

$\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \dfrac{171}{25} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{3\sqrt{19}}{5}$.

Câu 12: Cho $z_1 = 2+4i, z_2 = 3-5i$. Xác định phần thực của $w = z_1.\overline{z_2}^2$

A. -120. **B.** -32. **C.** 88. **<u>D</u>.** -152.

Lời giải

Ta có $\overline{z_2} = 3+5i \Rightarrow \overline{z_2}^2 = -16+30i \Rightarrow w = z_1.\overline{z_2}^2 = (2+4i)(-16+30i) = -152-4i$.

Vậy phần thực của w là -152.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

<u>A</u>. $V = 3a^3\sqrt{2}$ **B.** $V = a^3\sqrt{2}$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

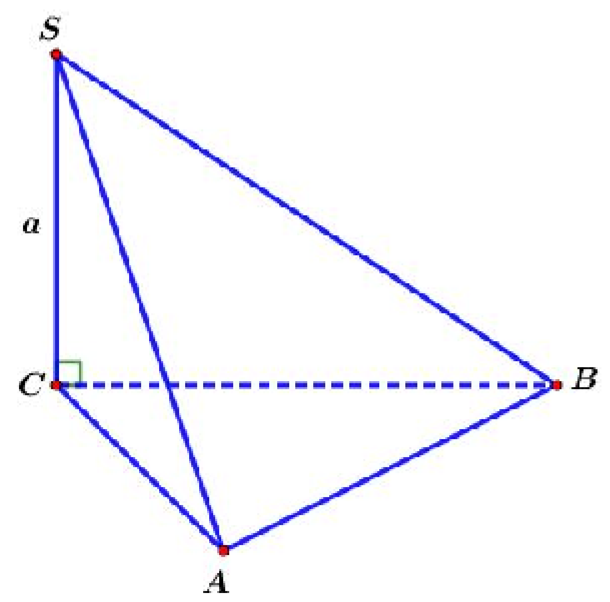
Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **<u>D</u>.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải



$S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 15: Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$.

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=4$. **<u>B</u>.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

Lời giải

Vì mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là

$$R=d\left(I,(P)\right)=\frac{\left|1-2(-2)+2.0+1\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2.$$

Vậy ta có phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$

Câu 16: Cho $z_1=-7-2i$ và $z_2=3-5i$. Gọi $w=z_1+z_2$, khi đó phần thực và phần ảo của w lần lượt là:

A. $-4;-7$. **B.** $-4;3$. **C.** $-10;-7$. **D.** $4;-7$.

Lời giải

Ta có $w=z_1+z_2=-4-7i$

Do đó phần thực bằng -4; phần ảo bằng -7.

Câu 17: Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh $l=6$ và bán kính đáy $r=2$ là

A. 24π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Lời giải

Ta có $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.2.6=12\pi$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

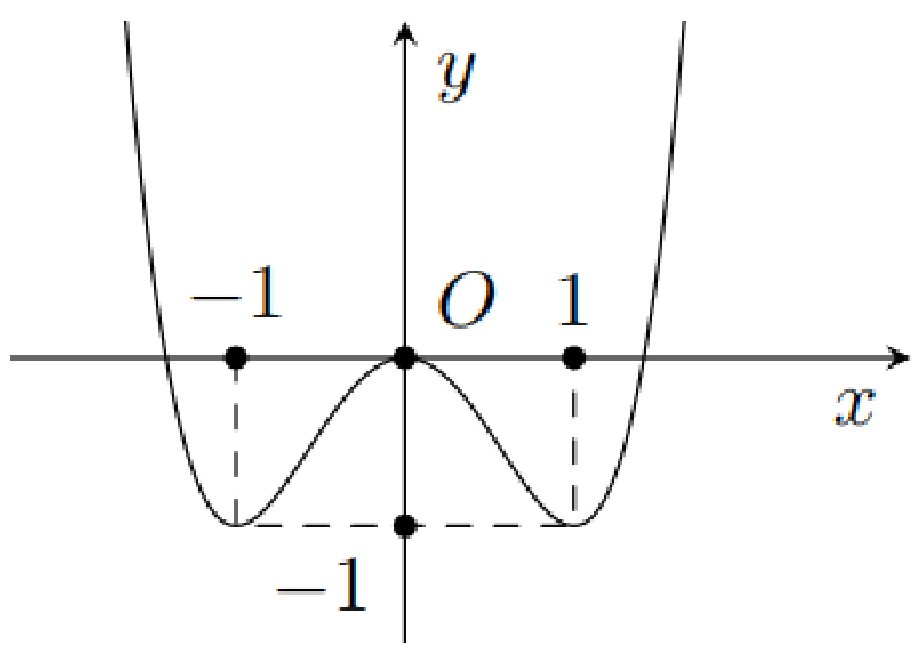
A. Điểm $P(4;2;1)$. **B.** Điểm $Q(-2;-7;10)$.

C. Điểm $N(0;-4;7)$. **D.** Điểm $M(0;-4;-7)$.

Lời giải

Với $t=-1$, ta có $\begin{cases}x=0\\y=-4\\z=-7\end{cases}$.Vậy đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm $M(0;-4;-7)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $M(-1;-1)$. **B.** $M(-1;0)$. **C.** $M(0;-1)$. **D.** $M(1;1)$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $M\left(-1;-1\right)$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang là

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=-1,\ y=-2$. **C.** $x=2,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to \pm\infty} y=-2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1,\ y=-2$

Câu 21: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}\left(15x+2\right)>\log_{0,8}\left(13x+8\right)$ là

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện $x>-\dfrac{2}{15}$.

Khi đó, $\log_{0,8}\left(15x+2\right)>\log_{0,8}\left(13x+8\right)\Leftrightarrow 15x+2<13x+8\Leftrightarrow 2x<6\Leftrightarrow x<3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $T=\left(-\dfrac{2}{15};3\right)\Rightarrow x\in\left\{0;1;2\right\}$.

Câu 22: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?

A. $C_6^2.C_5^2.C_4^2$. **B.** $A_6^2.A_5^2.A_4^2$. **C.** $C_6^2+C_5^2+C_4^2$. **D.** $A_6^2+A_5^2+A_4^2$.

Lời giải.

Chọn A

❖ Chọn 2 học sinh khối 12 có C_6^2 cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 11 có C_5^2 cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 10 có C_4^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $C_6^2.C_5^2.C_4^2$ cách chọn thỏa yêu cầu.

Câu 23: Biết $F\left(x\right)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2\left[2+f\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\dfrac{13}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2\left[2+f\left(x\right)\right]dx=\left(2x+x^2\right)\Big|_1^2=8-3=5$

Câu 24: Hàm số $F\left(x\right)=2x+\sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=2+3\cos 3x$. **B.** $f(x)=x^2-\frac{1}{3}\cos 3x$.

C. $f(x)=2-3\cos 3x$. **D.** $f(x)=x^2+\frac{1}{3}\cos 3x$.

Lời giải

Ta có: $f(x)=F'(x)=(2x+\sin 3x)'=2+3\cos 3x$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0)=1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}+\cos x+x$.

C. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2$. **D.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+2$.

Lời giải

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, ta có:

$$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2+\sin x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+C.$$

Mà $F(0)=1\Rightarrow C-1=1\Leftrightarrow C=2$.

Vậy $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 5.

Câu 28: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. $2\log a-\frac{1}{2}\log b$. **B.** $2\log a+\frac{1}{2}\log b$. **C.** $\frac{2\ln a}{\ln\sqrt{b}}$. **D.** $2\ln a-\frac{1}{2}\ln b$.

Lời giải

Ta có $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)=\ln a^2-\ln\sqrt{b}=2\ln a-\frac{1}{2}\ln b$.

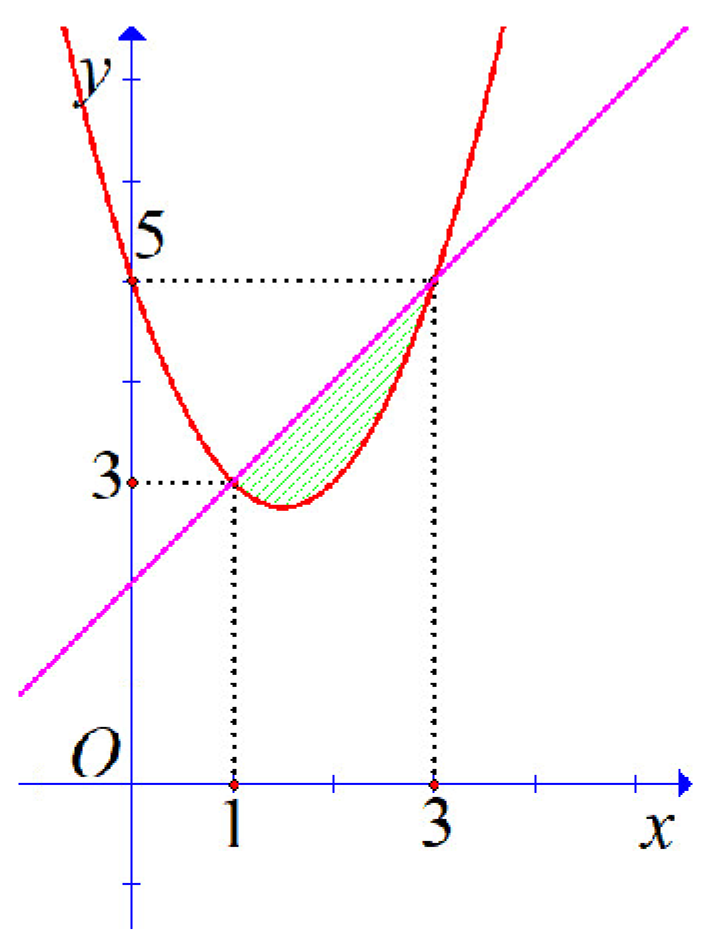
Câu 29: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3x+5$, $y=x+2$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{48}{5}$. **D.** $\frac{48\pi}{5}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là nghiệm của phương trình

$x^2-3x+5=x+2\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.



Nhìn vào đồ thị ta có thể tích tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3x+5$, $y=x+2$ quay quanh trục Ox là: $V=\pi\int_1^3\left|\left(x^2-3x+5\right)^2-\left(x+2\right)^2\right|dx$

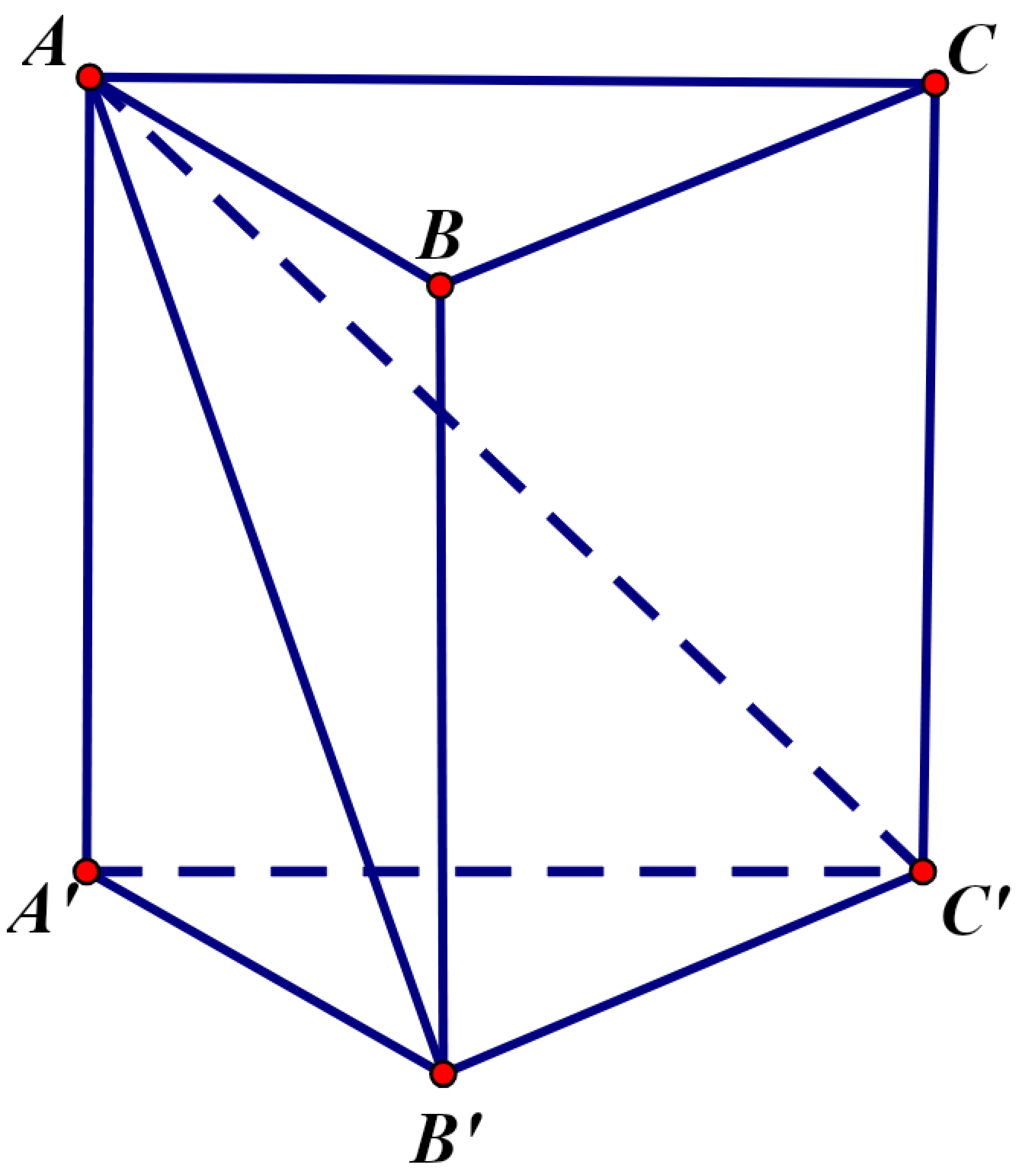
$$= \pi \int_1^3 \left[(x+2)^2 - (x^2-3x+5)^2 \right] dx = \pi \int_1^3 \left[(x^2+4x+4) - (x^4+9x^2+25-6x^3+10x^2-30x) \right] dx$$

$$= \pi \int_1^3 (-x^4+6x^3-18x^2+34x-21) dx = \pi \left(\frac{-x^5}{5} + \frac{3x^4}{2} - 6x^3 + 17x^2 - 21x \right) \Bigg|_1^3 = \frac{48\pi}{5}.$$

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC làm tam giác vuông tại B và $BC = 4,\ AC = 5$ và $AA' = 3\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

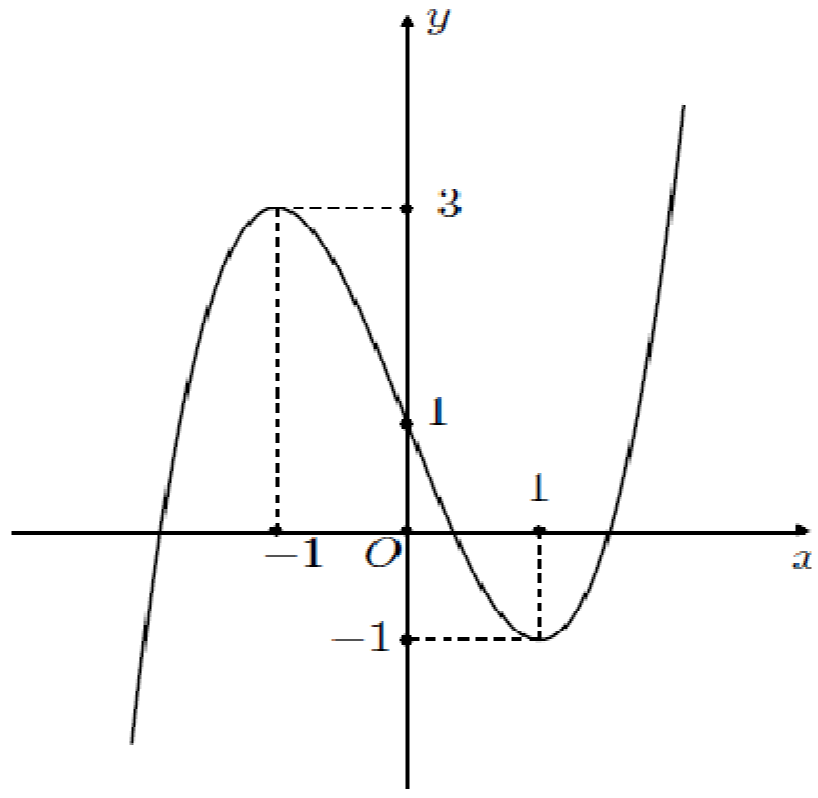


Ta có $(ABB'A') \perp (A'B'C'),\ B'C' \perp A'B' \Rightarrow B'C' \perp (ABB'A')$. Do đó

góc $((AB'C'),(A'B'C')) = \widehat{AB'A'} = \alpha$.

Khi đó ta có $\tan\alpha = \dfrac{AA'}{A'B'} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{A'C'^2 - B'C'^2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x)+3m-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<\dfrac{5}{3}$ **B.** $-\dfrac{5}{3}<m<1$ **C.** $-\dfrac{5}{3}\le m\le 1$ **D.** $-1\le m\le\dfrac{5}{3}$

Lời giải

Ta có: $2f(x)+3m-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-3m+3}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow -1<\dfrac{-3m+3}{2}<3 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{5}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)^2$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;-5)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+5)(x+1)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;2)$.

Câu 33: Trong cuộc gặp mặt dặn dò khi lên đường tham dự kì thi HSG có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A1, 3 bạn đến từ lớp 12A2, 5 bạn còn lại đến từ các lớp khác nhau. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn đó vào ngồi một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau.

A. $\dfrac{73}{126}$. **B.** $\dfrac{53}{126}$. **C.** $\dfrac{5}{9}$. **D.** $\dfrac{38}{63}$.

Lời giải

Xếp 10 bạn học sinh trong đội tuyển thi HSG vào một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau là $10! \Rightarrow n(\Omega) = 10!$.

+) A : "Không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau".

+) $\overline{A}$: "Có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau".

+) A_1:" Học sinh lớp 12A1 ngồi đối diện nhau".

+) A_2 : "Học sinh lớp 12A2 ngồi đối diện nhau".

+) $A_1 \cap A_2$: " Học sinh 12A1 ngồi đối diện và học sinh 12A2 ngồi đối diện".

$\Rightarrow \overline{A} = A_1 \cup A_2 \Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = n\left(A_1\right) + n\left(A_2\right) - n\left(A_1 \cap A_2\right)$.

$n\left(A_1\right) = C_5^1.2!.8!,\ n\left(A_2\right) = C_5^1.A_3^2.8!,\ \ n\left(A_1 \cap A_2\right) = A_5^2.A_3^2.2!6!$

Vậy $n\left(\overline{A}\right) = 1440000$.

Xác suất để các bạn cùng lớp ngồi đối diện nhau là: $P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{1440000}{10!} = \dfrac{25}{63}$.

Vậy xác suất để các bạn cùng lớp không ngồi đối diện nhau là: $P\left(A\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{38}{63}$.

Câu 34: Số giá trị nguyên âm của tham số thực m để phương trình $\left(m^2+1\right)\log_2^2 x + 4\log_2 x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Đặt $t = \log_2 x \Rightarrow t \in (-\infty;0)$.

Khi đó bài toán trở thành

tìm m để phương trình $\left(m^2+1\right)t^2 + 4t - m = 0(*)$ có nghiệm thuộc $(-\infty;0)$.

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 4 + m\left(m^2+1\right) = m^3 + m + 4 \ge 0$

Khi đó ta có được: $\begin{cases} t_1 + t_2 = \dfrac{-4}{m^2+1} < 0 \\ t_1 t_2 = \dfrac{-m}{m^2+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow t_1 \le t_2 < 0$.

Vậy phương trình luôn có nghiệm thuộc $(-\infty;0)$ với tham số m thỏa

$m^3 + m + 4 \ge 0$ Mà $\begin{cases} m < 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = -1$.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1-i|=2$ là đường tròn có phương trình

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$.
B. $(x+1)^2+(y-1)^2=4$.
C. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$.
D. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

Lời giải

Gọi $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$, khi đó $|\overline{z}+1-i|=2\Leftrightarrow|x-yi+1-i|=2\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+1)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có phương trình $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$, $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ có một véctơ chỉ phương: $\vec{u_1}=(2;-1;1)$.

Gọi giao điểm của đường thẳng $\Delta\cap d_2=\{M\}\Rightarrow M(1-t;1+2t;-1+t)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(-t;2t-1;t-4)$.

Vì $\Delta\perp d_1\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\perp\vec{u_1}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u_1}=0\Leftrightarrow-2t-(2t-1)+(t-4)=0\Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=(1;-3;-5)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(1;-3;-5)$ là một véctơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(2;5;4)$. **B.** $(2;-5;-4)$. **C.** $(2;5;-4)$. **D.** $(-2;-5;4)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của $M(2;-5;4)$ lên mặt phẳng (Oyz), ta có $H(0;-5;4)$.

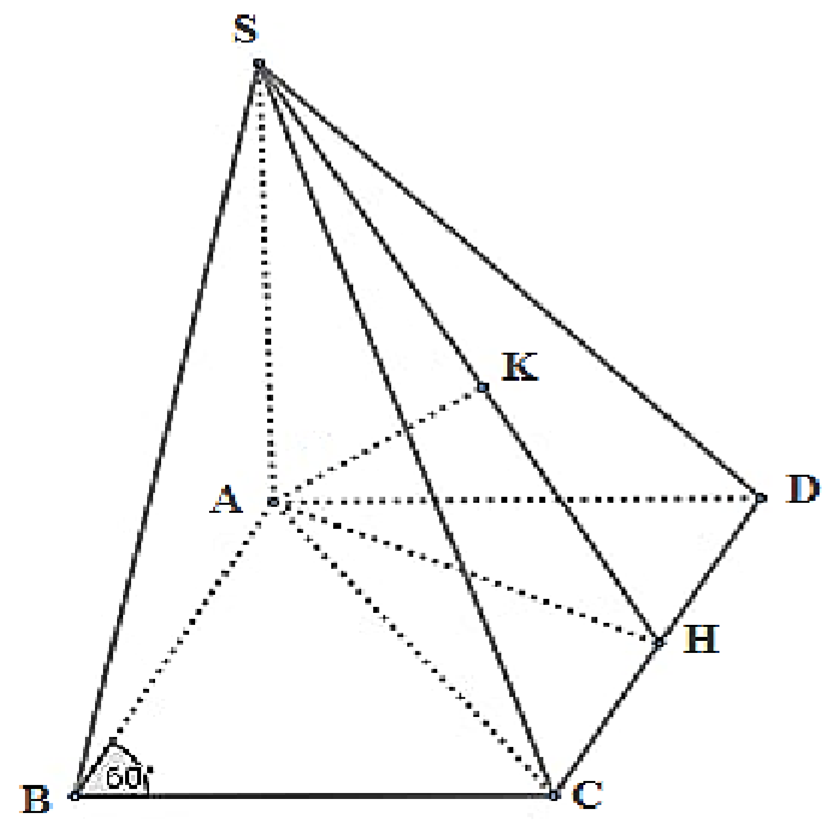
Vì M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) nên H là trung điểm MM'. Khi đó

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = -5 \Rightarrow M'(-2;-5;4) \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 4 \end{cases}$$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{30}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC,\ \Delta ACD$ là các tam giác đều cạnh a.

Xét ΔSAC vuông tại A có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Vì $AB \,//\, CD$ nên $AB \,//\, (SCD)$. Do đó $d\left(B,(SCD)\right) = d\left(A,(SCD)\right)$.

Kẻ $AH \perp CD\ (H \in CD)$. Suy ra H là trung điểm của cạnh CD, $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $AK \perp SH\ (K \in SH)\ (1)$.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAH) \Rightarrow CD \perp AK \quad (2)$.

Từ và suy ra: $AK \perp (SCD) \Rightarrow d\left(A,(SCD)\right) = AK$.

Xét ΔSAH vuông ở A: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $d\left(B,(SCD)\right) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 39: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2 - x + 4} + 1\right) + 2\log_5\left(x^2 - x + 5\right) < 3$ là $(a;b)$. Khi đó tổng $a + 2b$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)$.

$\Rightarrow$

$$f'(x)=(2x-1)\left(\frac{1}{2\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)\sqrt{x^2-x+4}\ln 3}+\frac{2}{\left(x^2-x+5\right)\ln 5}\right)$$

Dễ đánh giá $g(x)=\dfrac{1}{2\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)\sqrt{x^2-x+4}\ln 3}+\dfrac{2}{\left(x^2-x+5\right)\ln 5}>0$ $\forall x\in\mathbb{R}$,

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5

Có $f(0)=f(1)=3$ và dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)<3\Leftrightarrow x\in(0;1)$

Vậy $a=0;b=1$; suy ra $a+2b=2$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)+G(2)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int\limits_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $G(x)=F(x)+C\Rightarrow\begin{cases}G(2)=F(2)+C\\G(0)=F(0)+C\end{cases}$

$$\begin{cases}F(2)+G(2)=8\\F(0)+G(0)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2F(2)+C=8\\2F(0)+C=-2\end{cases}\Leftrightarrow F(2)-F(0)=5.$$

Vậy: $\int\limits_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right)\mathrm{d}x=8\int\limits_0^{2} f(t)dt=8\left(F(2)-F(0)\right)=40.$

Câu 41: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số: $y=f(x)=\left|x^2-4x+3\right|-mx-1$ có 3 cực trị.

A. $m\in[-2;2]\setminus\{0\}$. **B.** $m\in(-2;2)\setminus\{0\}$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Lời giải

+ Tập xác định $D=R$.

+ $y=f(x)=\begin{cases} x^2-(m+4)x+2 & khi\ x\in(-\infty;1]\cup[3;+\infty) \\ -x^2-(m-4)x-4 & khi\ x\in(1;3) \end{cases}$.

+ $y'=\begin{cases} 2x-(m+4) & khi\ x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty) \\ -2x-(m-4) & khi\ x\in(1;3) \end{cases}$.

+ y' không xác định $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

+ Ta có: $2x-(m+4)=0 \Leftrightarrow x=\frac{m+4}{2}=a$ và $-2x-(m-4)=0 \Leftrightarrow x=\frac{-m+4}{2}=b$.

+ **TH1**: $m<-2$ thì $a<1$ và $b>3$.

x	$-\infty$		a		1		3		b		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	$\Vert$		$+$		

Hàm số chỉ có 1 cực trị.

+ **TH2**: $m=-2$ thì $a=1$ và $b=3$.

Hàm số có không quá 2 cực trị.

+ **TH3**: $-2<m<2$ thì $1<a<3$ và $1<b<3$.

x	$-\infty$		1		b		3		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Hàm số có 3 cực trị.

+ **TH4**: $m=2$ thì $a=3$ và $b=1$.

Hàm số có không quá 2 cực trị.

+ **TH5**: $m>2$ thì $a>3$ và $b<1$.

x	$-\infty$	b		1		3		a		$+\infty$
y'		$-$		$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Hàm số chỉ có 1 cực trị.

+ Vậy với: $-2<m<2$ thì hàm số: $y=f(x)=\left|x^2-4x+3\right|-mx-1$ có 3 cực trị.

Câu 42: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z+2|=\left|\frac{z+\overline{z}}{2}+4\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S=a+b^2$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$|z+2| = \left|\dfrac{z+\overline{z}}{2}+4\right| \Leftrightarrow |a+bi+2| = |a+4| \Leftrightarrow (a+2)^2+b^2 = (a+4)^2 \Leftrightarrow b^2 = 4a+12$.

$|z| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{a^2+4a+12} = \sqrt{(a+2)^2+8} \geq \sqrt{8}$.

Dấu "=" xảy ra khi $(a+2)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -2$.

Do đó $|z|$ nhỏ nhất khi $a = -2$.

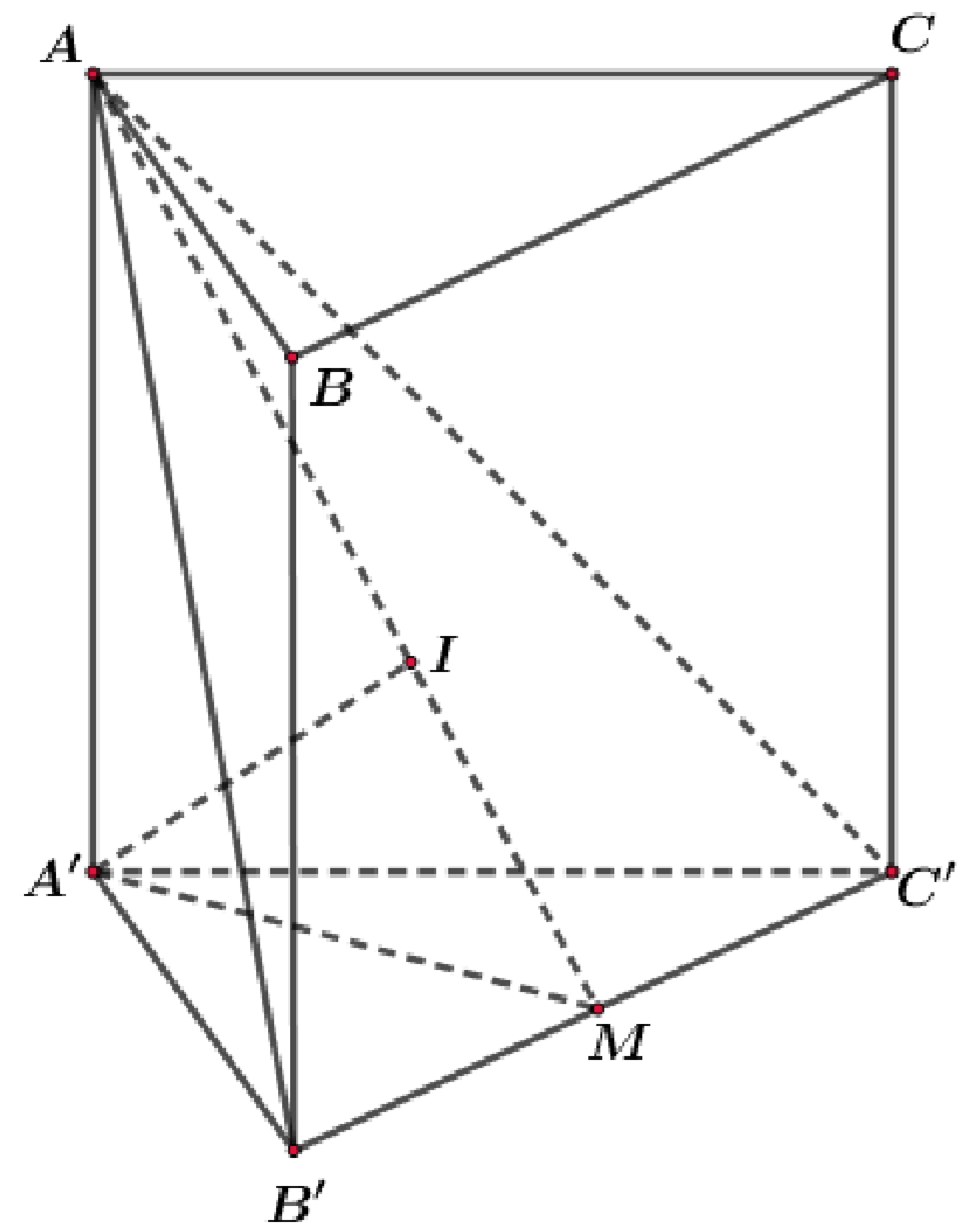
$a = -2 \Rightarrow b^2 = 4$.

Vậy $S = a + b^2 = -2 + 4 = 2$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $B'C'$ và I là hình chiếu của A' lên AM. Khi đó ta có

$$\begin{cases} B'C' \perp A'M \\ B'C' \perp A'A \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (A'MA) \Rightarrow B'C' \perp A'I$$

Mà $AM \perp A'I$ (2)

Từ và suy ra $A'I \perp (AB'C') \Rightarrow d(A', (AB'C')) = A'I = a$.

Xét tam giác vuông $AA'M: \dfrac{1}{A'I^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{A'M^2} \Rightarrow AA' = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 2021$ với m, n là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2022} - 12$ và $e - 12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y = 1$ bằng

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 2mx + n$, $f''(x) = 12x + 2m$, $f^{(3)}(x) = 12$.

Suy ra $g(x) = 2x^3 + (m+6)x^2 + (n+2m+12)x + 2021 + n + 2m$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2(m+6)x + n + 2m + 12 = 0$.

Vì hàm số $g(x)$ có hai giá trị cực trị nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	$g(x_1)$	$\searrow$	$g(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đây suy ra $g(x_1) = e^{2022} - 12$ và $g(x_2) = e - 12$.

Mặt khác $\begin{cases} g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) \\ g'(x) = f'(x) + f''(x) + f^{(3)}(x) = f'(x) + f''(x) + 12 \end{cases}$.

$\Rightarrow g(x) - g'(x) = f(x) - 12 \Leftrightarrow g'(x) = g(x) - f(x) + 12$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$1 = \frac{f(x)}{g(x)+12} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) - f(x) + 12 = 0 \\ g(x) \neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) = 0 \\ g(x) \neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \end{array}\right.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y = 1$ bằng

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left|1 - \frac{f(x)}{g(x)+12}\right| \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} \left|\frac{g(x) - f(x) + 12}{g(x)+12}\right| \mathrm{d}x = \left|\int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+12} \mathrm{d}x\right| = \left|\ln\left|g(x)+12\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$

$$= \left|\ln\left|g(x_2)+12\right| - \ln\left|g(x_1)+12\right|\right| = \left|1 - 2022\right| = 2021.$$

Câu 45: Cho các số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-4+3i|=1$ và $|z_2-8-6i|=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5b+c=-12$. **B.** $5b+c=4$. **C.** $5b+c=-4$. **D.** $5b+c=12$.

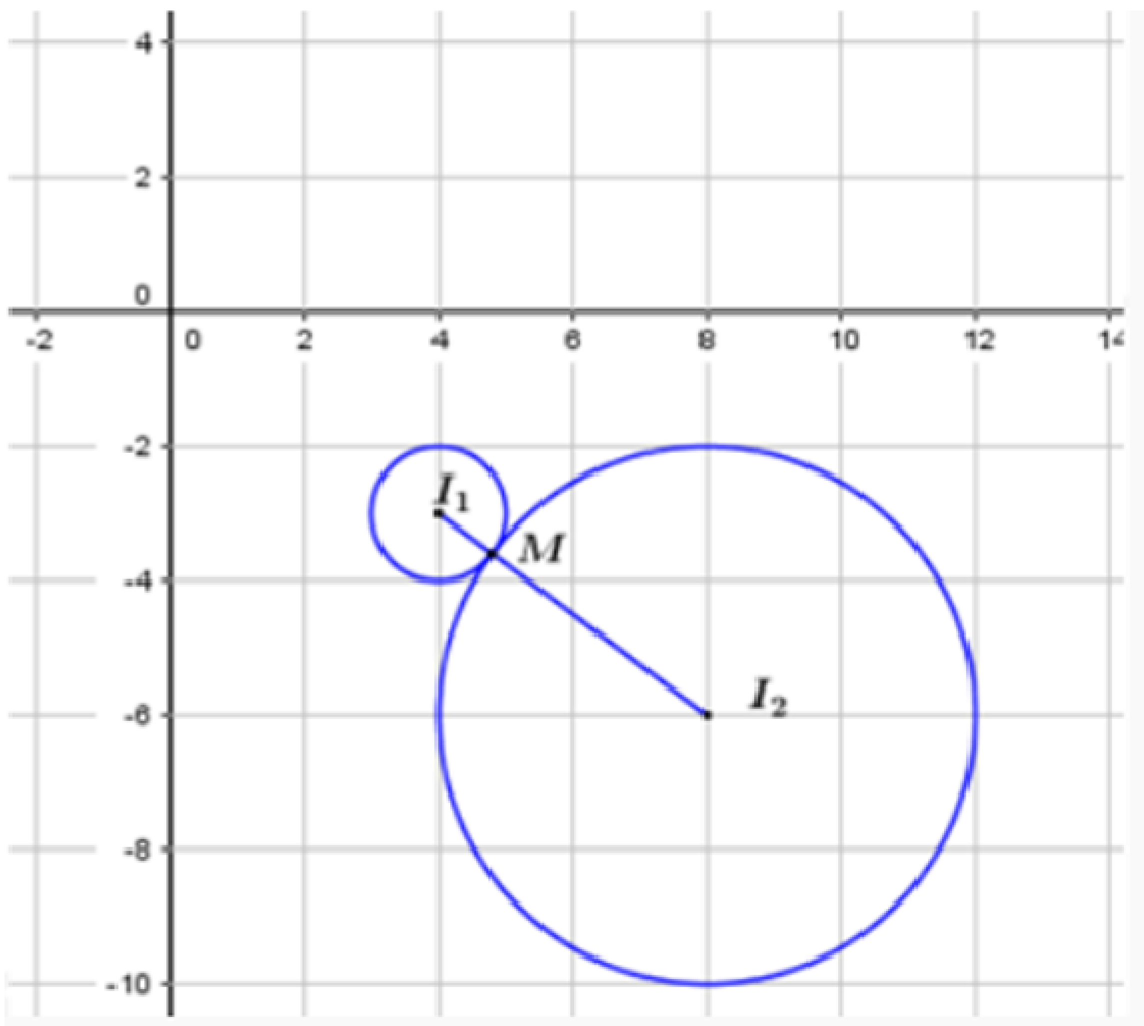
Lời giải

Vì z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+bz+c=0$ nên $z_1=\overline{z_2}$

Khi đó ta có $|z_2-8-6i|=4 \Leftrightarrow |\overline{z_1}-8-6i|=4 \Leftrightarrow |z_1-8+6i|=4.$

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1.

$\Rightarrow M$ vừa thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(4;-3)$, bán kính $R_1=1$ và đường tròn (C_2) tâm $I_1(8;-6)$, bán kính $R_1=4$ $\Rightarrow m\in(C_1)\cap(C_2)$.



Ta có $I_1I_2=\sqrt{4^2+3^2}=5=R_1+R_2 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) tiếp xúc ngoài.

Do đó có duy nhất 1 điểm M thỏa mãn, tọa độ điểm M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^2+y^2-8x+6y+24=0 \\ x^2+y^2-16x+12y+84=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{24}{5} \\ y=-\dfrac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{24}{5};-\frac{18}{5}\right) \Rightarrow z_1=\frac{24}{5}-\frac{18}{5}i$$

là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0 \Rightarrow z_2=\dfrac{24}{5}+\dfrac{18}{5}i$ cũng là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$.

Áp dụng định lí Vi ét ta có $z_1+z_2=-b=\dfrac{48}{5} \Rightarrow b=-\dfrac{48}{5};\ z_1.z_2=c=36$

Vậy $5b+c=-48+36=-12$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;1)$; bán kính $R=4$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Hỏi trong các điểm sau điểm nào có khoảng cách đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $O(0;0;0)$. **B.** $A\left(1;\frac{3}{5};-\frac{1}{4}\right)$. **C.** $B(-1;-2;-3)$. **D.** $C(2;1;0)$.

Lời giải

Gọi $H(2t;1-2t;-1-t)$ là hình chiếu của I lên đường thẳng d.

Ta có: $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_d}=0 \Rightarrow 2(2t-1)-2(3-2t)-(-2-t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{3} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$.

Vì $IH=\sqrt{10}<4=R \Rightarrow d$ cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm phân biệt.

Mặt phẳng (Q) bất kì chứa d luôn cắt (S) theo một đường tròn bán kính r.

Khi đó $r^2=R^2-d^2(I,(Q)) \geq R^2-d^2(I,d)=16-10=6$.

Do vậy mặt phẳng (P) chứa d cắt mặt cầu theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I,(P))=d(I,d)$ hay mặt phẳng (P) đi qua H nhận $\overrightarrow{IH}=\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};-\frac{8}{3}\right)$ làm vectơ pháp tuyến, do đó (P) có phương trình $x+5y-8z-13=0$.

Khi đó điểm $O(0;0;0)$ có khoảng cách đến (P) lớn nhất.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $0<x\leq 2020$ và $3^x(x+1)=27^y y$.

A. 2020. **B.** 673. **C.** 672. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^x.(x+1)=27^y.y \Leftrightarrow \log_3\left[3^x.(x+1)\right]=\log_3\left(27^y.y\right)$

$\Leftrightarrow x+\log_3(x+1)=3y+\log_3 y \Leftrightarrow (x+1)+\log_3(x+1)=3y+\log_3 y+\log_3 3$

$\Leftrightarrow (x+1)+\log_3(x+1)=3y+\log_3(3y)$.

Xét hàm số $f(t)=t+\log_3 t$, với $t\in(1;2021]$.

$f'(t)=1+\frac{1}{t\ln 3}>0$, $\forall t\in(1;2021]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0;2021)$.

Mà $\Leftrightarrow f(x+1)=f(3y) \Leftrightarrow x+1=3y \Leftrightarrow x=3y-1$.

Vì $0<x\leq 2020 \Leftrightarrow 0<3y-1\leq 2020 \Leftrightarrow 1<3y\leq 2021 \Leftrightarrow \frac{1}{3}<y\leq\frac{2021}{3}$.

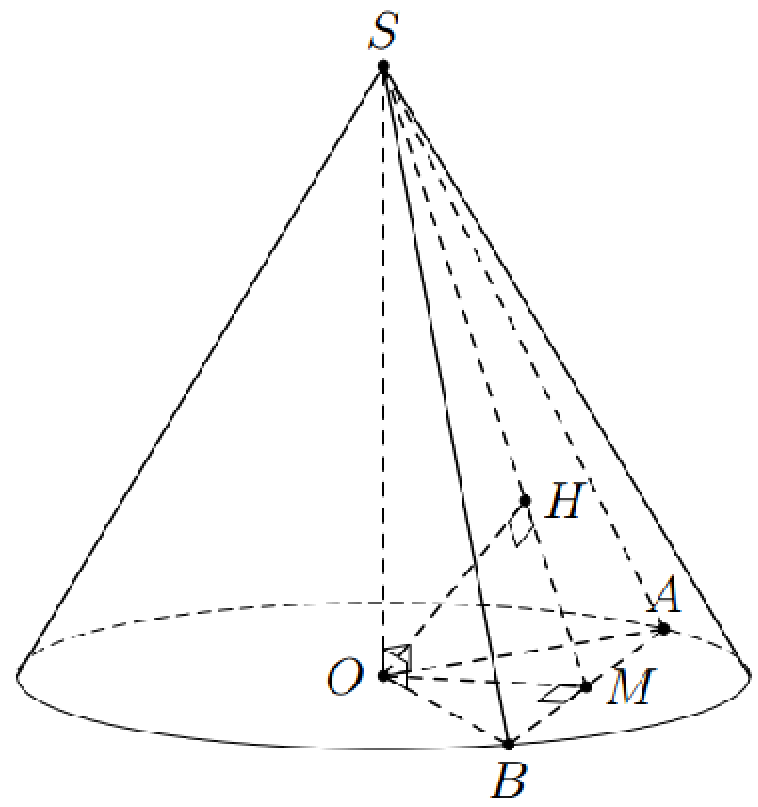
Do $y\in ¢^+ \Rightarrow y\in\{1;2;3;...;673\}$. Ứng với mỗi giá trị y cho ta một x nguyên dương.

Vậy có 673 cặp $(x;y)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho khối nón đỉnh S, tâm mặt đáy O và có thể tích bằng $12\pi a^3$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 2a$ và góc $\widehat{AOB} = 60°$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{7}}{14}a$. **B.** $\dfrac{18\sqrt{85}}{85}a$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{14}a$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}a$.

Lời giải



Vì tam giác OAB đều nên bán kính đường tròn đáy $r = AB = 2a$.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi(2a)^2 h = 12a^3\pi \Leftrightarrow h = 9a.$$

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $AB \perp (SOM)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên SM. Suy ra $OH \perp (SAB)$ hay $d(O,(SAB)) = OH$.

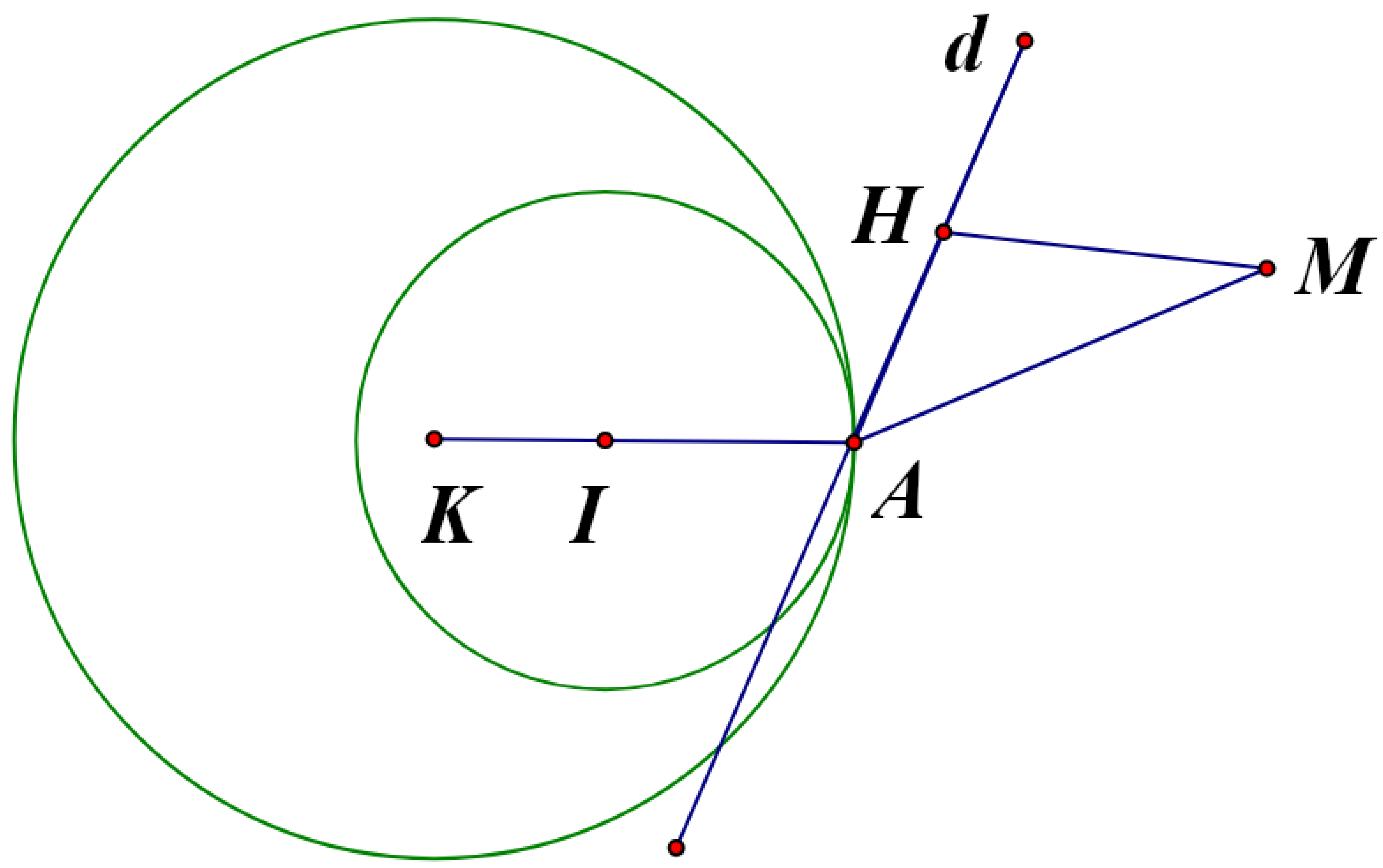
Ta có $OM = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2a.\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Suy ra $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OM^2} + \dfrac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} + \dfrac{1}{(9a)^2} \Leftrightarrow OH = \dfrac{9\sqrt{7}}{14}a$.

Câu 49: Cho hai mặt cầu $(S):(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 36$ và $(S'):(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 81$. Gọi d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm $M(4;-1;-7)$ một khoảng lớn nhất. Gọi $E(m;n;p)$ là giao điểm của d với mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 17 = 0$. Biểu thức $T = m + n + p$ có giá trị bằng

A. $T = 81$. **B.** $T = 92$. **C.** $T = 79$. **D.** $T = 88$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;3)$ và có bán kính $R=6$.

Mặt cầu (S') có tâm $K(-1;1;1)$ và có bán kính $R'=9$.

Lại có $\overrightarrow{KI}=(2;-1;2)\Rightarrow KI=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=3\Rightarrow KI=R'-R$ suy ra hai mặt cầu tiếp xúc trong tại điểm $A(a;b;c)$, mà $KA=R'=9=3KI\Rightarrow \overrightarrow{KA}=3\overrightarrow{KI}\Rightarrow \begin{cases}a+1=6\\ b-1=-3\\ c-1=6\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}a=5\\ b=-2\\ c=7\end{cases}$.

Do đó $A(5;-2;7)$. Vì d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên nên d đi qua A và vuông góc với KI. Kẻ $MH\perp d\Rightarrow MH\le MA$, nên MH lớn nhất khi và chỉ khi H trùng A.

Khi đó d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với KI và AM suy ra d có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{KI},\overrightarrow{AM}\right]$. Ta có $\overrightarrow{AM}=(-1;1;-14)\Rightarrow \vec{u}=(12;26;1)$.

Nên phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=5+12t\\ y=-2+26t\\ z=7+t\end{cases}$.

Vì $E=d\cap(P)$ suy ra $E(5+12t;-2+26t;7+t)$, Vì $E\in(P)$ suy ra $2(5+12t)-(-2+26t)+(7+t)-17=0\Leftrightarrow t=2$ suy ra $E(29;50;9)$.

Mà $E(m;n;p)$ suy ra $\begin{cases}m=29\\ n=50\\ p=9\end{cases}$. Vậy $T=88$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=|f(x-1)+2022|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

Lời giải

Đặt $h\left(x\right)=f\left(x-1\right)+2022$.

Ta có $y=\left|f\left(x-1\right)+2022\right|$ nghịch biến trên $\left(-\infty;2\right)$ thì

$$\begin{cases} f\left(x-1\right)+2022\le 0 \\ h'\left(x\right)\ge 0 \end{cases} \forall x\in\left(-\infty;2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(1\right)+2022\le 0 \\ h'\left(x-1\right)\ge 0 \end{cases} \forall x\in\left(-\infty;2\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\le \dfrac{10044}{5}\ (1) \\ h'\left(x-1\right)\ge 0\ \forall x\in\left(-\infty;2\right)\ (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le \dfrac{10044}{5}\ (1) \\ \left(x-1\right)^4-2\left(x-1\right)+m-1\ge 0\ \forall x\in\left(-\infty;2\right)\ (2) \end{cases}$$

Đặt $t=x-1,\ t\in\left(-\infty;1\right)$, khi đó ta có

$\left(2\right)\Leftrightarrow t^4-2t+m-1\ge 0\ \forall\ t\in\left(-\infty;1\right)$

$\Leftrightarrow -t^4+2t+1\le m\ \forall\ t\in\left(-\infty;1\right)$

Đặt $g(t)=-t^4+2t+11\Rightarrow g'(t)=-4t^3+2$.

Xét $g'(t)=0\Leftrightarrow -4t^3+2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Nên $\Leftrightarrow f\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\le m\Leftrightarrow m\ge \dfrac{3}{3\sqrt[3]{2}}+1$

Từ và suy ra $\dfrac{3}{3\sqrt[3]{2}}+1\le m\le \dfrac{10044}{5}$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2007 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---------- **HẾT** ----------