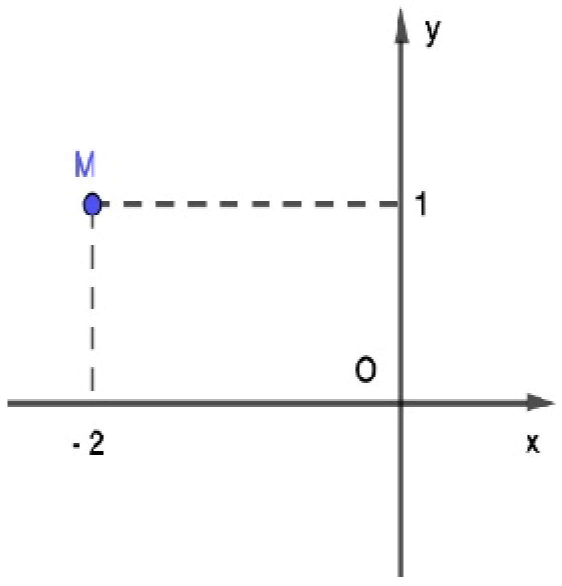
ĐỀ THI THỬ
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA
ĐỀ 11
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn số phức



A. $z=-2+i.$ **B.** $z=-2+i$ **C.** $z=-2+i.$ **D.** $z=-2+i.$

Câu 2: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$.

A. $y'=x\pi^{x-1}\ln\pi$. **B.** $y'=\pi^x\ln\pi$. **C.** $y'=\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **D.** $y'=x\pi^{x-1}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=(2x+1)^{-\frac{1}{3}}$ trên tập xác định là.

A. $-\dfrac{1}{3}(2x+1)^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $2(2x+1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x+1)$. **C.** $(2x+1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x+1)$. **D.** $-\dfrac{2}{3}(2x+1)^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x}<64$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

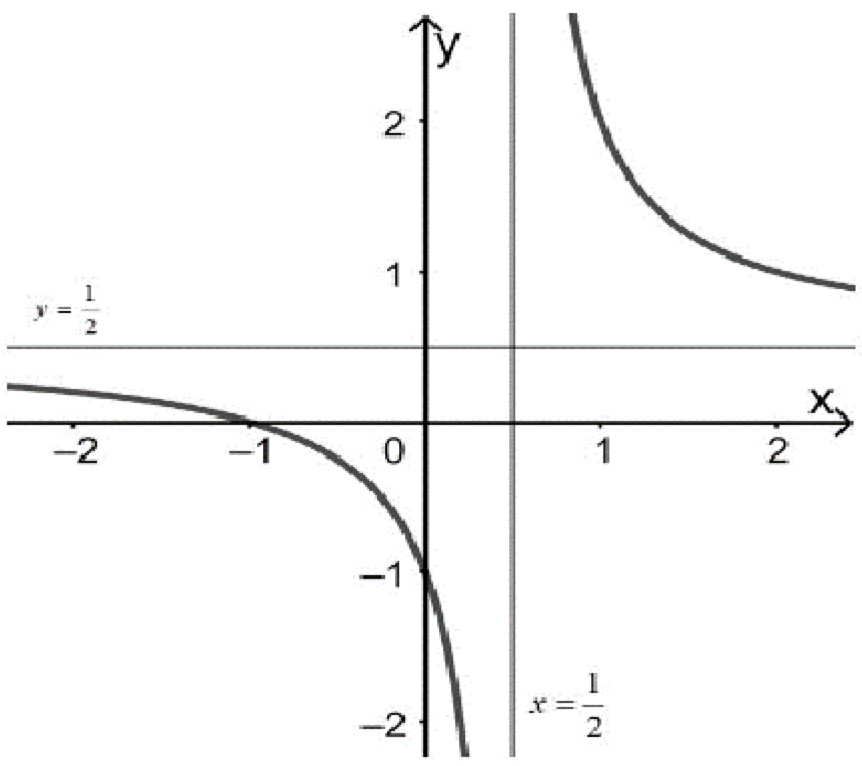
Câu 5: Biết ba số $x^2;8;x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x=4$ **B.** $x=5$ **C.** $x=2$ **D.** $x=1$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là điểm nào trong các điểm sau

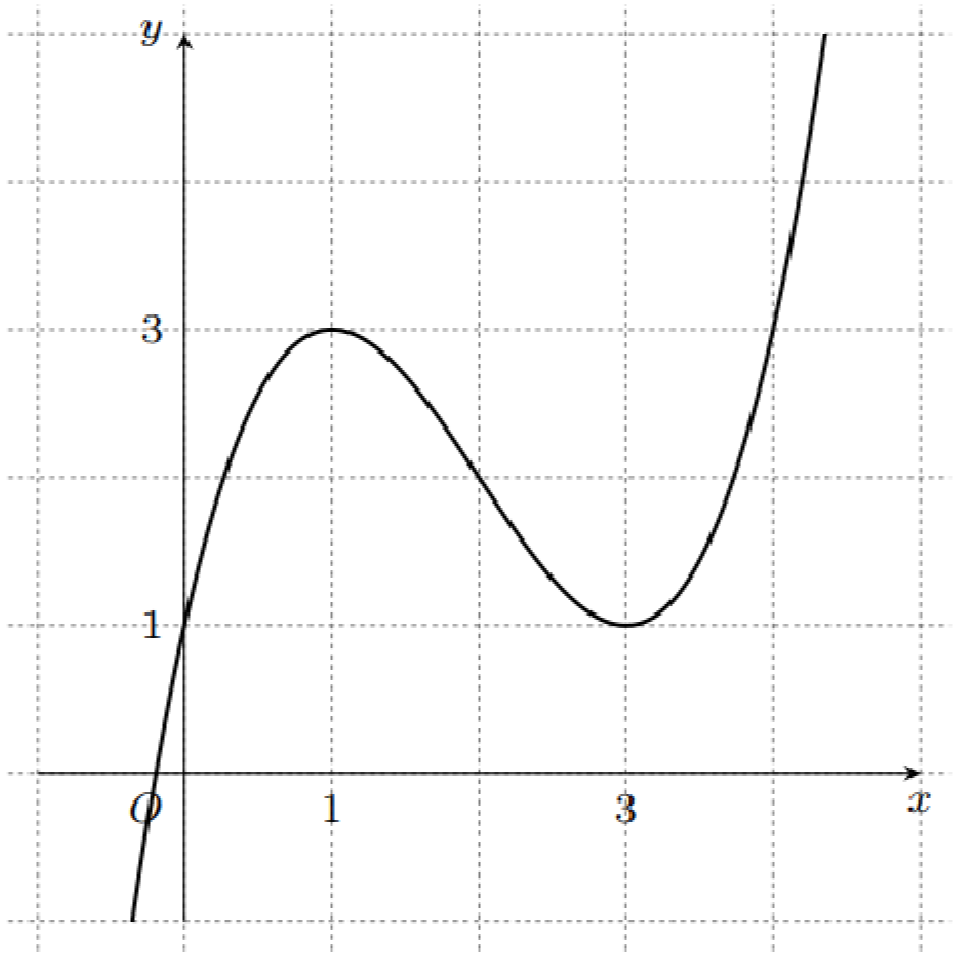


A. $(0;-2)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 8: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng?

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=-\frac{1}{2}x^3+3x^2+\frac{9}{2}x+1$. **D.** $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x+1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{15}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và đường thẳng $d_2: \frac{x}{-4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{5}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Câu 12: Cho 2 số phức $z_1=m+i$ và $z_2=m+(m+2)i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để z_1z_2 là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a, AB=3a, AC=5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

A. $5a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $15a^3$.

Câu 14: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-10=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) có tâm I và cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π.

A. $R=\sqrt{5}$. **B.** $R=34$. **C.** $R=5$. **D.** $R=\sqrt{34}$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 17: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng 3 và thể tích của khối nón được giới hạn bởi (N) bằng 16π. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 12π. **B.** 20π. **C.** 24π. **D.** 10π.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$. Điểm nào trong các điểm sau đây **không** nằm trên d?

A. $Q(5;1;6)$. **B.** $M(3;2;-3)$. **C.** $N(3;2;3)$. **D.** $P(1;3;0)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(2;5)$. **B.** $(5;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{mx-1}$ **không** có tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 22: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh?

A. A_8^3. **B.** 3^8. **C.** 8^3. **D.** C_8^3.

Câu 23: Nếu $F(x)=x^3-7x+2e^x+C$ (C là hằng số) thì $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{7x^2}{2}+e^{2x}$.

B. $f(x)=3x^2-7+2xe^x$.

C. $f(x)=3x^2-7+2e^x$.

D. $f(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{7x^2}{2}+2e^x$.

Câu 24: Cho $\int_0^1\left(x^2-2x-3f(x)\right)\mathrm{d}x=1$. Tính $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{-1}{3}$. **B.** $\dfrac{-5}{3}$. **C.** $\dfrac{-1}{9}$. **D.** $\dfrac{-5}{9}$.

Câu 25: Cho hàm số $f\left(x\right)=2^{x}+3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

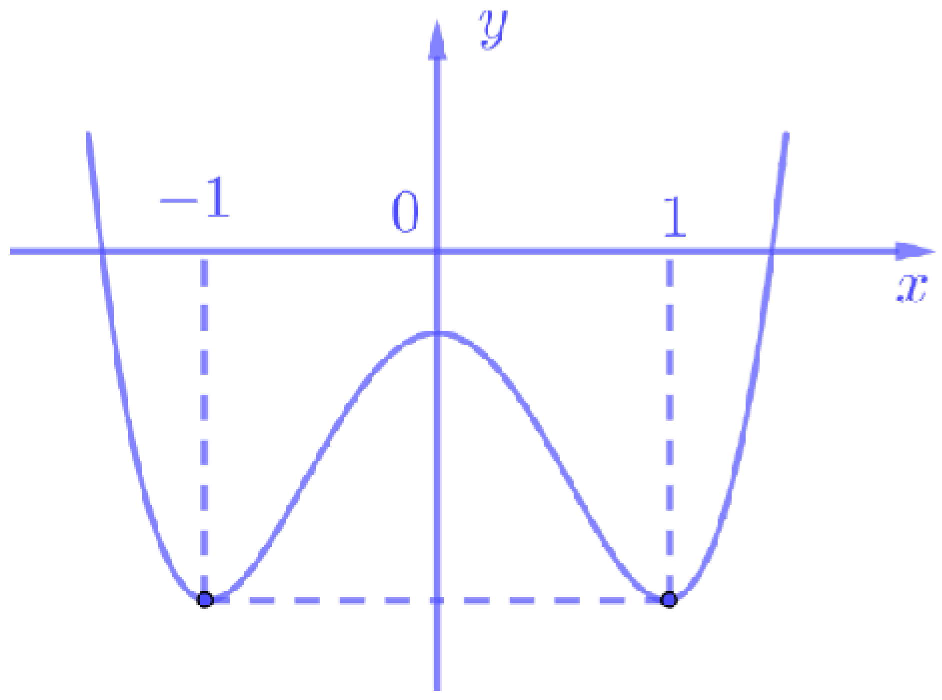
A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2^{x-3}+C$.

B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2^{x}\ln 2+3x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{2^{x}}{\ln 2}+3+C$.

D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{2^{x}}{\ln 2}+3x+C$.

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(1;+\infty\right)$.

B. $\left(-1;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;-1\right)$.

D. $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

A. -2.

B. 4.

C. 3.

D. -1.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(8a\right)$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$.

B. $3\log_2 a$.

C. $\left(\log_2 a\right)^3$.

D. $3+\log_2 a$.

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3$ và $y=2x^2$ là:

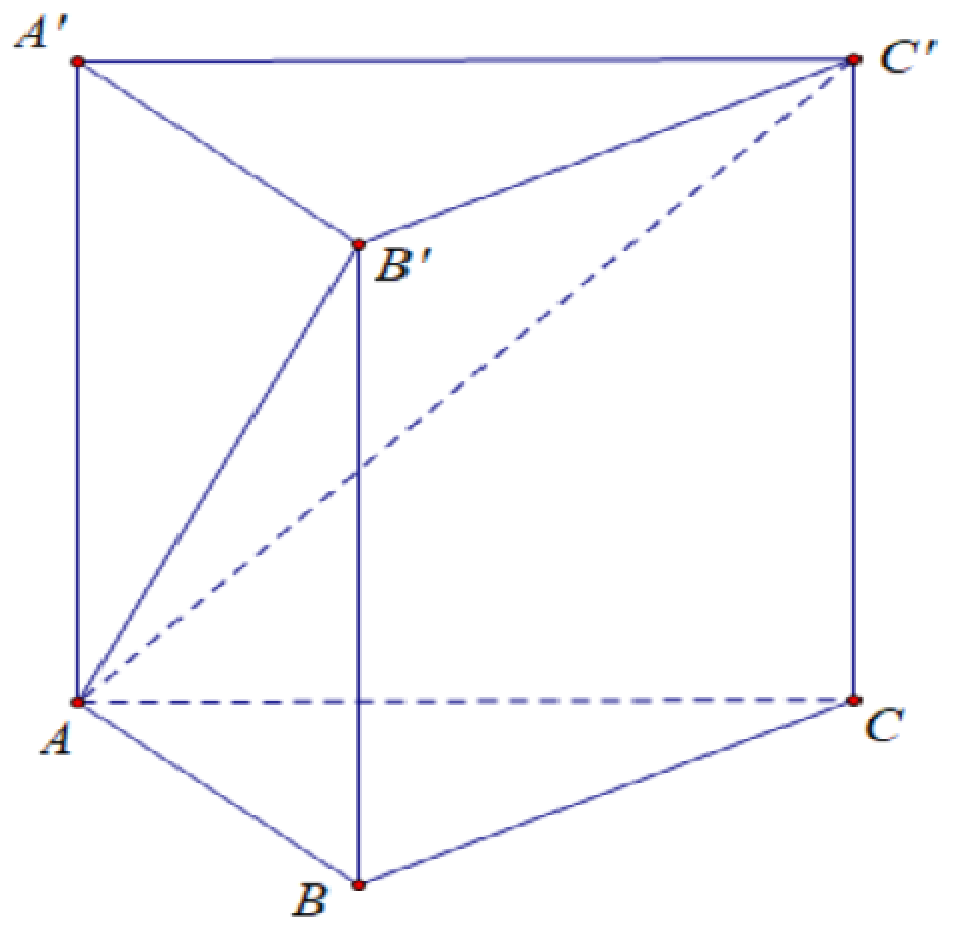
A. $\dfrac{1}{3}\pi$.

B. $\dfrac{3}{2}\pi$.

C. $\dfrac{256\pi}{35}$.

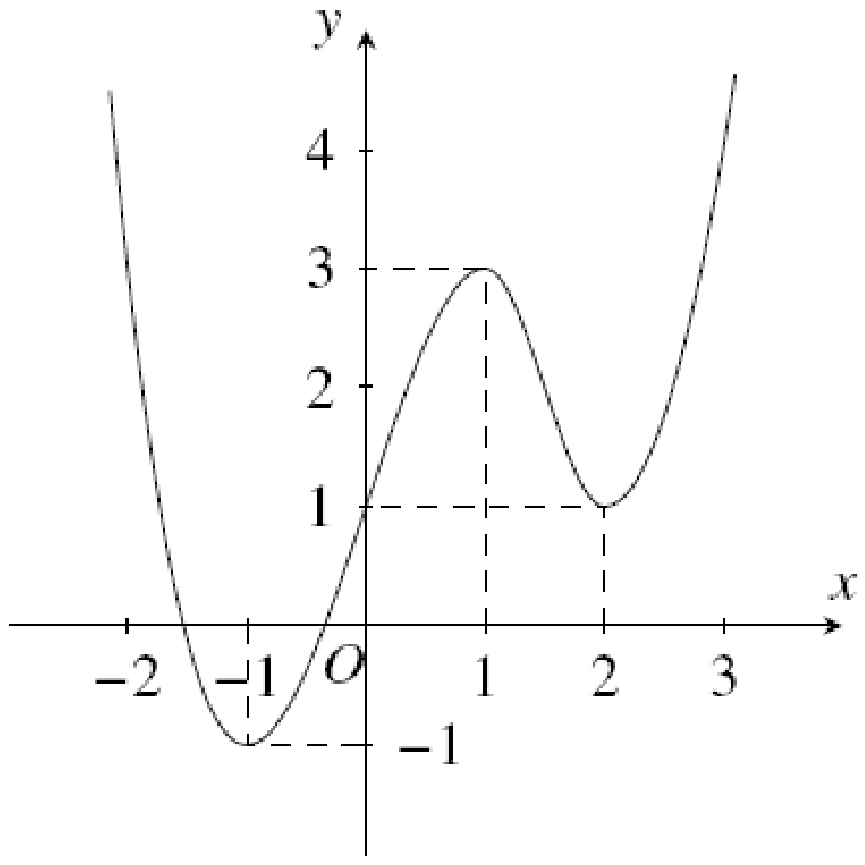
D. $\dfrac{32}{15}\pi$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a. Tính số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ và $\left(ABC\right)$?



A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** $26^0 33'$.

Câu 31: Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x+4)^2$. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-5;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 33: Cho một đa giác đều có 36 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân.

A. $\frac{7}{85}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{52}{595}$. **D.** $\frac{48}{595}$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m\log_9 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x\in[1;9]$.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|5z|=|(4+3i)z-25|$ là đường thẳng có phương trình:

A. $8x-6y-25=0$. **B.** $8x-6y+25=0$. **C.** $8x+6y+25=0$. **D.** $8x-6y=0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $M(1;3;3)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=3-t \end{cases}$. Điểm M_1 đối xứng với M qua đường thẳng Δ có tọa độ là:

A. $M_1(-1;-2;2)$. **B.** $M_1\left(0;\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$. **C.** $M_1(1;1;2)$. **D.** $M_1(-1;1;2)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SMC).

A. $d=a\sqrt{3}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=\frac{a}{2}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(2-\log_2(2^x+1)-\log_3(4^x+2)\right)\left[\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\right]\ge 0$?

A. 8. **B.** Vô số. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$ thoả $f(x)+2=\frac{3}{2}\int_{-1}^{1}(x+t)f(t)\,\mathrm{d}t, \forall x\in[-1;1]$. Tính $I=\int_{-1}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x$?

A. $I=4$. **B.** $I=3$. **C.** $I=2$. **D.** $I=1$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\left|-x^2-mx+m^2+4\right|-3mx+19$ có 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

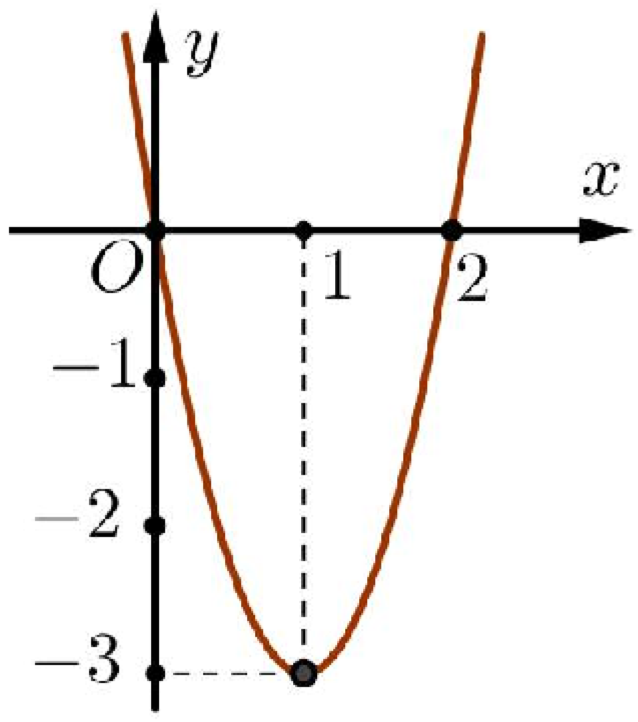
Câu 42: Giả sử $z_1;z_2$ là hai trong số các số phức z thoả mãn $(z-6)(8-i.\bar{z})$ là một số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $5-\sqrt{21}$. **B.** $20-4\sqrt{21}$. **C.** $-5+\sqrt{73}$. **D.** $20-2\sqrt{73}$.

Câu 43: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $V=2a^3$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 44: Cho $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a\ne 0)$ là hàm số nhận giá trị không âm trên đoạn $[2;3]$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của các hàm số $g(x)=xf^2(x)$; $h(x)=-x^2f(x)f'(x)$ và các đường thẳng $x=2; x=3$ bằng 72. Tính $f(1)$.



A. $f(1)=2$.
B. $f(1)=-1$.
C. $f(1)=1$.
D. $f(1)=\frac{-62}{5}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2+2mz+1=0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+3|=|z_2+3|$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x+2y)=\log_2(x^2+y^2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** vô số.

Câu 48: Cho hình nón tròn xoay đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2a$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P), biết thể tích khối nón là $V=a^3\pi\sqrt{3}$.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M,N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=|x^5+2x^4-mx^2+3x-20|$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

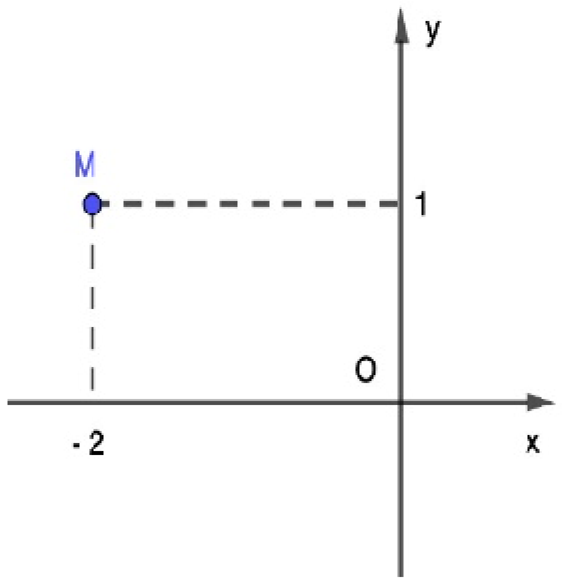
---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.A	5.C	6.A	7.C	8.B	9.D	10.D
11.A	12.D	13.C	14.A	15.D	16.C	17.B	18.B	19.C	20.C
21.D	22.D	23.C	24.D	25.D	26.A	27.B	28.D	29.C	30.C
31.D	32.C	33.A	34.B	35.A	36.B	37.A	38.D	39.A	40.C
41.C	42.D	43.A	44.A	45.B	46.D	47.B	48.C	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn số phức



A. $z=-2+i$. **B.** $z=-2+i$ **C.** $z=-2+i$. **D.** $z=-2+i$.

Lời giải

Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn số phức: $z=-2+i$.

Câu 2: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$.

A. $y'=x\pi^{x-1}\ln\pi$. **B.** $y'=\pi^x\ln\pi$. **C.** $y'=\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **D.** $y'=x\pi^{x-1}$.

Lời giải

Áp dụng $\left(a^x\right)'=a^x.\ln a\left(a>0,a\neq 1\right)$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=(2x+1)^{-\frac{1}{3}}$ trên tập xác định là.

A. $-\dfrac{1}{3}(2x+1)^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $2(2x+1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x+1)$.

C. $(2x+1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x+1)$. **D.** $-\dfrac{2}{3}(2x+1)^{-\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\left[\left(2x+1\right)^{-\frac{1}{3}}\right]'=\dfrac{-1}{3}\left(2x+1\right)'\left(2x+1\right)^{-\frac{1}{3}-1}=\dfrac{-2}{3}\left(2x+1\right)^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x}<64$ là

A. $\left(-1;3\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(3;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $4^{x^2-2x}<64\Leftrightarrow 4^{x^2-2x}<4^3\Leftrightarrow x^2-2x<3\Leftrightarrow x^2-2x-3<0\Leftrightarrow -1<x<3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-1;3\right)$.

Câu 5: Biết ba số $x^2;8;x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x=4$ **B.** $x=5$ **C.** $x=2$ **D.** $x=1$

Lời giải

Do ba số $x^2;8;x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được $x^2.x = 8$ Û $x^3 = 8$ Û $x = 2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + z = 0$. **B.** $x - 2y + z = 0$. **C.** $x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $x - 2y + z + 4 = 0$.

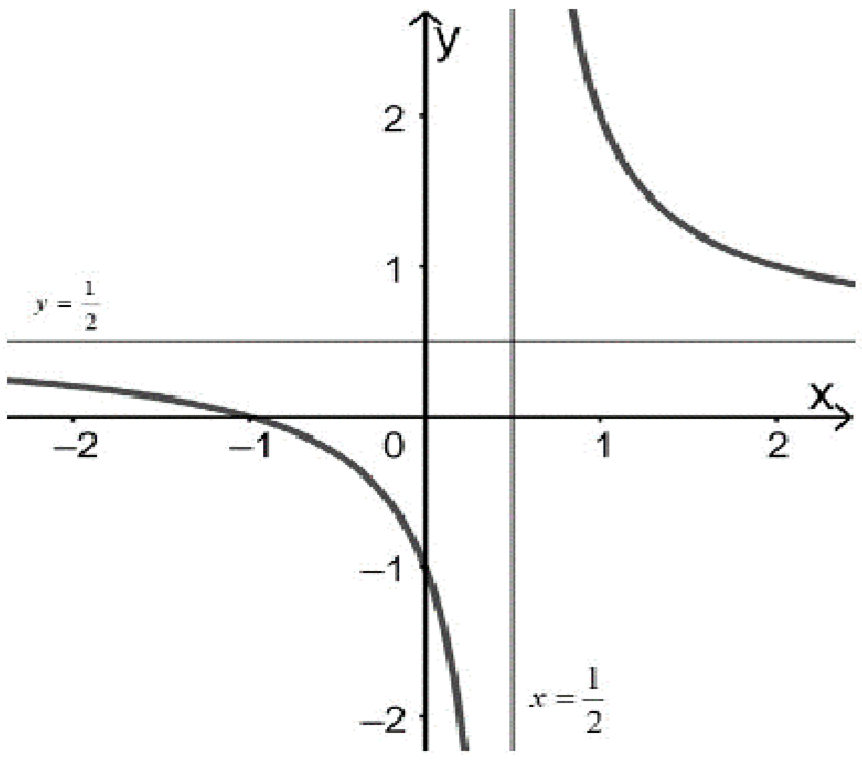
Lời giải

Δ có VTCP $\overrightarrow{u} = (-1;2;-3)$ và (P) có VTPT là $\overrightarrow{n} = (1;-1;1)$.

(α) qua O và nhận $\overrightarrow{n'} = -\left[\overrightarrow{u};\overrightarrow{n}\right] = (1;2;1)$

Suy ra $(\alpha): x + 2y + z = 0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là điểm nào trong các điểm sau



A. $(0;-2)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-1;0)$.

Câu 8: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int_1^2 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng?

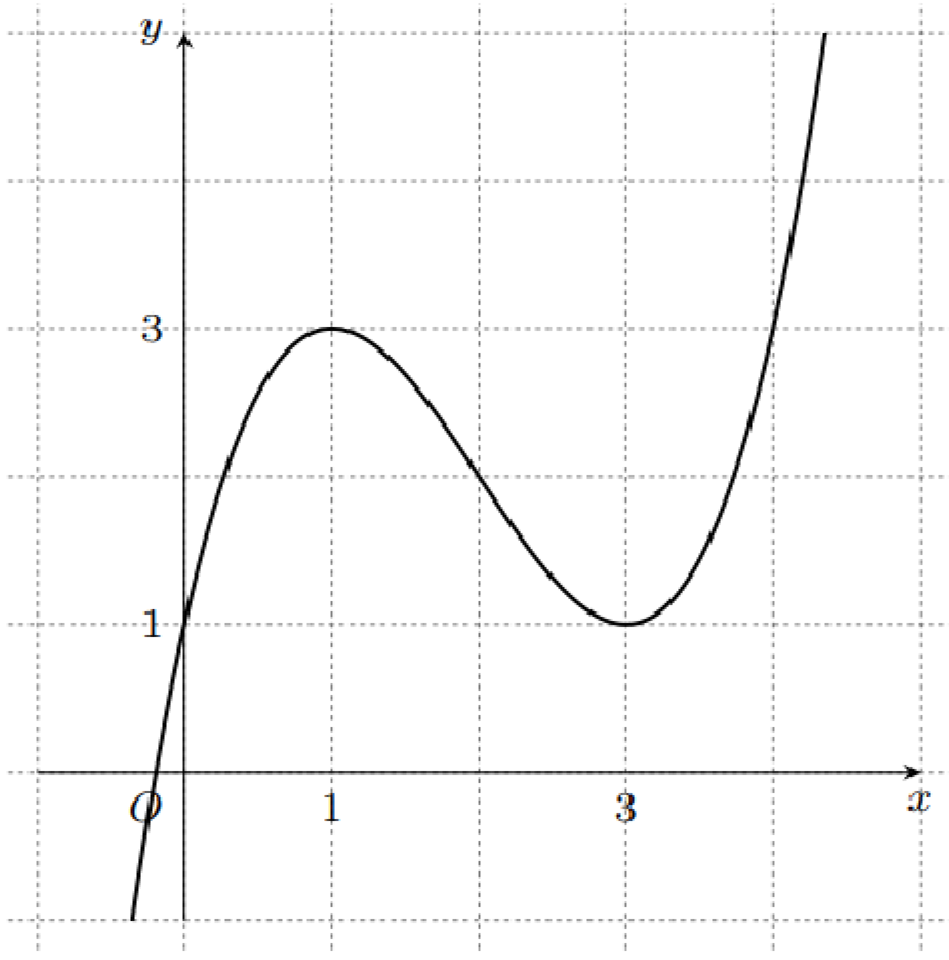
A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 3 - 2 = 1$.

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+1$.   **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=-\frac{1}{2}x^3+3x^2+\frac{9}{2}x+1$.   **D.** $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x+1$.

Lời giải

Dựa vào dạng đồ thị ta có $a>0$.

$y=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+1 \Rightarrow y(1)=1$ loại.

$y=x^3-3x^2+1 \Rightarrow y(1)=-1$ loại.

Xét hàm $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x+1$, $y'=\frac{3}{2}x^2-6x+\frac{9}{2}$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=3 \Rightarrow y=1. \end{array}\right.$

Vậy đồ thị là của hàm số $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x+1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{15}$.   **B.** $\sqrt{7}$.   **C.** 9.   **D.** 3.

Lời giải

Ta có $R=\sqrt{1^2+(-1)^2-(-7)}=3$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và đường thẳng $d_2:\frac{x}{-4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{5}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. 30^0.   **B.** 45^0.   **C.** 90^0.   **D.** 60^0.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-2;-3) \\ \overrightarrow{u_{d_2}}=(-4;1;5) \end{cases}$.

$$\cos(d_1;d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{u_{d_2}}\right|}{\left|\overrightarrow{u_{d_1}}\right|.\left|\overrightarrow{u_{d_2}}\right|}=\frac{|-4-2-15|}{\sqrt{1+4+9}.\sqrt{16+1+25}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $(d_1;d_2)=30^0$

Câu 12: Cho 2 số phức $z_1=m+i$ và $z_2=m+(m+2)i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để z_1z_2 là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **<u>D</u>.** 1.

Lời giải

$z_1z_2=(m+i)(m+(m+2)i)=m^2-m-2+(2m+2)i$.

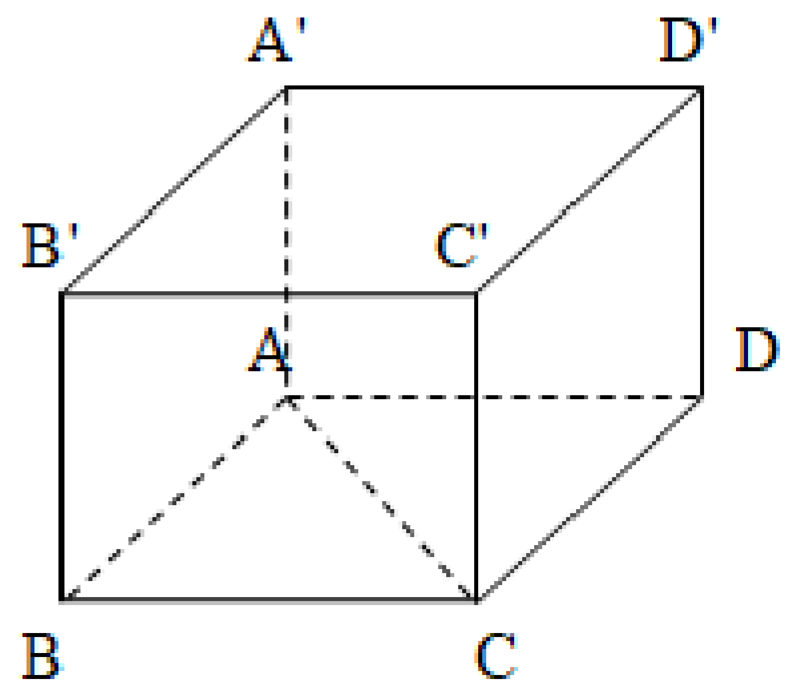
z_1z_2 là một số thuần ảo $\Leftrightarrow m^2-m-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\m=-1\end{array}\right.$.

Vậy có 1 giá trị dương của tham số m để z_1z_2 là một số thuần ảo.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a, AB=3a, AC=5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

A. $5a^3$. **B.** $4a^3$. **<u>C</u>.** $12a^3$. **D.** $15a^3$.

Lời giải



Xét ΔABC vuông tại B, ta có: $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{(5a)^2-(3a)^2}=4a$.

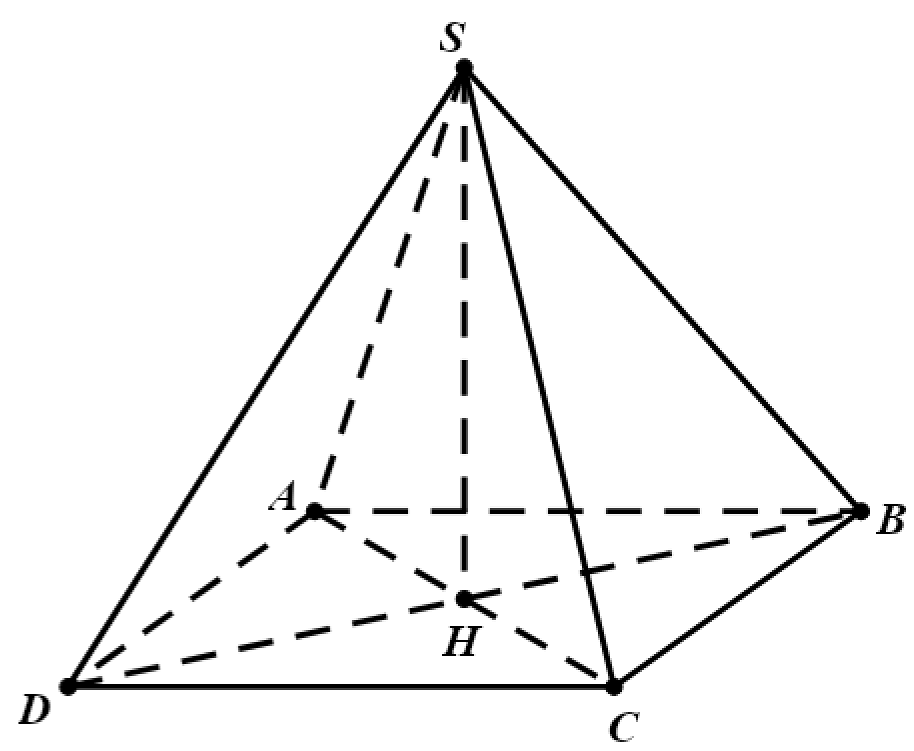
$S_{ABCD}=AB.BC=3a.4a=12a^2$

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.AA'=12a^2.a=12a^3$.

Câu 14: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

<u>A</u>. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Giả sử khối chóp tứ giác đều đã cho là $S.ABCD$. Khi đó $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD = a$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SH \perp (ABCD)$ nên SH là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$. Tính SH:

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Nhận thấy $AC^2 = SA^2 + SC^2$ nên tam giác SAC vuông tại S. Suy ra $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

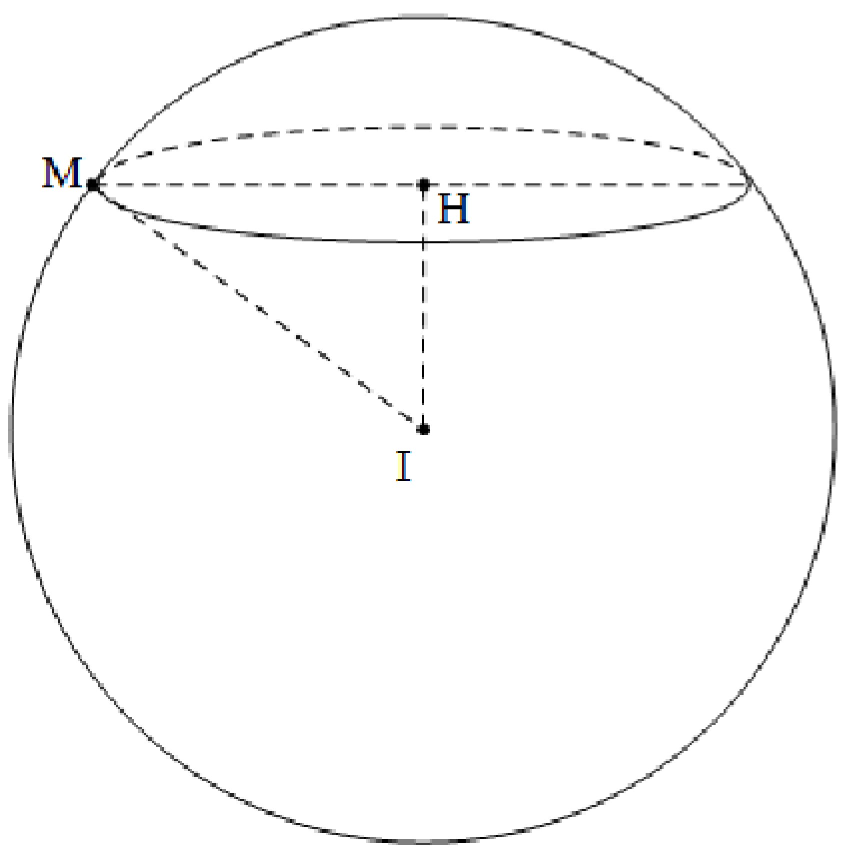
Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) có tâm I và cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π.

A. $R = \sqrt{5}$. **B.** $R = 34$. **C.** $R = 5$. **D.** $R = \sqrt{34}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của I lên (P).

Khi đó $IH = d(I,(P)) = 3$.

Đường tròn (T) có chu vi là 10π nên có bán kính là $r = \frac{10\pi}{2\pi} = 5$.

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) nên $R = \sqrt{r^2 + IH^2} = \sqrt{34}$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $\overline{z}_2 = 1 + i$. Do đó $z_1 + \overline{z}_2 = (-3 + i) + (1 + i) = -2 + 2i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z}_2$ bằng 2.

Câu 17: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng 3 và thể tích của khối nón được giới hạn bởi (N) bằng 16π. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 12π. **B.** 20π. **C.** 24π. **D.** 10π.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h$ trong đó h là chiều cao hình nón và B là diện tích đáy hình nón.

$\Rightarrow B=\frac{3V}{h}=\frac{3.16\pi}{3}=16\pi$.

Bán kính đáy hình nón: $r=\sqrt{\frac{B}{\pi}}=4$ và độ dài đường sinh là $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Diện tích xung quanh của hình nón (N) là $S_{xq}=\pi rl=20\pi$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$. Điểm nào trong các điểm sau đây **không** nằm trên d?

A. $Q(5;1;6)$. **B.** $M(3;2;-3)$. **C.** $N(3;2;3)$. **D.** $P(1;3;0)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $M(3;2;-3)$ vào phương trình của d ta được hệ:

$\begin{cases}3=1+2t\\2=3-t\\-3=3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=-1\end{cases}$.

Vậy điểm $M(3;2;-3)$ không nằm trên d.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(2;5)$. **B.** $(5;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(0;1)$

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{4x+1}{mx-1}$ **không** có tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\neq 0\\4.(-1)-1.m=0\end{cases}\\m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m=0\end{array}\right.$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1>2x-1 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<2$.

Câu 22: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh?

A. A_8^3. **B.** 3^8. **C.** 8^3. **D.** C_8^3.

Lời giải.

Chọn D

Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh là tổ hợp chập 3 của 8 phần tử. Vậy có C_8^3 cách chọn.

Câu 23: Nếu $F(x)=x^3-7x+2e^x+C$ (C là hằng số) thì $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{7x^2}{2}+e^{2x}$.

B. $f(x)=3x^2-7+2xe^x$.

C. $f(x)=3x^2-7+2e^x$.

D. $f(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{7x^2}{2}+2e^x$.

Lời giải

$F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $f(x)=F'(x)=3x^2-7x+2e^x$.

Câu 24: Cho $\int_0^1 \left(x^2-2x-3f(x)\right)dx=1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\frac{-1}{3}$. **B.** $\frac{-5}{3}$. **C.** $\frac{-1}{9}$. **D.** $\frac{-5}{9}$.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 \left(x^2-2x-3f(x)\right)dx=1 \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_0^1-3\int_0^1 f(x)dx=1 \Leftrightarrow \frac{-2}{3}-3\int_0^1 f(x)dx=1$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx=\frac{-5}{9}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=2^x+3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=2^{x-3}+C$.

B. $\int f(x)dx=2^x\ln 2+3x+C$.

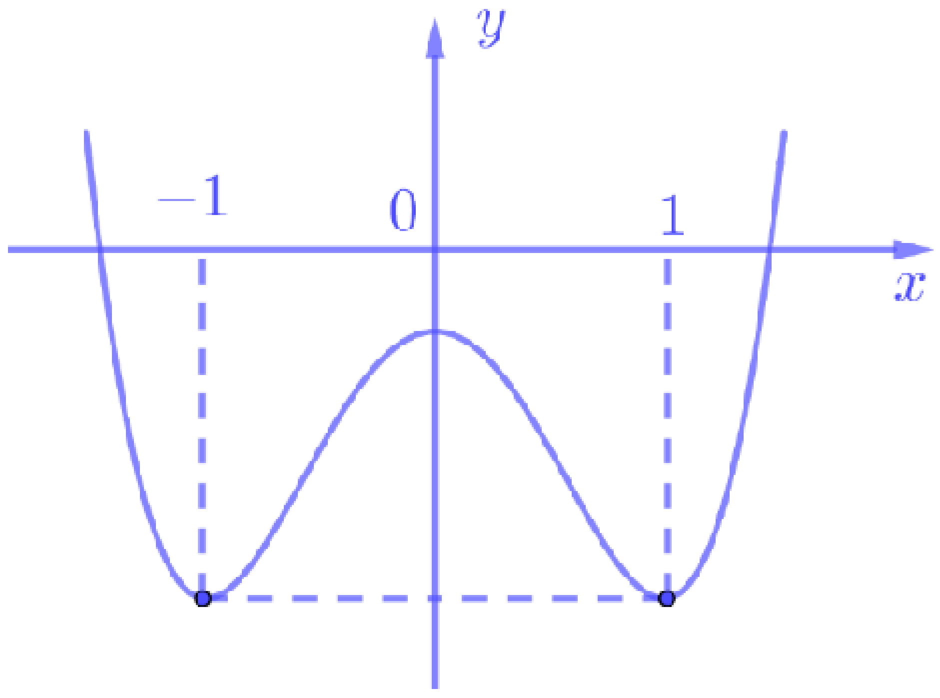
C. $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+3+C$.

D. $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+3x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx=\int\left(2^x+3\right)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+3x+C$.

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

A. -2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $(\log_2 a)^3$. **D.** $3+\log_2 a$.

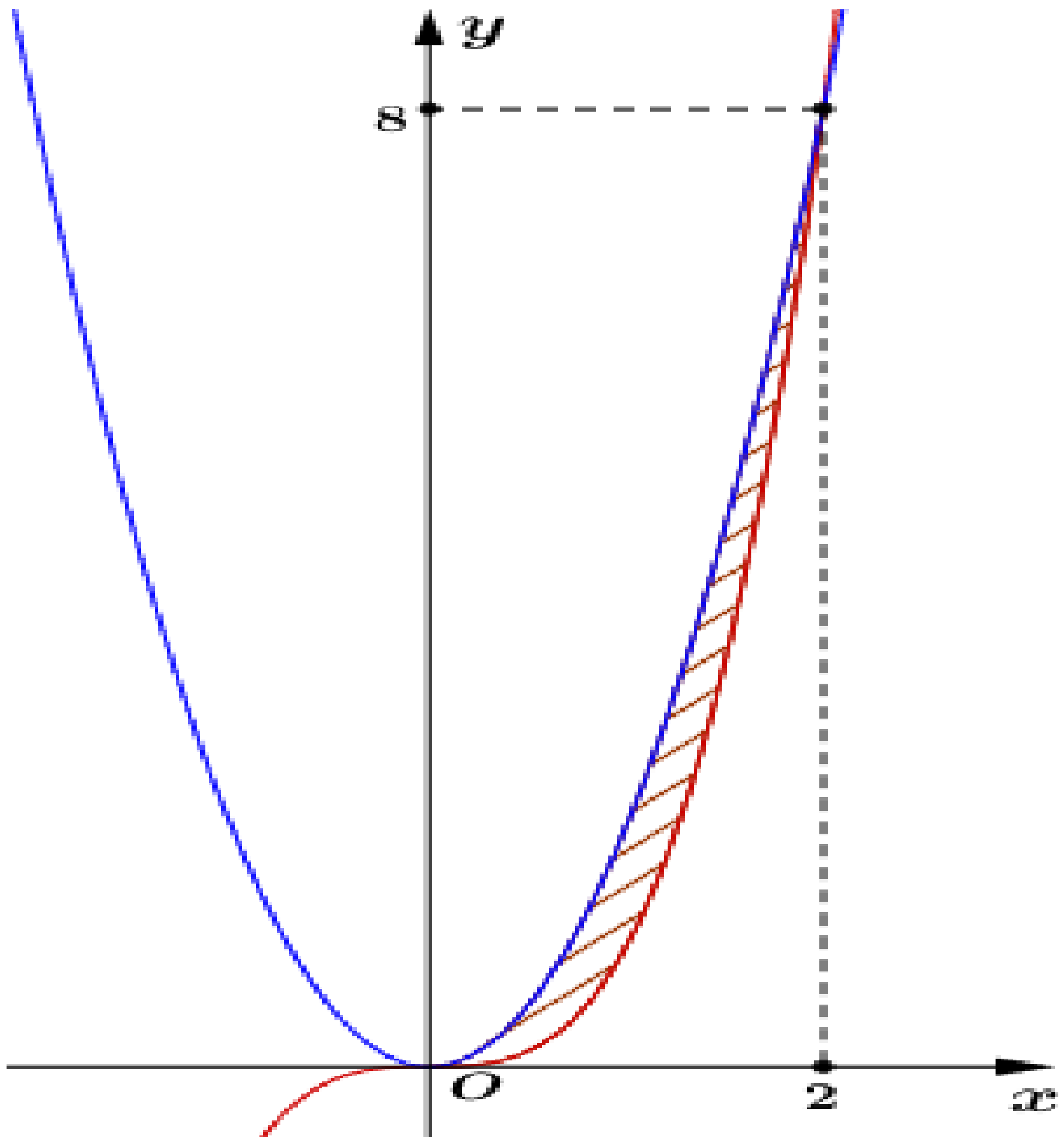
Lời giải

Ta có $\log_2(8a)=\log_2 8+\log_2 a=3+\log_2 a$.

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3$ và $y=2x^2$ là:

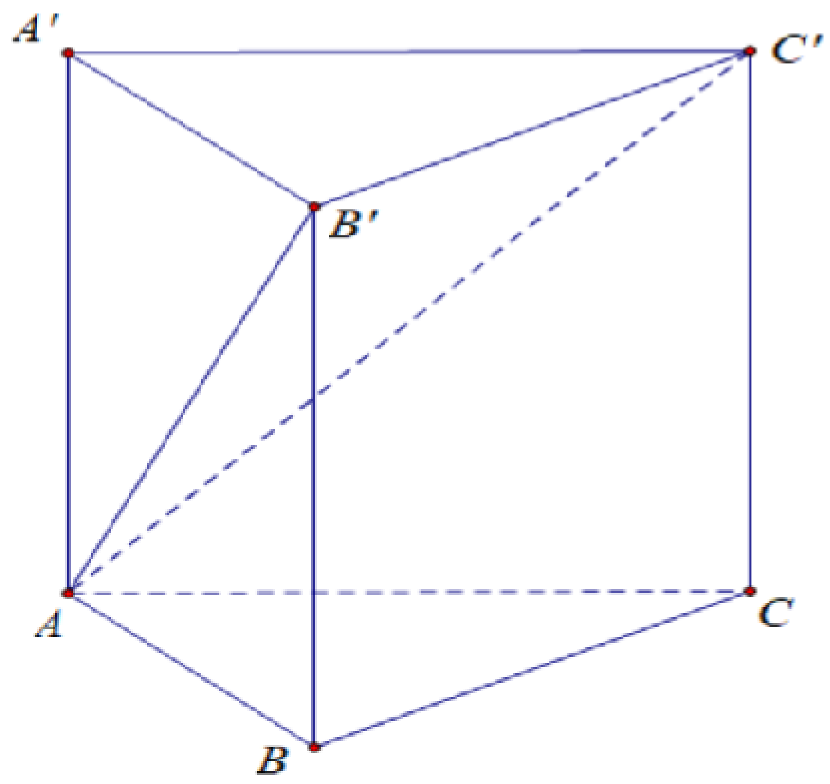
A. $\frac{1}{3}\pi$. **B.** $\frac{3}{2}\pi$. **C.** $\frac{256\pi}{35}$. **D.** $\frac{32}{15}\pi$.

Lời giải



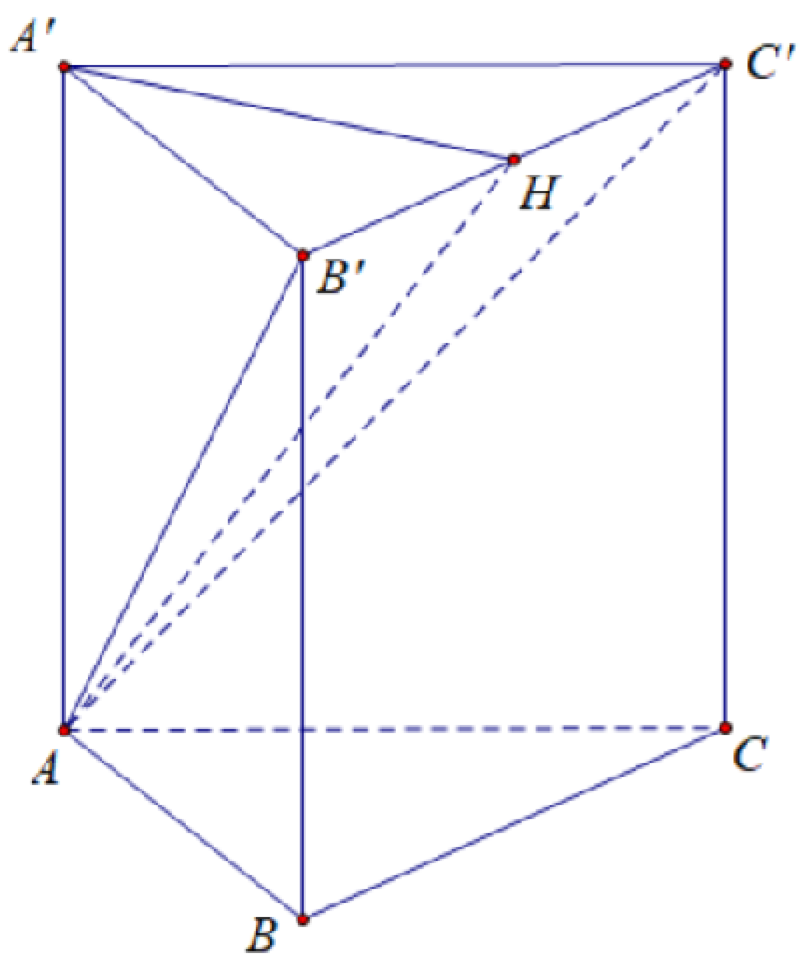
Hoành độ giao điểm của đường $y = x^3$ với $y = 2x^2$ là $x = 0; x = 2$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi\int_0^2 \left(2x^2\right)^2 dx - \pi\int_0^2 \left(x^3\right)^2 dx = \dfrac{256\pi}{35}$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a. Tính số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ và $\left(ABC\right)$?



A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** $26^0 33'$.

Lời giải

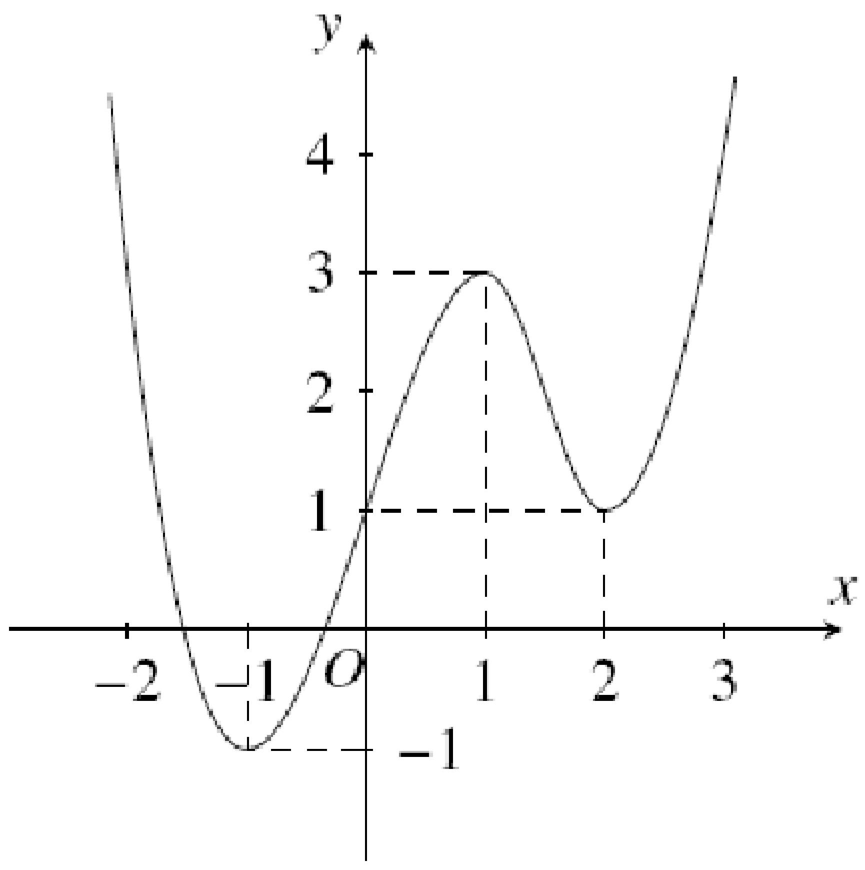


Gọi H là trung điểm của $B'C'$, do các tam giác $\Delta A'B'C', \Delta AB'C'$ lần lượt cân đỉnh A' và A nên $AH \perp B'C'$, $A'H' \perp B'C'$ nên

$$\left(\widehat{(AB'C'),(ABC)}\right) = \left(\widehat{(AB'C'),(A'B'C')}\right) = \left(\widehat{AH, A'H}\right) = \widehat{AHA'}$$

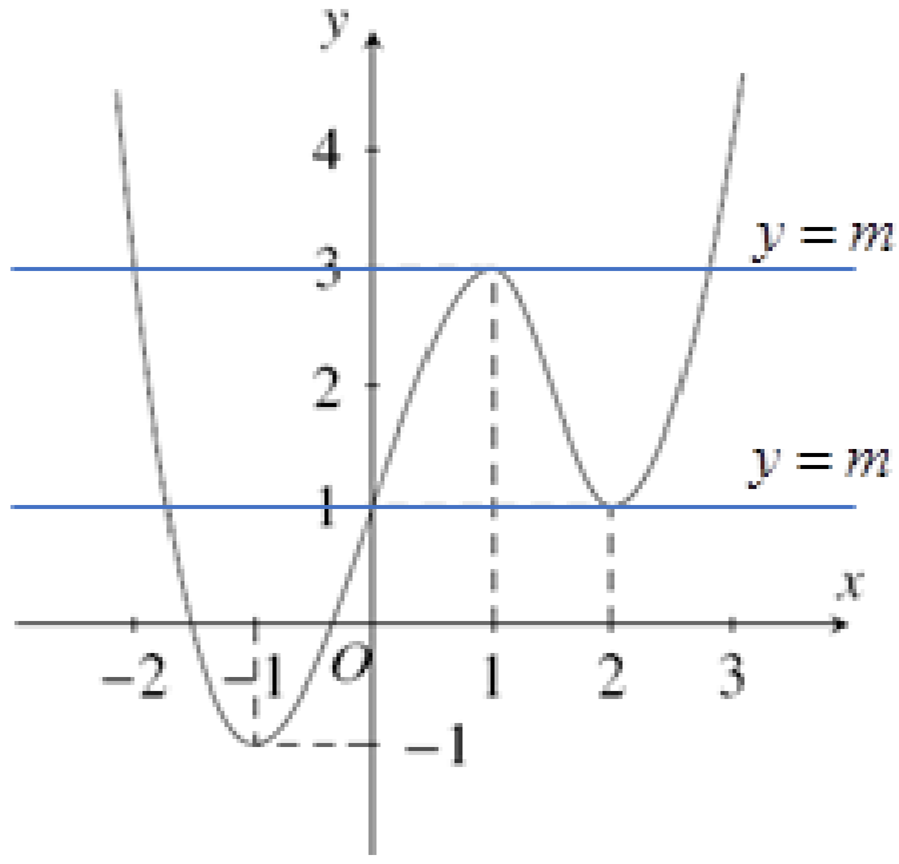
Xét tam giác AHA' có $\widehat{A'} = 90^0, A'H = a\sqrt{3}$ và $\tan \widehat{AHA'} = \dfrac{AA'}{A'H} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{AHA'} = 30^0$

Câu 31: Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải



Ta có phương trình $f(x) = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng nằm ngang $y = m$.

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng và đường cong cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Từ đồ thị suy ra $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(x+4)^2$. Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-5;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x+4)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=-4 \end{array}\right.$

$y'=f'(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x+1=2 \\ x+1=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-5 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-5		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$				20		13		$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 33: Cho một đa giác đều có 36 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân.

A. $\frac{7}{85}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{52}{595}$. **D.** $\frac{48}{595}$.

Lời giải

Số tam giác được tạo thành từ 36 đỉnh là C_{36}^3.

$\Rightarrow n(\Omega)=C_{36}^3$.

Gọi biến cố A: "Chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân".

Ta tính số tam giác cân và không là tam giác đều được tạo thành từ tập X.

Giả sử tam giác cân và không là tam giác đều được tạo thành là tam giác ABC cân tại đỉnh A.

Chọn đỉnh A có C_{36}^1 cách chọn.

Chọn đỉnh B có C_{16}^1 cách chọn.

Khi đó đỉnh C là điểm đối đối xứng với B qua đường kính AO.

Do đó đỉnh C có 1 cách chọn.

Suy ra số tam giác cân và không đều được tạo thành là $C_{36}^1.C_{16}^1$ tam giá **C.**

Số tam giác đều được tạo thành là C_{12}^1.

Khi đó $n(A)=C_{36}^1.C_{16}^1+C_{12}^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{36}^1.C_{16}^1+C_{12}^1}{C_{36}^3}=\frac{7}{85}$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m\log_9 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x\in[1;9]$.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$

$\log_3^2 x - m\log_9 x^2 + 2 - m = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - m\log_3 x + 2 - m = 0$

Đặt $\log_3 x = t$

Khi đó phương trình trở thành:

$t^2 - mt + 2 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2 = m(t+1) \Leftrightarrow \dfrac{t^2+2}{t+1} = m$

Xét hàm số $g(t) = \dfrac{t^2+2}{t+1}$ trên $t \in [0;2]$

$g'(t) = \dfrac{t^2+2t-2}{(t+1)^2}$

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{t^2+2t-2}{(t+1)^2} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1+\sqrt{3}\ (t/m) \\ t = -1-\sqrt{3}\ (l) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

t	0		$-1+\sqrt{3}$		2
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	2	$\searrow$		$\nearrow$	2
			$-2+2\sqrt{3}$		

Vậy $-2+2\sqrt{3} < m \le 2.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 1 giá trị thỏa mãn.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|5z| = |(4+3i)z - 25|$ là đường thẳng có phương trình:

A. $8x - 6y - 25 = 0$. **B.** $8x - 6y + 25 = 0$.

C. $8x + 6y + 25 = 0$. **D.** $8x - 6y = 0$.

Lời giải

Ta có $|5z| = |(4+3i)z - 25| \Leftrightarrow |5z| = |(4+3i)(z-4+3i)| \Leftrightarrow |5z| = |4+3i||z-4+3i|$

$\Leftrightarrow |z| = |z-4+3i|$.

Gọi $z = x + yi$ thay vào biến đổi ta được $x^2 + y^2 = (x-4)^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow 8x - 6y - 25 = 0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (-1;1;-1), \overrightarrow{BD} = (0;-1;-2)$.

VTPT của mặt phẳng (BCD) là $\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-3;-2;1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(0;0;2)$ và có VTCP là $\vec{u}=(3;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=3s\\y=2s\\z=2-s\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $M(1;3;3)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=3-t\end{cases}$. Điểm M_1 đối xứng với M qua đường thẳng Δ có tọa độ là:

A. $M_1(-1;-2;2)$. **B.** $M_1\left(0;\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$. **C.** $M_1(1;1;2)$. **D.** $M_1(-1;1;2)$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;1;-1)$. Gọi H là hình chiếu của điểm M lên đường thẳng Δ, khi đó $H(1-2t;t;3-t)\Rightarrow \overrightarrow{MH}=(-2t;t-3;-t)$. Hơn nữa

$$\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 4t+t-3+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow H\left(0;\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$$

Gọi $M_1(x_1;y_1;z_1)$ là điểm đối xứng của M qua đường thẳng Δ khi đó điểm H là trung điểm của MM_1, suy ra

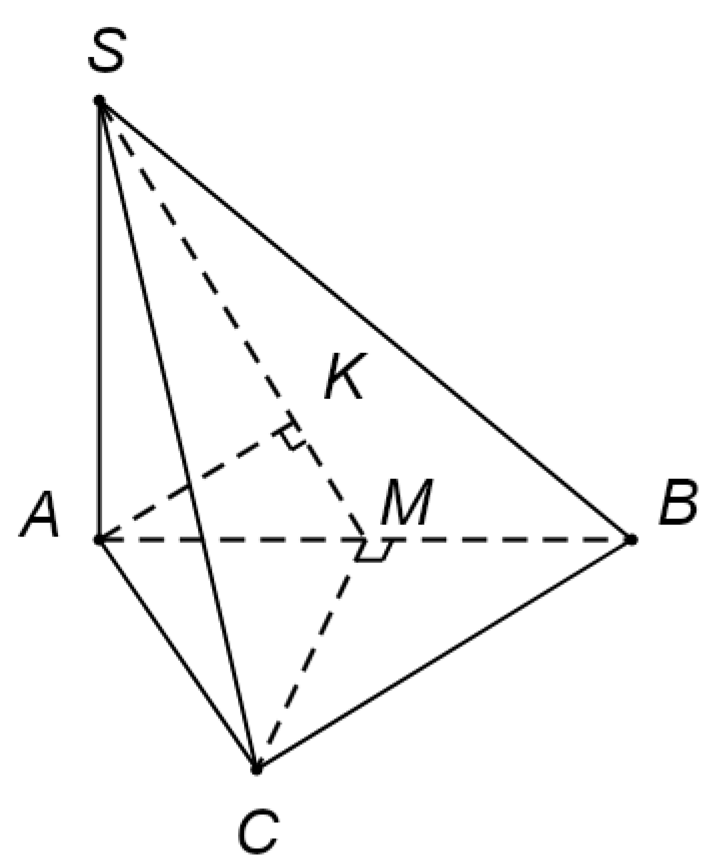
$$\begin{cases}x_1=2x_H-x_M\\y_1=2y_H-y_M\\z_1=2z_H-z_M\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_1=0-1\\y_1=2.\frac{1}{2}-3\\z_1=2.\frac{5}{2}-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=-1\\y_1=-2\\z_1=2\end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm $M_1(-1;-2;2)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SMC).

A. $d=a\sqrt{3}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=\frac{a}{2}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải



Xác định $60^0=\widehat{(SB,(ABC))}=\widehat{(SB,AB)}=\widehat{SBA}$ và $SA=AB.\tan\widehat{SBA}=a.\sqrt{3}=a\sqrt{3}$.

Do M là trung điểm của cạnh AB nên $d\left[B,(SMC)\right]=d\left[A,(SMC)\right]$.

Kẻ $AK\perp SM$. Khi đó $d\left[A,(SMC)\right]=AK$.

Tam giác vuông SAM, có $AK=\dfrac{SA.AM}{\sqrt{SA^2+AM^2}}=\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

Vậy $d\left[B,(SMC)\right]=AK=\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(2-\log_2(2^x+1)-\log_3(4^x+2)\right)\left[\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\right]\geq 0$?

A. 8. **B.** Vô số. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Do $x>0$ nên $\begin{cases}\log_2(2^x+1)>1\\ \log_3(4^x+2)>1\end{cases}\Rightarrow \log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)>2$

$\Rightarrow 2-\log_2(2^x+1)-\log_3(4^x+2)<0$.

Khi đó, $\left(2-\log_2(2^x+1)-\log_3(4^x+2)\right)\left[\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\right]\geq 0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\leq 0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+8\right)+x^2+8-\log_3 x-9x-2\leq 0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+8\right)+x^2+8\leq \log_3 9x+9x \ (*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t$ liên tục trên $D=(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0,\ \forall t\in D\Rightarrow$ hàm số $f(t)$ đồng biến trên D.

Suy ra $(*)\Leftrightarrow f\left(x^2+8\right)\leq f(9x)\Leftrightarrow x^2+8\leq 9x\Leftrightarrow 1\leq x\leq 8$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$ thoả $f(x)+2=\dfrac{3}{2}\int_{-1}^{1}(x+t)f(t)\,\mathrm{d}t,\forall x\in[-1;1]$. Tính $I=\int_{-1}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x$?

A. $I=4$. **B.** $I=3$. **C.** $I=2$. **D.** $I=1$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\dfrac{3}{2}x\int_{-1}^{1}f(t)\,\mathrm{d}t+\dfrac{3}{2}\int_{-1}^{1}t.f(t)\,\mathrm{d}t-2\ ,(*)$. Đặt $A=\int_{-1}^{1}f(t)\,\mathrm{d}t$, $B=\int_{-1}^{1}t.f(t)\,\mathrm{d}t$.

$(*)\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}x.A+\dfrac{3}{2}B-2,\ (1)$

$\Rightarrow xf(x)=\dfrac{3}{2}Ax^2+\dfrac{3}{2}Bx-2x,(2)$.

Lấy tích phân từ -1 đến 1 của (1) và (2) ta được

$$\begin{cases}\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\left(\frac{3}{2}x.A+\frac{3}{2}B-2\right)\mathrm{d}x\\ \int_{-1}^{1} x.f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\left(\frac{3}{2}Ax^2+\frac{3}{2}Bx-2x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=\left(\frac{3Ax^2}{4}+\frac{3Bx}{2}-2x\right)\Big|_{-1}^{1}=3B-4\\ B=\left(\frac{Ax^3}{2}+\frac{3Bx^2}{4}-x^2\right)\Big|_{-1}^{1}=A\end{cases}\Leftrightarrow A=B=2$$

Vậy $I=A=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=2$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\left|-x^2-mx+m^2+4\right|-3mx+19$ có 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Cách 1:

Ta thấy phương trình $-x^2-mx+m^2+4=0$ luôn có hai nghiệm $x_1,\ x_2$.

Khi đó $y=\begin{cases}x^2-2mx-m^2+15 & \text{khi } x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)\\ -x^2-4mx+m^2+23 & \text{khi } x\in(x_1;x_2)\end{cases}$

Do đó để hàm số đã cho có 3 cực trị thì điểm cực đại $x_{CD}=-2m$ của hàm số $y=-x^2-4mx+m^2+23$ thuộc khoảng $(x_1;x_2)$ hay $x_1<-2m<x_2$.

$\Leftrightarrow (x_1+2m)(x_2+2m)<0\Leftrightarrow x_1x_2+2m(x_1+x_2)+4m^2<0$

$\Leftrightarrow -(m^2+4)+2m.(-m)+4m^2<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

+ Mà m nguyên dương nên $m=1$. Suy ra số giá trị m thỏa mãn là 1.

Cách 2:

+ Đặt $g(x)=x^2+mx-m^2-4$.

+ Điều kiện để y có ba điểm cực trị là $g(-2m)<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

+ Mà m nguyên dương nên $m=1$. Suy ra số giá trị m thỏa mãn là 1.

Câu 42: Giả sử $z_1;z_2$ là hai trong số các số phức z thoả mãn $(z-6)(8-i.\bar{z})$ là một số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $5-\sqrt{21}$. **B.** $20-4\sqrt{21}$. **C.** $-5+\sqrt{73}$. **D.** $20-2\sqrt{73}$.

Lời giải

Gọi A,B là các điểm biểu diễn cho $z_2;z_1$

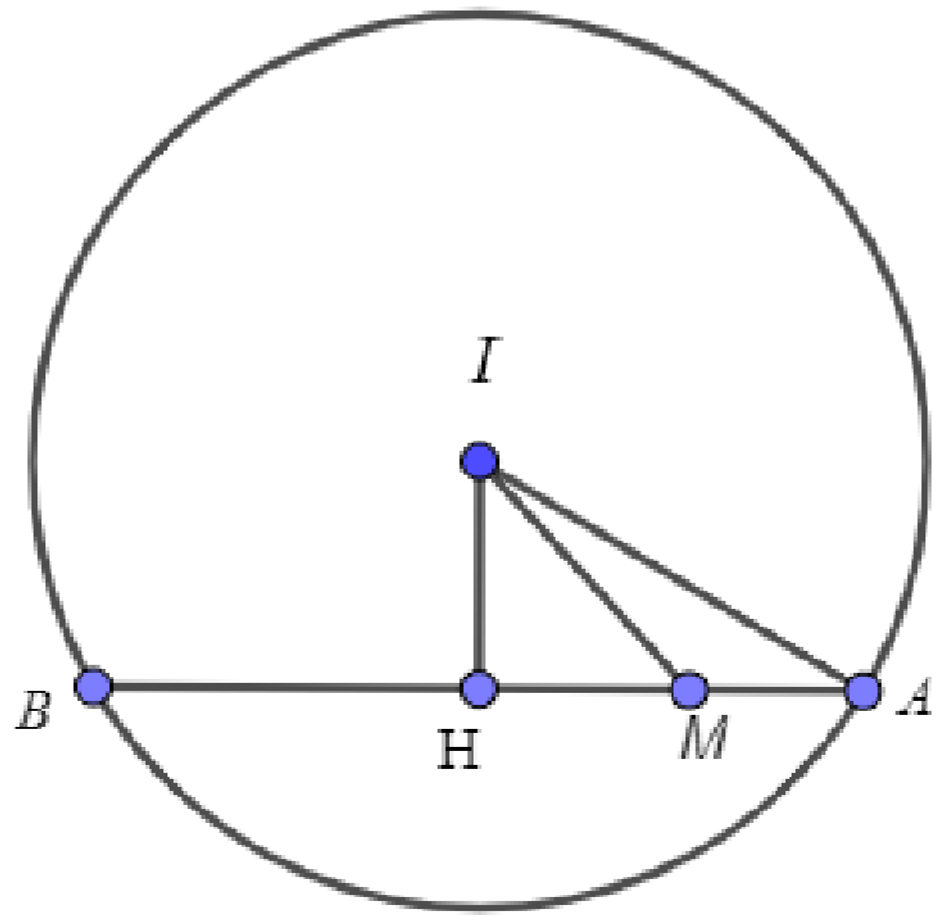
Đặt $z=a+bi\Rightarrow(z-6)(8-i.\bar{z})=[(a-6)+bi].[(8-b)-ai]$

Do $(z-6)(8-i.\bar{z})$ là một số thực nên $-a.(a-6)+b(8-b)=0\Leftrightarrow a^2+b^2-6a-8b=0$

Suy ra A,B thuộc đường tròn tâm $I(3;4)$, bán kính $R=5$

Gọi M điểm thoả mãn $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

Gọi H là trung điểm của AB



Ta có $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$; $IM = \sqrt{IH^2 + MH^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2}$.

Khi đó M thuộc đường tròm tâm I, bán kính $R' = \frac{\sqrt{73}}{2}$.

Xét biểu thức $|z_1 + 3z_2| = |3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 4OM$.

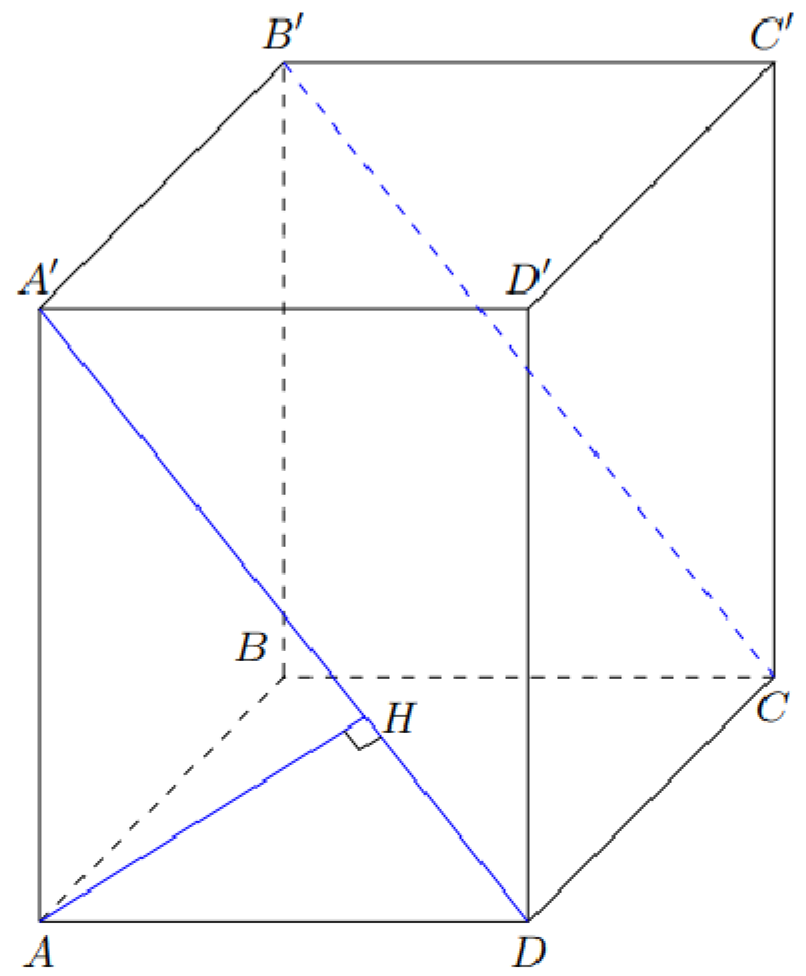
Ta có $|z_1 + 3z_2|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} = |OI - R'| = 5 - \frac{\sqrt{73}}{2}$.

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 4\left(5 - \frac{\sqrt{73}}{2}\right) = 20 - 2\sqrt{73}$.

Câu 43: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp A'D$ tại H.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ADD'A') \Rightarrow CD \perp AH$

Ta có $\begin{cases} AH \perp CD \\ AH \perp A'D \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'B'CD)$ tại H.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ là AH.

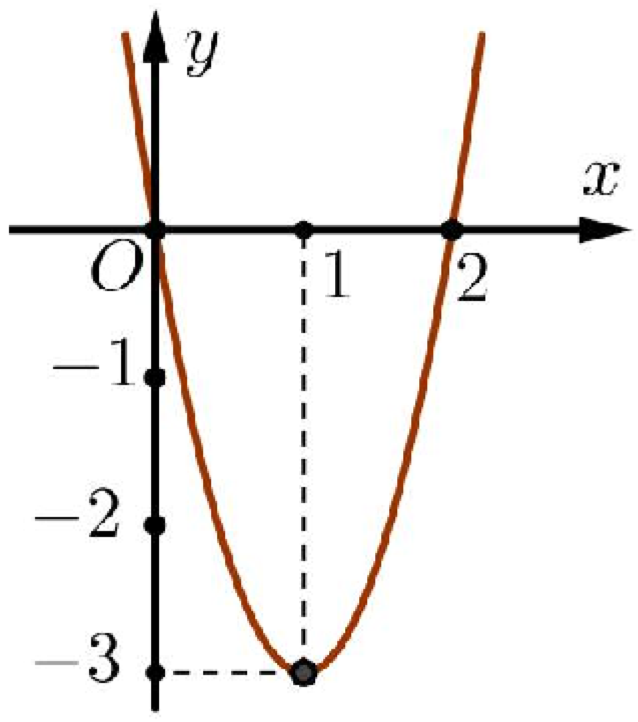
Tam giác $A'AD$ vuông tại A có AH là đường cao.

Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4a^2}$

Vậy $AA' = 2a$.

Suy ra $V = AA'.S_{ABCD} = 2a.a^2 = 2a^3$..

Câu 44: Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ là hàm số nhận giá trị không âm trên đoạn $[2;3]$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của các hàm số $g(x) = xf^2(x)$; $h(x) = -x^2 f(x) f'(x)$ và các đường thẳng $x = 2; x = 3$ bằng 72. Tính $f(1)$.



A. $f(1) = 2$. **B.** $f(1) = -1$. **C.** $f(1) = 1$. **D.** $f(1) = \frac{-62}{5}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có được $f'(x) = 3x(x-2) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + C$.

Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_2^3 |g(x) - h(x)| \mathrm{d}x = \int_2^3 |xf^2(x) + x^2 f(x) f'(x)| \mathrm{d}x$$

Do $xf^2(x) + x^2 f(x) f'(x) \geq 0, \forall x \in [2;3]$ nên $S = \int_2^3 [xf^2(x) + x^2 f(x) f'(x)] \mathrm{d}x$

Ta có: $S = \int_2^3 \left[\frac{1}{2}x^2 f^2(x)\right]' \mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2 f^2(x)\Big|_2^3 = \frac{9}{2} f^2(3) - 2f^2(2) = \frac{9}{2}C^2 - 2(C-4)^2$

Mà $S = 72 \Leftrightarrow \frac{9}{2}C^2 - 2(C-4)^2 = 72 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C = 4 \\ C = \frac{-52}{5} \end{array}\right.$.

Do $f(x) \geq 0, \forall x \in [2;3] \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \Rightarrow f(1) = 2$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2 + 2mz + 1 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3| = |z_2 + 3|$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Với $\Delta' = m^2 - 1 < 0$, phương trình $z^2 + 2mz + 1 = 0$ có hai nghiệm phức liên hợp $z_1 = a + bi, z_2 = a - bi$. Khi đó hiển nhiên $|z_1 + 3| = \sqrt{(a+3)^2 + b^2} = |z_2 + 3|$.

Với $\Delta' = m^2 - 1 > 0$, phương trình $z^2 + 2mz + 1 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2. Đẳng thức $|z_1 + 3| = |z_2 + 3|$ tương đương với $z_1 + z_2 + 6 = 0$, điều này nghĩa là $-2m + 6 = 0$ tức $m = 3$.

Tóm lại các số nguyên m cần tìm là $m = 0, m = 3$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$. **C.** $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Gọi $\vec{n} = (a;b;c)$ là một vectơ pháp tuyến của (P), với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Điểm $M(1;0;2) \in d \Rightarrow M \in (P)$.

Phương trình của $(P): ax + by + cz - (a + 2c) = 0$.

Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2;1;2) \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2a + b + 2c = 0$.

$$\Rightarrow b = -(2a + 2c) \Rightarrow d(A,(P)) = \frac{|a + 5b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{9|a+c|}{\sqrt{a^2 + c^2 + 4(a+c)^2}}.$$

Ta có $(a+c)^2 \le 2(a^2 + c^2) \Leftrightarrow \dfrac{(a+c)^2}{2} \le a^2 + c^2$ với $\forall a, c \in \mathbb{R}$.

Suy ra: $a^2 + c^2 + 4(a+c)^2 \ge \dfrac{(a+c)^2}{2} + 4(a+c)^2 = \dfrac{9}{2}(a+c)^2$.

Do đó
$$d(A,(P)) = \frac{9|a+c|}{\sqrt{a^2 + c^2 + 4(a+c)^2}} \le \frac{9|a+c|}{\sqrt{\frac{9}{2}(a+c)^2}} = \frac{9|a+c|\sqrt{2}}{3|a+c|} = 3\sqrt{2}.$$

$\Rightarrow Max\, d(A,(P)) = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = -4a \end{cases}$. Chọn $a = c = 1 \Rightarrow b = -4.$

Phương trình $(P): x - 4y + z - 3 = 0 \Rightarrow d(O,(P)) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x + 2y) = \log_2(x^2 + y^2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_3(x + 2y) = \log_2(x^2 + y^2) = t \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 3^t \\ x^2 + y^2 = 2^t \end{cases}$

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $\Delta : x+2y-3^t=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2=\left(\sqrt{2}^t\right)^2$ có điểm chung $\Leftrightarrow d(O,\Delta)\le R \Leftrightarrow \dfrac{\left|0+0-3^t\right|}{\sqrt{1^2+2^2}} \le \sqrt{2}^t \Leftrightarrow 3^t \le \sqrt{5}.\sqrt{2}^t \Leftrightarrow \left(\dfrac{9}{2}\right)^t \le 5 \Leftrightarrow t \le \log_{\frac{9}{2}} 5$.

Do $x^2+y^2=2^t$ nên $|y|\le \sqrt{2}^t \Rightarrow |y| \le \sqrt{2}^{\log_{\frac{9}{2}} 5} \approx 1,448967..$.

Vì $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{-1;0;1\}$.

Thử lại:

- Với $y=-1$, hệ trở thành $\begin{cases} x-1=3^t \\ x^2+1=2^t \end{cases} \Rightarrow \left(3^t+1\right)^2+1=2^t \Leftrightarrow 9^t+2.3^t-2^t+2=0$

Nếu $t<0$ thì $2-2^t>0 \Rightarrow 9^t+2.3^t-2^t+2>0$.

Nếu $t\ge 0 \Rightarrow 9^t-2^t\ge 0 \Rightarrow 9^t+2.3^t-2^t+2>0$.

Vậy vô nghiệm.

- Với $y=0$ thì hệ trở thành $\begin{cases} x=3^t \\ x^2=2^t \end{cases} \Rightarrow 9^t=2^t \Leftrightarrow \left(\dfrac{9}{2}\right)^t=1 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow x=1$.

- Với $y=1$ thì hệ trở thành $\begin{cases} x+1=3^t \\ x^2+1=2^t \end{cases} \Rightarrow \left(3^t-1\right)^2=2^t-1 \;(***)$.

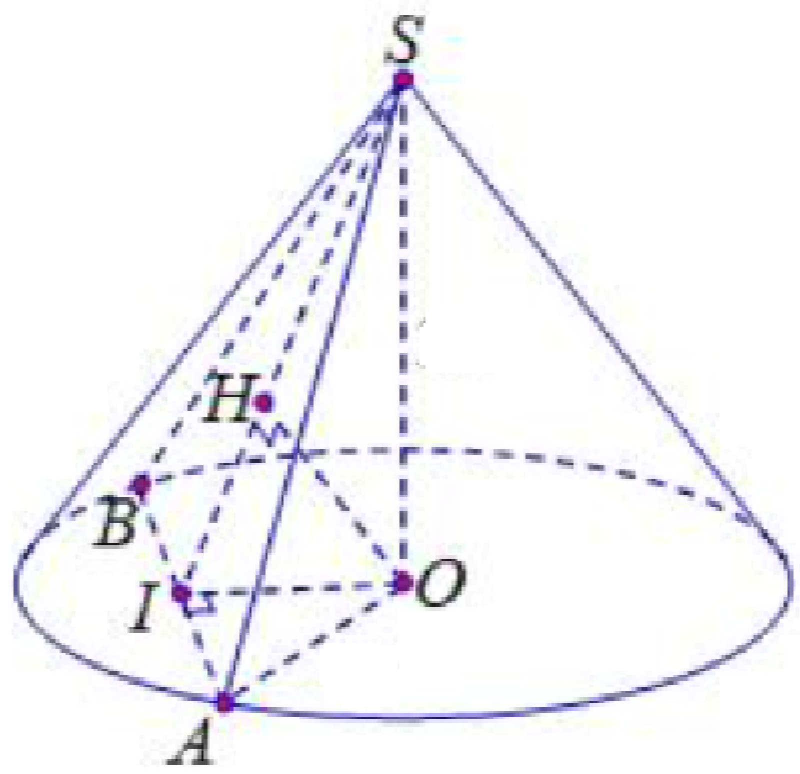
Dễ thấy luôn có ít nhất một nghiệm $t=0 \Rightarrow x=0$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của y thỏa mãn là $y=0,\; y=1$.

Câu 48: Cho hình nón tròn xoay đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2a$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P), biết thể tích khối nón là $V=a^3\pi\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{5}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{30}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải



Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h \Leftrightarrow 3a^3\sqrt{3}=R^3 \Leftrightarrow R=a\sqrt{3}\,(cm)$.

$\Rightarrow R=h=a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm AB. Kẻ $OH\perp SI$. Khi đó:

$\begin{cases} SI\perp AB \\ OI\perp AB \end{cases} \Rightarrow AB\perp (SIO)$

$\Rightarrow OH \perp AB$

Mặt khác: $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp SI \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB)$

$\Rightarrow d(O;(P)) = OH$.

Xét ΔAOI vuông tại I ta có: $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - a^2} = a\sqrt{2}\ (cm)$

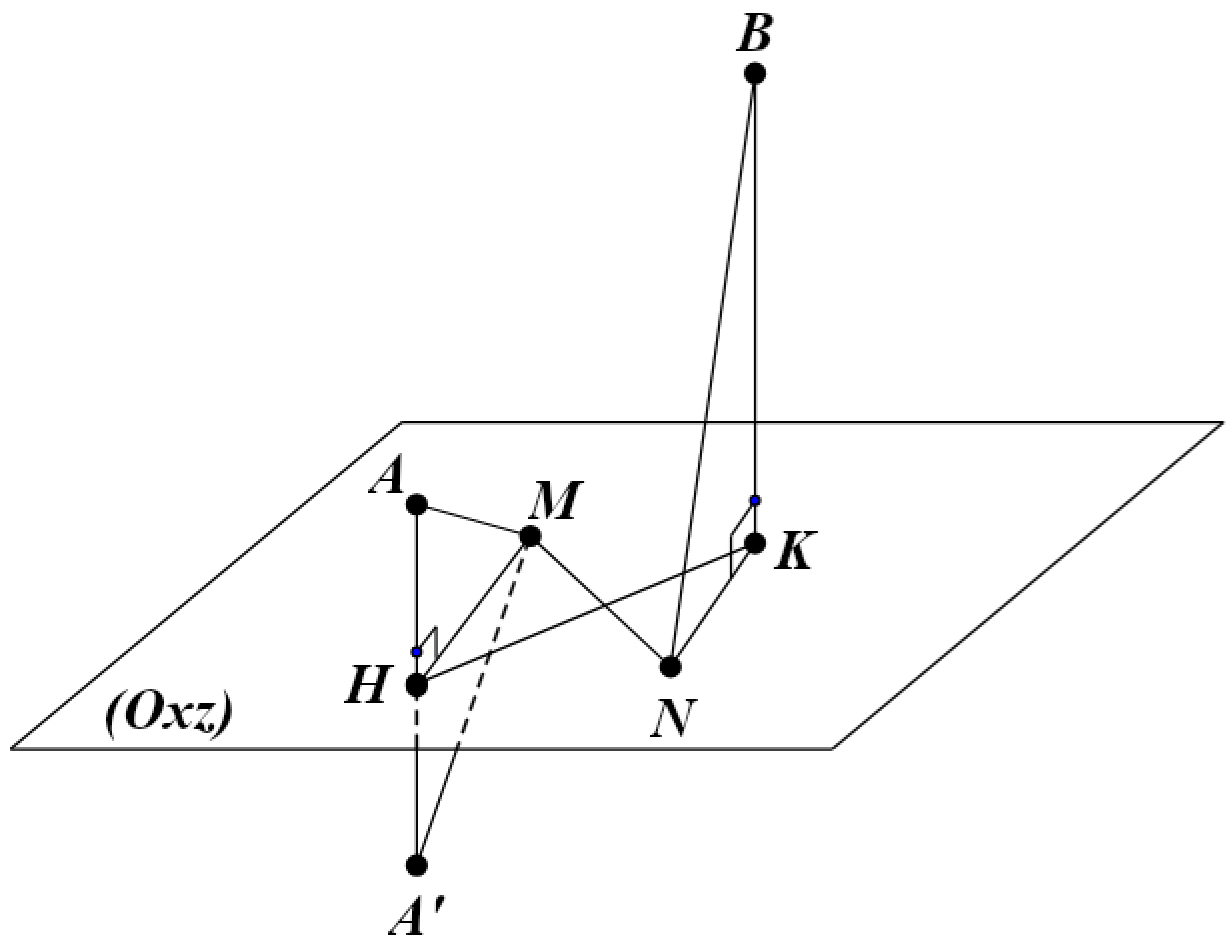
Xét ΔSIO vuông tại O có đường cao OH, ta có:

$$OH = \frac{SO.OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{a\sqrt{3}.a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}\ (cm)$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải



Ta có $H(1;0;-3)$, $K(-2;0;1)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$ xuống mặt phẳng (Oxz).

Nhận xét: A, B nằm về cùng một phía với mặt phẳng (Oxz).

Gọi A' đối xứng với A qua (Oxz), suy ra H là trung điểm đoạn AA' nên $AM = A'M$.

Mà $A'H = AH = 1; BK = 3; HK = 5$.

Do đó $AM + BN = A'M + BN = \sqrt{HA'^2 + HM^2} + \sqrt{BK^2 + KN^2}$

$\geq \sqrt{(HA' + BK)^2 + (HM + KN)^2} = \sqrt{16 + (HM + KN)^2}$

Lại có $HM + MN + NK \geq HK \Rightarrow HM + NK \geq HK - MN = 5 - 2 = 3$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi H, M, N, K thẳng hàng và theo thứ tự đó.

Suy ra $AM + BN \geq \sqrt{16 + (HM + KN)^2} \geq \sqrt{16 + (3)^2} = 5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng 5.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \left|x^5 + 2x^4 - mx^2 + 3x - 20\right|$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^5+2x^4-mx^2+3x-20$

$f'(x)=5x^4+8x^3-2mx+3$

Ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ nên hàm số $y=|f(x)|$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ khi và chỉ khi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và hàm số không dương trên miền $(-\infty;-2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)\ge 0 \ \ \forall x\in(-\infty;-2) \\ f(-2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^4+8x^3-2mx+3\ge 0 \ \ \forall x\in(-\infty;-2) \\ -4m-26\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^3+8x^2+\dfrac{3}{x}\le 2m \ \ \forall x\in(-\infty;-2) \\ m\ge -\dfrac{13}{2} \end{cases}$

Xét hàm số $g(x)=5x^3+8x^2+\dfrac{3}{x}$ trên $(-\infty;-2)$

$g'(x)=15x^2+16x-\dfrac{3}{x^2}=(2x+4)^2+11x^2-16-\dfrac{3}{x^2}$

Ta có $(2x+4)^2>0,\ \ 11x^2>44,\ \ 16+\dfrac{3}{x^2}<16\dfrac{3}{4}\ \ \forall x\in(-\infty;-2)$

Suy ra $g'(x)>0+44-16\dfrac{3}{4}>0\ \forall x\in(-\infty;-2)$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(-\infty;-2)$

x	$-\infty$	-2
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$\nearrow$	$-\dfrac{19}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $5x^3+8x^2+\dfrac{3}{x}\le 2m\ \ \forall x\in(-\infty;-2)\Leftrightarrow -\dfrac{19}{2}\le 2m\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{19}{4}$.

Kết hợp với $m\ge -\dfrac{13}{2}$ ta có $m\ge -\dfrac{19}{4}$. Do đó có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn đề bài.

---------- **HẾT** ----------