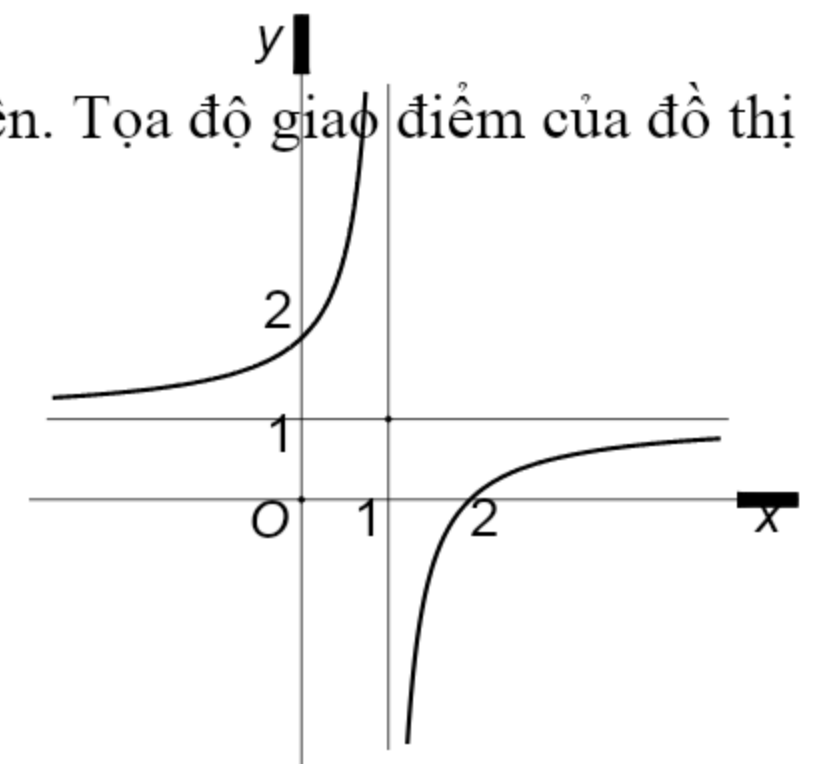
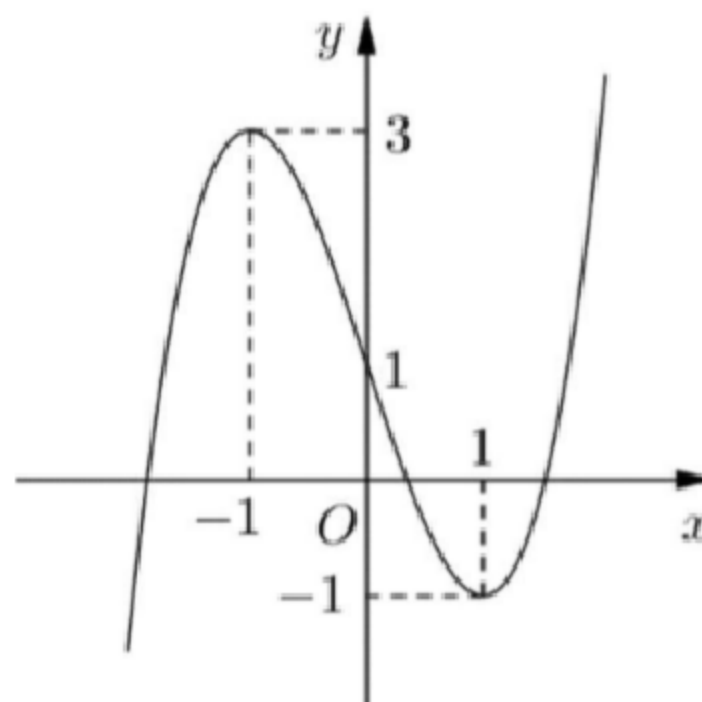


- Câu 1:** Cho số phức $z = 3 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức \bar{z} là điểm nào sau đây?
A. $Q(-3; -2)$. **B.** $M(3; 2)$. **C.** $N(-3; 2)$. **D.** $P(3; -2)$.
- Câu 2:** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là.
A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ **B.** $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ **C.** $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ **D.** $y' = \frac{1}{x}$
- Câu 3:** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{3}}$ là
A. $y' = \frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}}$ **B.** $y' = \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}}$ **C.** $y' = \frac{5}{3} x^{-\frac{2}{3}}$ **D.** $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$.
- Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 27$ là
A. $(-\infty; 1]$. **B.** $(-\infty; 7)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-\infty; 1)$.
- Câu 5:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 17$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{15}{3}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ là
A. $\vec{n} = (6; 12; 4)$. **B.** $\vec{n} = (3; 6; -2)$. **C.** $\vec{n} = (3; 6; 2)$ **D.** $\vec{n} = (-2; -1; 3)$
- Câu 7:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là
A. $(0; 2)$. **B.** $(2; 0)$.
C. $(0; 1)$. **D.** $(1; 0)$.



- Câu 8:** Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3, \int_{-1}^2 g(x) dx = 5$ thì $\int_{-1}^2 [2g(x) - 3f(x)] dx$ bằng
A. 6. **B.** 1. **C.** -9. **D.** 19.

- Câu 9:** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$. Tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

- A. $(0; 2; 0), R = 25$. B. $(0; 0; 5), R = 25$. C. $(0; 0; -2), R = 5$. D. $(0; 0; 2), R = 5$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 12: Cho số phức $z = 7 + 6i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

- A. 13. B. 84. C. 6. D. 48.

Câu 13: Khối lập phương có cạnh bằng $2a$ thì có thể tích V là

- A. $V = 4a^3$ B. $V = a^3$ C. $V = 8a^3$ D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Câu 14: Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là:

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $Q(-2; -1; -1)$. B. Điểm $N(-2; -1; 3)$. C. Điểm $M(2; 1; -3)$. D. Điểm $P(2; 1; 1)$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $2 - 3i$ là:

- A. -2. B. 2. C. 3. D. -3.

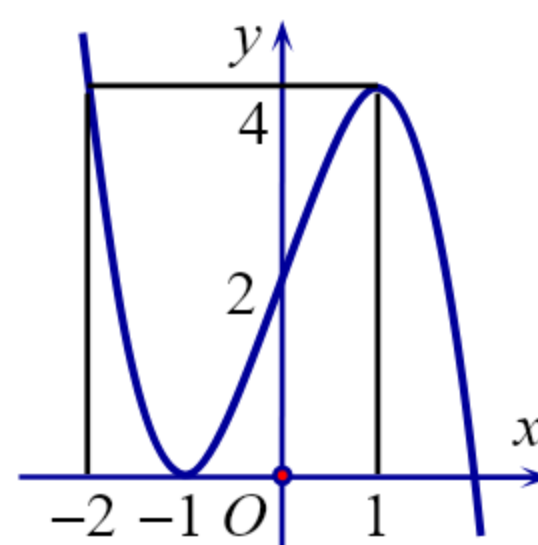
Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 6π . B. 108π . C. 36π . D. 18π .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $Q(2; 2; 3)$. B. Điểm $N(2; -2; -3)$. C. Điểm $M(1; 2; -3)$. D. Điểm $P(1; 2; 3)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-1; 0)$. B. $(0; -1)$. C. $(1; 4)$. D. $(0; 2)$.

Câu 20: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 21: Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

Câu 22: Cho đa giác đều có 10 cạnh. Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là

- A. 720 B. 60 C. 240 D. 120

Câu 23: Cho $\int 2x \, dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = 2$. B. $F'(x) = 2x$. C. $F'(x) = x^2$. D. $F'(x) = 2x^2$.

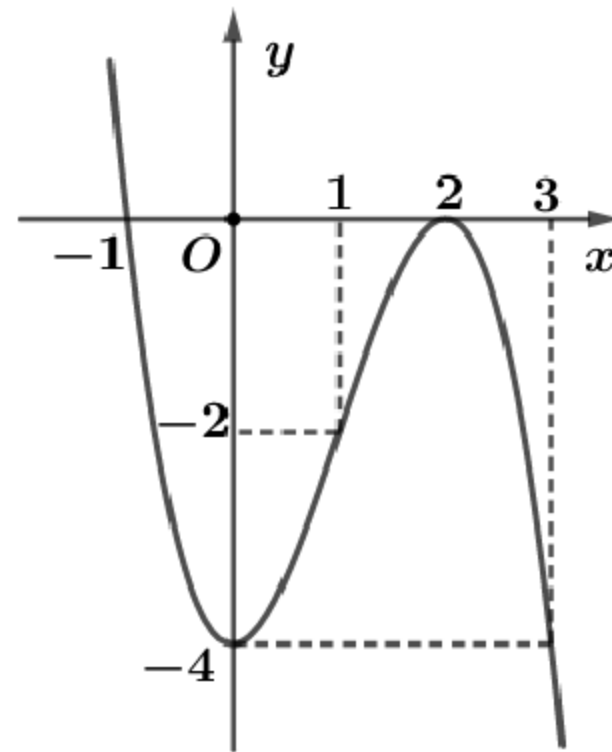
Câu 24: Nếu $\int_0^6 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^6 [x + f(x)] dx$ bằng

A. 6. B. 39. C. 21. D. 9.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ là

A. $2x^4 - 3x^3 - x + C$. B. $2x^2 - 3x + C$. C. $\frac{1}{2}x^4 - x^3 - x + C$. D. $6x^2 - 6x + C$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 5. C. -3. D. 1.

Câu 28: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 - 16b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 b$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 16$. D. $P = \sqrt{2}$.

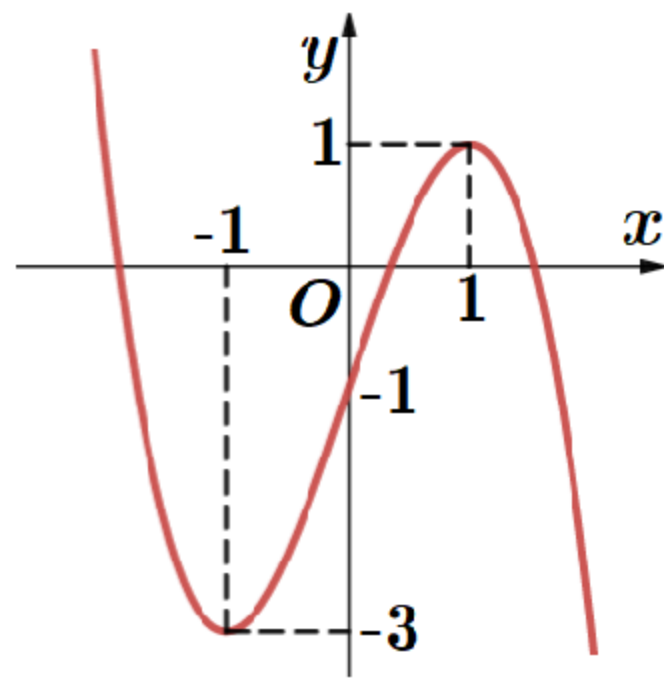
Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi \ln \sqrt{3}$. C. $\frac{8\pi}{9}$. D. $\pi \ln 3$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $AC = a\sqrt{2}$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- A. 90^0 . B. 30^0 . C. 60^0 . D. 45^0 .

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

- A. 12 B. 11 C. 13 D. 14

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x-4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;2)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(2;4)$. D. $(0;1)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 34: Biết phương trình $2\log_2 x+3\log_x 2=7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức

$$T=(x_1)^{\frac{x_2}{4}}$$

- A. $T=4$. B. $T=2$. C. $T=\sqrt{2}$. D. $T=8$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó?

- A. $I(3;-2)$. B. $I(-3;2)$. C. $I(3;2)$. D. $I(-3;-2)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;-2;2)$ và song song với

đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng (d) là

- A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+t \\ z=2-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=2+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) có tọa độ

- A. $M_1(3;0;0)$. B. $M_2(3;-2;1)$. C. $M_4(0;2;-1)$. D. $M_3(-3;2;-1)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $BC=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $2a$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}a$. D. a .

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2023}(x\sqrt{x^2+5}-x^2) \leq \sqrt{x^2+5}-4x$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

$Oxyz$,

$A(4; -2; 4) \quad B(-2; 6; 4)$

$$d : \begin{cases} x = 5 \\ y = -1. \\ z = t \end{cases} \quad \text{Gọi}$$

Câu 49: Trong không gian cho hai điểm , và đường thẳng d .
 M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d .
Tìm giá trị nhỏ nhất của MN .

- A. 2 B. 8. C. $\sqrt{73}$. D. $5\sqrt{3}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-23; 23)$ để hàm số
 $y = |x^4 - 2x^2 + (a+1)x + a^2 - 4|$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 32. B. 24. C. 23. D. 22.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.D	5.B	6.B	7.A	8.B	9.A	10.D
11.D	12.B	13.C	14.B	15.D	16.D	17.D	18.C	19.A	20.A
21.A	22.D	23.B	24.C	25.C	26.D	27.C	28.B	29.D	30.B
31.B	32.A	33.A	34.B	35.A	36.D	37.D	38.A	39.A	40.D
41.C	42.B	43.C	44.B	45.D	46.C	47.A	48.A	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức \bar{z} là điểm nào sau đây?

- A. $Q(-3; -2)$. B. $M(3; 2)$. C. $N(-3; 2)$. **D. $P(3; -2)$.**

Lời giải

Giả thiết $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$

Suy ra điểm biểu diễn số phức $\bar{z} = 3 - 2i$ có tọa độ $(3; -2)$

Câu 2: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là.

- A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ D. $y' = \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{3}}$ là

- A. $y' = \frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}}$. B. $y' = \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}}$. C. $y' = \frac{5}{3} x^{-\frac{2}{3}}$. **D. $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$.**

Lời giải

Ta có $y' = \left(x^{\frac{5}{3}}\right)' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 27$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(-\infty; 7)$. C. $(-\infty; -1)$. **D. $(-\infty; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có bất phương trình $3^{x+2} < 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} < 3^3 \Leftrightarrow x+2 < 3 \Leftrightarrow x < 1$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1)$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 17$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{15}{2}$. **B. 5**. C. 3. D. 15.

Lời giải

Ta có $u_4 = u_1 + 3d \Rightarrow d = \frac{u_4 - u_1}{3} = \frac{17 - 2}{3} = 5$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ là

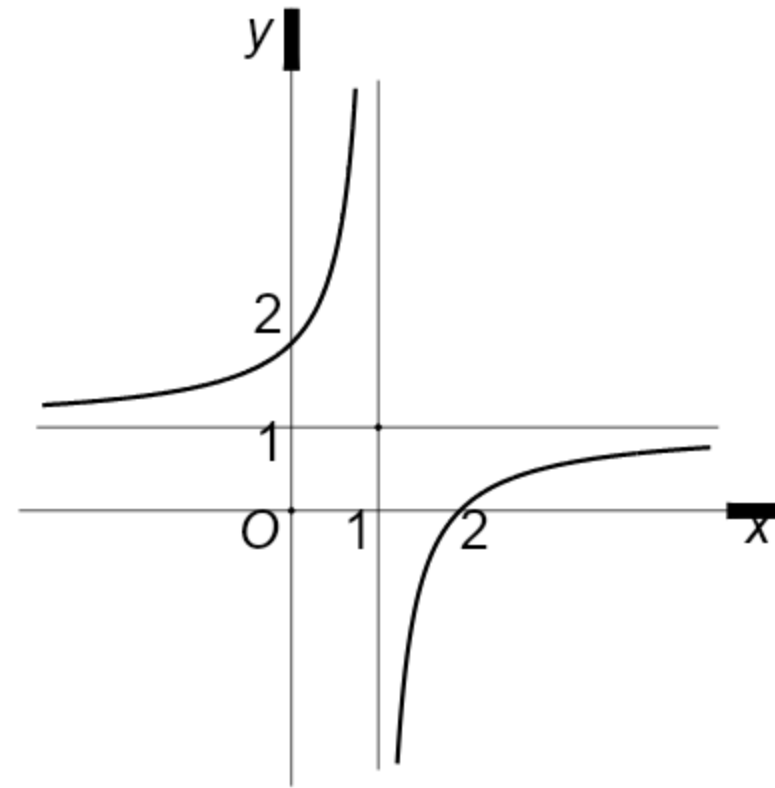
- A. $n = (6; 12; 4)$. B. $n = (3; 6; -2)$. C. $n = (3; 6; 2)$. D. $n = (-2; -1; 3)$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (6; 12; -4)$. Trong 4 phương án, $\vec{n} = (3; 6; -2)$ cùng phương với vector $\vec{n}_1 = (6; 12; -4)$ nên $\vec{n} = (3; 6; -2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng: $6x + 12y - 4z + 5 = 0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A.** $(0; 2)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; 2)$.

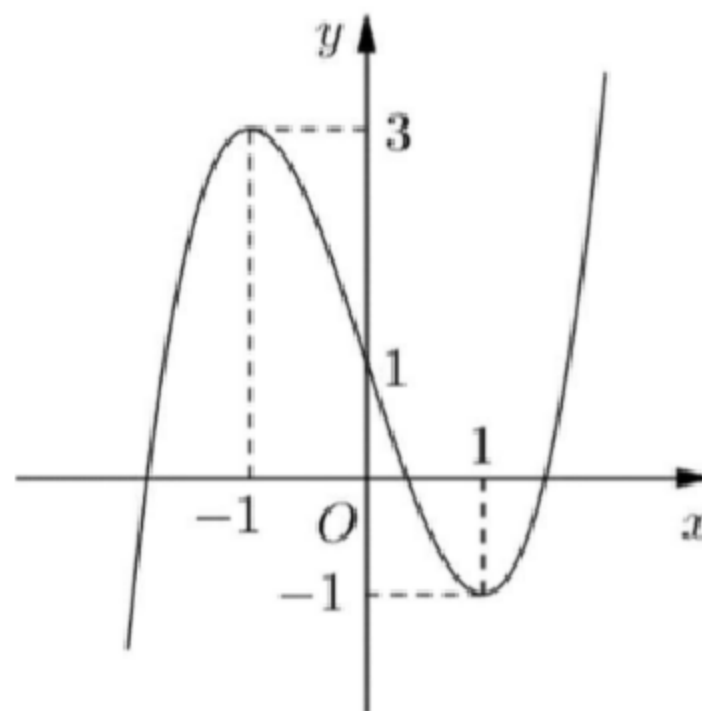
Câu 8: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3, \int_{-1}^2 g(x) dx = 5$ thì $\int_{-1}^2 [2g(x) - 3f(x)] dx$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** -9. **D.** 19.

Lời giải

$$\text{Xét } \int_{-1}^2 [2g(x) - 3f(x)] dx = 2 \int_{-1}^2 g(x) dx - 3 \int_{-1}^2 f(x) dx = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 1.$$

Câu 9: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ và cắt Oy tại $(0; 1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 25$. Tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

- A.** $(0; 2; 0), R = 25$. **B.** $(0; 0; 5), R = 25$. **C.** $(0; 0; -2), R = 5$. **D.** $(0; 0; 2), R = 5$.

Lời giải

(S): $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 25$ có tâm $I(0; 0; 2)$ và bán kính $R = 5$.

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng
A. 30° B. 45° C. 60° **D. 90°**

Lời giải

Chọn D

Ta có vector pháp tuyến của (Oxy) và (Oxz) lần lượt là \vec{k} và \vec{j} .

Vì $\vec{k} \perp \vec{j}$ nên $\left((Oxy); (Oxz) \right) = 90^\circ$.

- Câu 12:** Cho số phức $z = 7 + 6i$, phần ảo của số phức z^2 bằng
A. 13. **B. 84.** C. 6. **D. 48.**

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 = (7 + 6i)^2 = 13 + 84i$ nên phần ảo bằng 84.

- Câu 13:** Khối lập phương có cạnh bằng $2a$ thì có thể tích V là
A. $V = 4a^3$ B. $V = a^3$ **C. $V = 8a^3$** D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Lời giải

Khối lập phương có cạnh bằng $2a$ thì có thể tích $V = (2a)^3 = 8a^3$.

- Câu 14:** Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là:
A. $V = 4a^3$. **B. $V = 2a^3$.** C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Lời giải

Do khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc nên $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = 2a^3$.

- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 16$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. Điểm $Q(-2; -1; -1)$. B. Điểm $N(-2; -1; 3)$. C. Điểm $M(2; 1; -3)$. **D. Điểm $P(2; 1; 1)$.**

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(2; 1; 1)$ vào phương trình mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Ta có mặt cầu (S) đi qua điểm P .

- Câu 16:** Phần ảo của số phức $2 - 3i$ là:
A. -2 . B. 2 . C. 3 . **D. -3 .**

Lời giải

Phần ảo của số phức $2 - 3i$ là -3 .

- Câu 17:** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
A. 6π . B. 108π . C. 36π . **D. 18π .**

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. Điểm $Q(2;2;3)$. **B.** Điểm $N(2;-2;-3)$. **C.** Điểm $M(1;2;-3)$. **D.** Điểm $P(1;2;3)$.

Lời giải

Với điểm $Q(2;2;3)$ ta có

$$\begin{cases} 2 = 1 + 2t \\ 2 = 2 - 2t \\ 3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2t \\ 0 = -2t \\ 6 = -3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = 0 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow Q \notin d$$

Với điểm $N(2;-2;-3)$ ta có

$$\begin{cases} 2 = 1 + 2t \\ -2 = 2 - 2t \\ -3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2t \\ -4 = -2t \\ 0 = -3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = 2 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow N \notin d$$

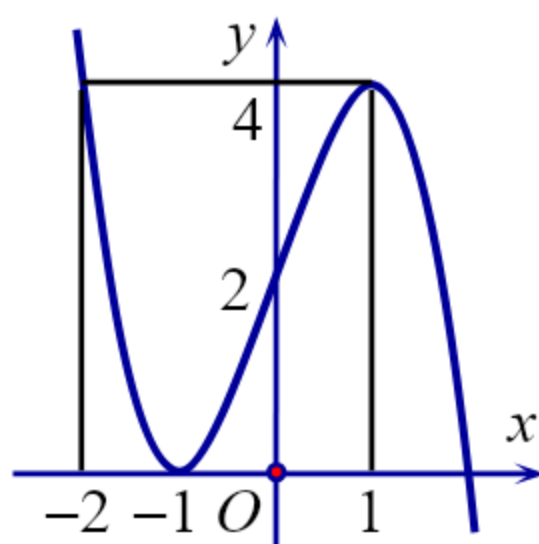
Với điểm $M(1;2;-3)$ ta có

$$\begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ 2 = 2 - 2t \\ -3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 2t \\ 0 = -2t \\ 0 = -3t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M \in d$$

Với điểm $P(1;2;3)$ ta có

$$\begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ 2 = 2 - 2t \\ 3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 2t \\ 0 = -2t \\ 6 = -3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow P \notin d$$

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;0)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(-1;0)$.

Câu 20: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình
A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left. \begin{matrix} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \end{matrix} \right\} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 21: Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$
A. $x > 9$. **B.** $1 < x < 9$. **C.** $x > 10$. **D.** $1 < x < 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$

$$\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x > 9$.

- Câu 22:** Cho đa giác đều có 10 cạnh. Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là
A. 720 B. 60 C. 240 **D. 120**

Lời giải

Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là $C_{10}^3 = 120$

- Câu 23:** Cho $\int 2x \, dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?
A. $F'(x) = 2$ **B. $F'(x) = 2x$** C. $F'(x) = x^2$ D. $F'(x) = 2x^2$

Lời giải

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(x) = f(x)$. Vậy $F'(x) = 2x$.

- Câu 24:** Nếu $\int_0^6 f(x) \, dx = 3$ thì $\int_0^6 [x + f(x)] \, dx$ bằng
A. 6. B. 39. **C. 21.** D. 9.

Lời giải

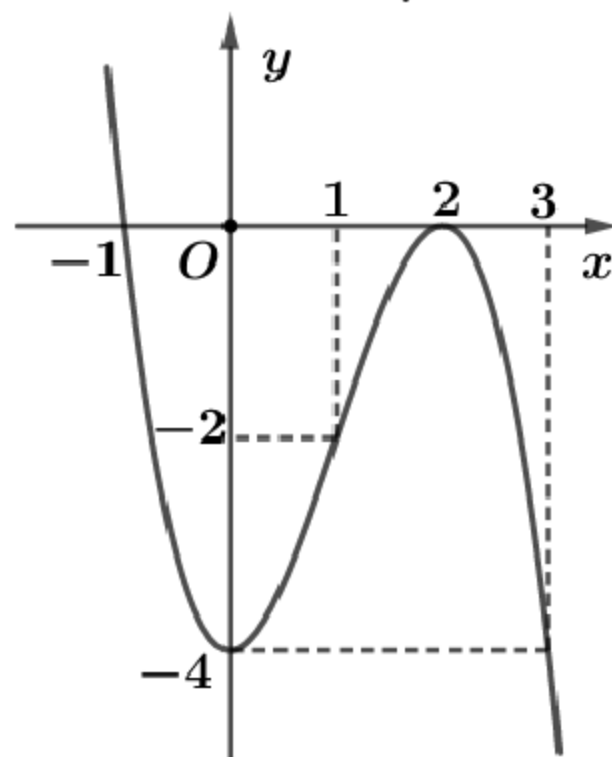
$$\text{Ta có } \int_0^6 [x + f(x)] \, dx = \int_0^6 x \, dx + \int_0^6 f(x) \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^6 + 3 = 21$$

- Câu 25:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ là
A. $2x^4 - 3x^3 - x + C$ B. $2x^2 - 3x + C$ **C. $\frac{1}{2}x^4 - x^3 - x + C$** D. $6x^2 - 6x + C$

Lời giải

$$\text{Ta có } \int f(x) \, dx = \int (2x^3 - 3x^2 - 1) \, dx = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x + C$$

- Câu 26:** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. **D. $(0; 2)$.**

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến khoảng $(0; 2)$.

- Câu 27:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 5 . C. -3 . D. 1 .

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -3 .

Câu 28: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 - 16b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 b$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 16$. D. $P = \sqrt{2}$.

Lời giải

$$P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 \frac{a^2}{16} = 2 \log_2 a - 2 \log_2 a + \log_2 16 = \log_2 16 = 4$$

(H)

Câu 29: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi \ln \sqrt{3}$. C. $\frac{8\pi}{9}$. D. $\pi \ln 3$.

Lời giải

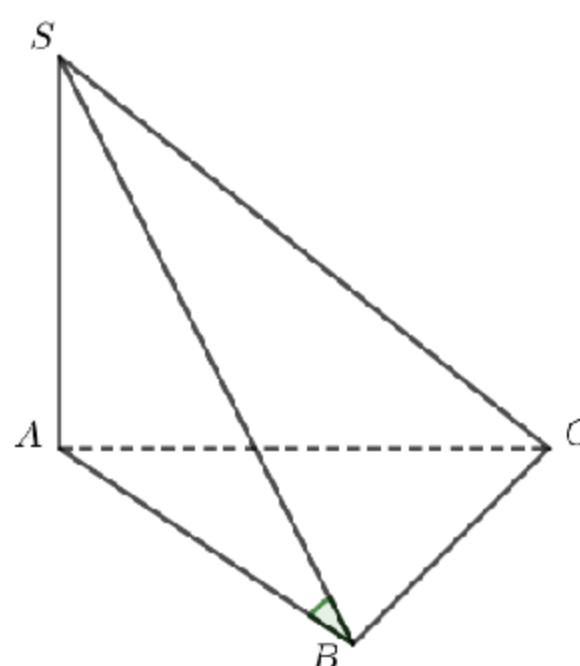
$$V = \pi \int_0^2 \left[\frac{1}{\sqrt{x+1}} \right]^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx = \pi \ln(x+1) \Big|_0^2 = \pi \ln 3$$

Thể tích khối tròn xoay bằng

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $AC = a\sqrt{2}$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

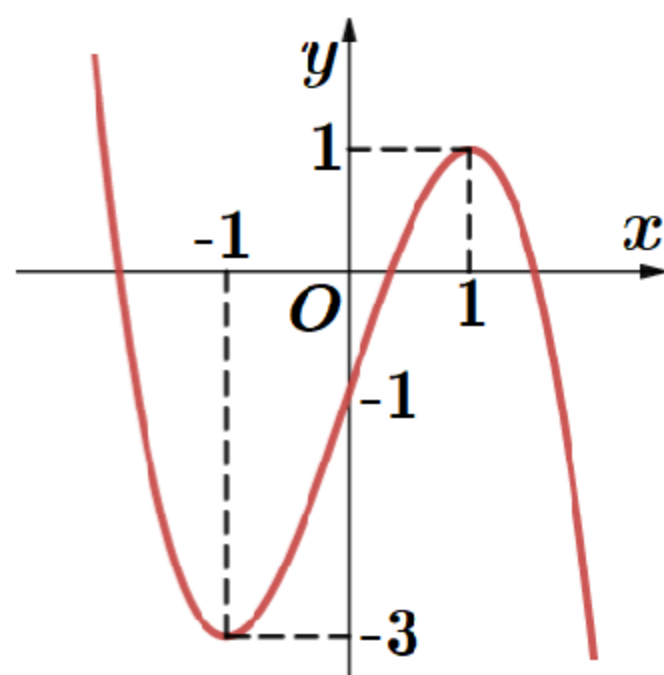


Tam giác ABC vuông cân tại B mà $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = BC = a$.

Ta có $(SBC) \cap (ABC) = BC$ và $BC \perp (SAB)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)

là góc \widehat{SBA} . Trong tam giác vuông SBA có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

- A. 12 B. 11 C. 13 D. 14

Lời giải

Chọn B

Ta có $3f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m-1}{3}$.

Để phương trình $f(x)=\frac{m-1}{3}$ hay $3f(x)+1=m$ có nhiều nghiệm nhất $\Leftrightarrow -3 < \frac{m-1}{3} < 1 \Leftrightarrow -8 < m < 4$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x-4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;2)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(2;4)$. D. $(0;1)$.

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x-4)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=4 \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh thành một hàng có ^{10}P cách $\Rightarrow n(\Omega)=10!$

Gọi biến cố A: “Xếp 10 học sinh thành một hàng sao cho A và B đứng cạnh nhau”.

Xem A và B là nhóm X.

Xếp X và 8 học sinh còn lại có $9!$ cách.

Hoán vị A và B trong X có $2!$ cách.

Vậy có $9!2!$ cách $\Rightarrow n(A)=9!2!$

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{5}$.

Câu 34: Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{\frac{x_2}{4}}$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2$. C. $T = \sqrt{2}$. D. $T = 8$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0, x \neq 1$

Ta có $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7 \Leftrightarrow 2\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} = 7 \Leftrightarrow 2(\log_2 x)^2 - 7\log_2 x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{1}{2} \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = 8 \end{cases} \text{ (thoả mãn)}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = \sqrt{2}; x_2 = 8$.

Khi đó: $T = (x_1)^{\frac{x_2}{4}} = (\sqrt{2})^{\frac{8}{4}} = (\sqrt{2})^2 = 2$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó?

- A. $I(3; -2)$. B. $I(-3; 2)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(-3; -2)$.

Lời giải

Cách 1.

Đặt $w = x + yi$. Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z$.

$$\Leftrightarrow x + yi = 3 - 2i + (2 - i)z$$

$$\Leftrightarrow (2 - i)z = (x - 3) + (y + 2)i$$

$$\Leftrightarrow (4 - i^2)z = [(x - 3) + (y + 2)i] \cdot (2 + i)$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2x - y - 8}{5} + \frac{x + 2y + 1}{5}i$$

Vì $|z|=2$ nên $\left(\frac{2x - y - 8}{5}\right)^2 + \left(\frac{x + 2y + 1}{5}\right)^2 = 4$.

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 20$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 20$$

Vậy tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(3; -2)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1; -2; 2)$ và song song với

đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng (d) là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1; -2; 2)$ và song song với đường thẳng Δ nên (d) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

$$(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) có tọa độ

- A. $M_1(3; 0; 0)$. B. $M_2(3; -2; 1)$. C. $M_4(0; 2; -1)$. **D. $M_3(-3; 2; -1)$.**

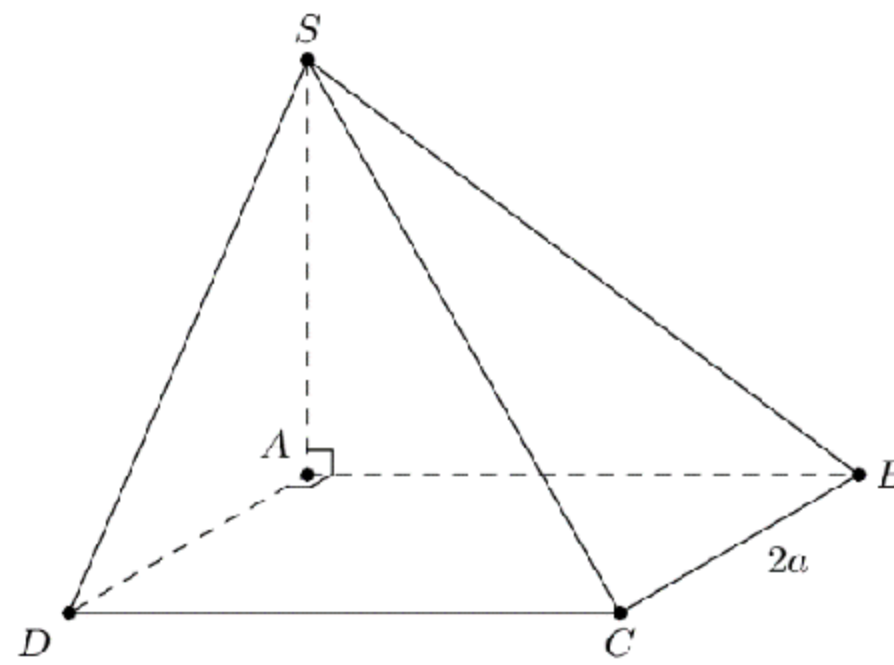
Lời giải

Điểm đối xứng với điểm $M(3; 2; -1)$ qua mặt phẳng (yOz) là điểm $M_3(-3; 2; -1)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $BC = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $2a$.** B. $a\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}a$. D. a .

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD$.

Khi đó $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$.

Do đó $d(D, (SAB)) = AD = BC = 2a$.

Vậy $d(D, (SAB)) = 2a$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2023} (x\sqrt{x^2 + 5} - x^2) \leq \sqrt{x^2 + 5} - 4x$ là:

A. 0. **B. 1.** **C. 2.** **D. 3.**

Lời giải

Ta có:

$$\log_{2023} (x\sqrt{x^2 + 5} - x^2) \leq \sqrt{x^2 + 5} - 4x \Leftrightarrow \log_{2023} (x\sqrt{x^2 + 5} - x^2) - \sqrt{x^2 + 5} + 4x \leq 0$$

Đặt $f(x) = \log_{2023} (x\sqrt{x^2 + 5} - x^2) - \sqrt{x^2 + 5} + 4x$. Khi đó,

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\sqrt{x^2+5} + x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}} - 2x}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2+5} + 5}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{(\sqrt{x^2+5} - x)^2}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4
\end{aligned}$$

Suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in \square$.

Do đó, f đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do $x > 0, x \in \square$ nên $x \geq 1$ suy ra $f(x) \geq f(1) \approx 1,6 > 0$.

Vậy bất phương trình $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbf{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbf{R} thỏa

$$3F(8) + G(8) = 9 \quad 3F(0) + G(0) = 3$$

mãn và . Khi đó $\int_0^2 f(4x) dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{4}$. C. 6. **D. $\frac{3}{8}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $G(x) = F(x) + C$

$$\begin{cases} 3F(8) + G(8) = 9 \\ 3F(0) + G(0) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4F(8) + C = 9 \\ 4F(0) + C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow F(8) - F(0) = \frac{3}{2}.$$

Vậy:

$$\int_0^2 f(4x) dx = \frac{1}{4} \int_0^8 f(x) dx = \frac{F(8) - F(0)}{4} = \frac{3}{8}.$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2021; 2021)$ để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 2023$ có hai điểm cực trị?

- A. 4040. B. 4042. **C. 2023.** D. 2021.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + m$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3.$$

$$\Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; \dots; 2020\}.$$

Vậy có 2023 giá trị nguyên m .

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 3$ và $w = 2z + 3 - 2i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $6 - 3\sqrt{5}$. **B. $6 + 3\sqrt{5}$.** C. 7. D. $3\sqrt{5}$.

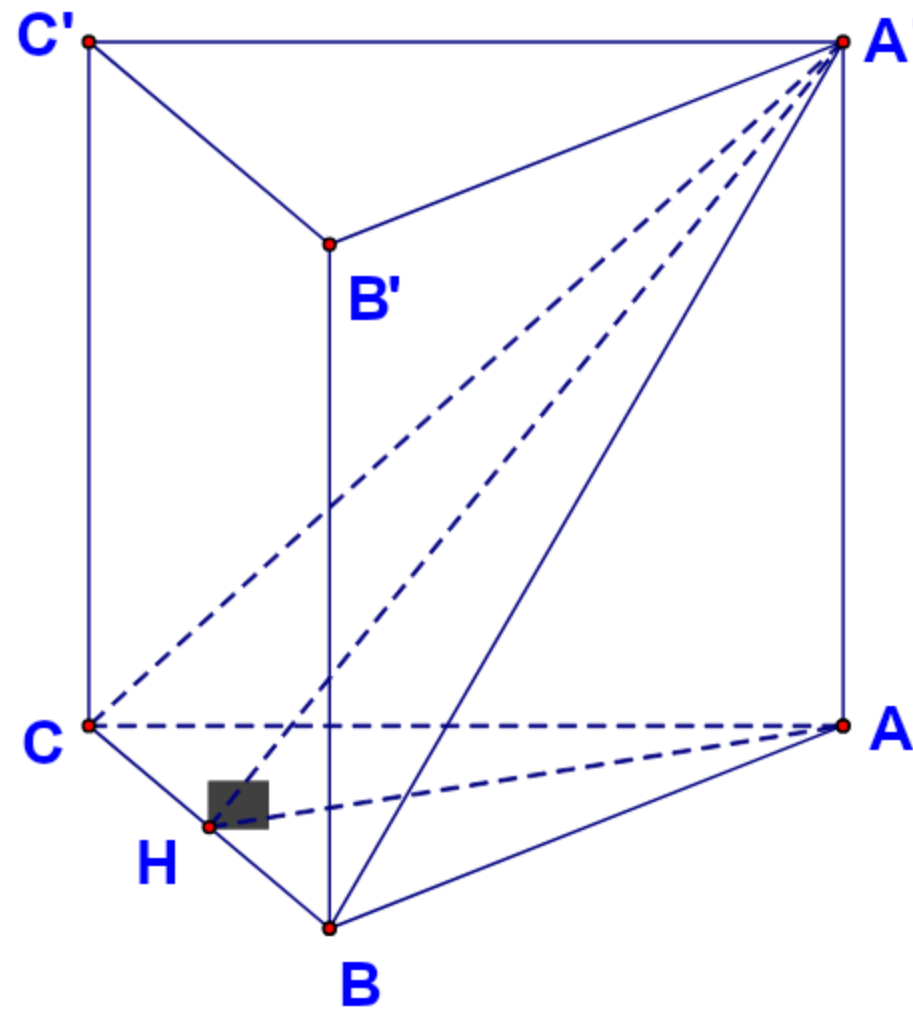
Lời giải

$$\text{Ta có } |w| = |2z + 3 - 2i| = |2(z + 3 - 4i) - 3 + 6i| \leq |2(z + 3 - 4i)| + |-3 + 6i|$$

$$= 6 + \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = 6 + 3\sqrt{5}$$

- Câu 43:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ đều và diện tích bằng $\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $2\sqrt{3}$ B. 6 C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Lời giải



Trong (ABC) vẽ $AH \perp BC$ tại H .

Dễ thấy $BC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp A'H$ nên $((A'BC), (ABC)) = (A'H, AH) = \angle A'HA = 30^\circ$.

Tam giác $A'BC$ đều có $A'H$ là đường cao nên đồng thời là đường trung tuyến.

Ta có $AH = \frac{A'A}{\tan 30^\circ} = A'A \cdot \sqrt{3}$ và $A'H = \frac{A'A}{\sin 30^\circ} = 2A'A$.

Diện tích $S_{A'BC} = BC^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow BC^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow BC^2 = 4 \Rightarrow BC = 2$.

Mà $A'H = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow A'A = \frac{\sqrt{3}}{2}; AH = \frac{3}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = A'A \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

- Câu 44:** Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $[f(x) + xf'(x)]^2 = 4f(x), \forall x \in [1; 4]$. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$.

- A. $4 - 2\ln 2$ B. $4 + 2\ln 2$ C. $4 + \ln 2$ D. $4 - \ln 2$.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $(f(x) + xf'(x))^2 = 4f(x) \Rightarrow \frac{(f(x) + xf'(x))^2}{4f(x)} = 1 \Rightarrow \frac{(f(x) + xf'(x))^2}{4xf(x)} = \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \frac{f(x) + xf'(x)}{2\sqrt{xf(x)}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{(x)' f(x) + xf'(x)}{2\sqrt{xf(x)}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{(xf(x))'}{2\sqrt{xf(x)}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow (\sqrt{xf(x)})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{xf(x)} = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \Rightarrow \sqrt{xf(x)} = 2\sqrt{x} + C.$$

+) Lại có $f(1) = 1 \Rightarrow C = -1 \Rightarrow \sqrt{xf(x)} = 2\sqrt{x} - 1 \Rightarrow f(x) = \frac{(2\sqrt{x} - 1)^2}{x}$.

+) Do đó $S = \int_1^4 \frac{(2\sqrt{x} - 1)^2}{x} dx = \int_1^4 \left(4 - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) dx = 4x \Big|_1^4 - 8\sqrt{x} \Big|_1^4 + \ln x \Big|_1^4 = 4 + 2 \ln 2$.

Câu 45: Trong tập các số phức, cho phương trình $(z - 3)^2 - 9 + m = 0, m \in \square$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\overline{z_1 \cdot z_1} = z_2 \cdot z_2$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \square$?

A. 13 B. 11. C. 12. D. 10.

Ta xét phương trình: $(z - 3)^2 = 9 - m_0$.

TH1: Nếu $m_0 = 9 \Rightarrow z = 3$. Hay phương trình chỉ có một nghiệm. Trường hợp này không thỏa điều kiện bài toán.

TH2: Nếu $m_0 < 9$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thực $z_1 = 3 - \sqrt{9 - m_0}, z_2 = 3 + \sqrt{9 - m_0}$

Do: $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Leftrightarrow (3 - \sqrt{9 - m_0})^2 = (3 + \sqrt{9 - m_0})^2$

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{9 - m_0} = 3 + \sqrt{9 - m_0} \\ 3 - \sqrt{9 - m_0} = -3 - \sqrt{9 - m_0} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{9 - m_0} = 0 \Leftrightarrow m_0 = 9$$

TH3: Nếu $m_0 > 9$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phức liên hợp là:

$$z_1 = 3 - i\sqrt{m_0 - 9}, z_2 = 3 + i\sqrt{m_0 - 9}.$$

Khi đó $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2} = 3^2 + (\sqrt{m_0 - 9})^2$

Do đó $m_0 > 9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do bài toán đòi hỏi $m \in (0; 20)$ nên $m \in \{10; 11; \dots; 19\}$. Vậy có 10 giá trị thỏa mãn.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. Gọi

là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khoảng cách từ điểm $M(5; -1; 3)$ đến (P) bằng

A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy $B(2; 1; 1) \in d$ ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 0; -1)$.

Ta có $[\overrightarrow{AB}, u_d] = (2; 4; 4) = 2(1; 2; 2)$

Mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d suy ra $\overrightarrow{n_P} = (1; 2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$

$$d(M, (P)) = \frac{|x_M + 2y_M + 2z_M - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1$$

Vậy

Câu 47: Có bao nhiêu bộ $(x; y)$ với x, y nguyên và $1 \leq x, y \leq 2020$ thỏa mãn

$$(xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) ?$$

A. 4034.

B. 2.

C. 2017.

D. 2017×2020 .

Lời giải

Chọn A

$$+ \text{Điều kiện } \begin{cases} x, y \in \mathbb{N}^* : x, y \leq 2020 \\ \frac{2x+1}{x-3} > 0, \frac{2y}{y+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \in \mathbb{N}^* : x, y \leq 2020 \\ x > 3, y > 0 \end{cases}$$

$$\text{BPT cho có dạng } (x-3)(y-2) \log_2 \left(\frac{x+4}{x-3} + 1 \right) + (x+4)(y+2) \log_3 \left(\frac{y-2}{y+2} + 1 \right) \leq 0$$

+ Xét $y=1$ thì thành $-(x-3) \log_2 \left(\frac{x+4}{x-3} + 1 \right) + 3(x+4) \log_3 \left(\frac{2}{3} \right) \leq 0$, rõ ràng BPT này nghiệm đúng với mọi $x > 3$ vì

$$-(x-3) < 0; \log_2 \left(\frac{x+4}{x-3} + 1 \right) > \log_2(0+1) = 0; 3(x+4) > 0; \log_3 \frac{2}{3} < 0$$

Như vậy trường hợp này cho ta đúng 2017 bộ $(x; y) = (x, 1)$ với $4 \leq x \leq 2020, x \in \mathbb{N}$.

+ Xét $y=2$ thì thành $4(x+4) \log_3 1 \leq 0$, BPT này cũng luôn đúng với mọi x mà $4 \leq x \leq 2020, x \in \mathbb{N}$.

Trường hợp này cho ta 2017 cặp $(x; y)$ nữa.

+ Với $y > 2, x > 3$ thì $VT(*) > 0$ nên không xảy ra.

Vậy có đúng 4034 bộ số $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Khoảng cách từ điểm O' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

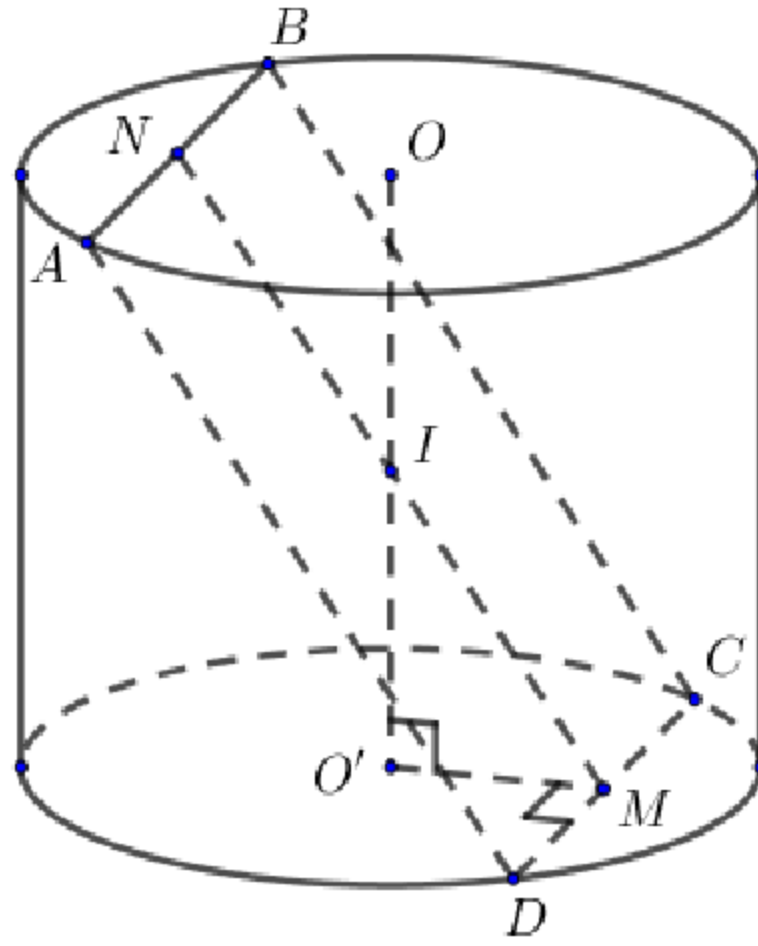
B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB và I là trung điểm của OO' .

Suy ra góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng đáy là $\widehat{IMO'} = 60^\circ$.

Ta có $IM = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}BC = a$.

Xét $\triangle IO'M$ vuông tại O , ta có $O'M = IM \cdot \cos \widehat{IMO'} = \frac{a}{2}$.

Khoảng cách từ điểm O' đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

$$d(O', (ABCD)) = O'M \cdot \sin \widehat{IMO'} = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

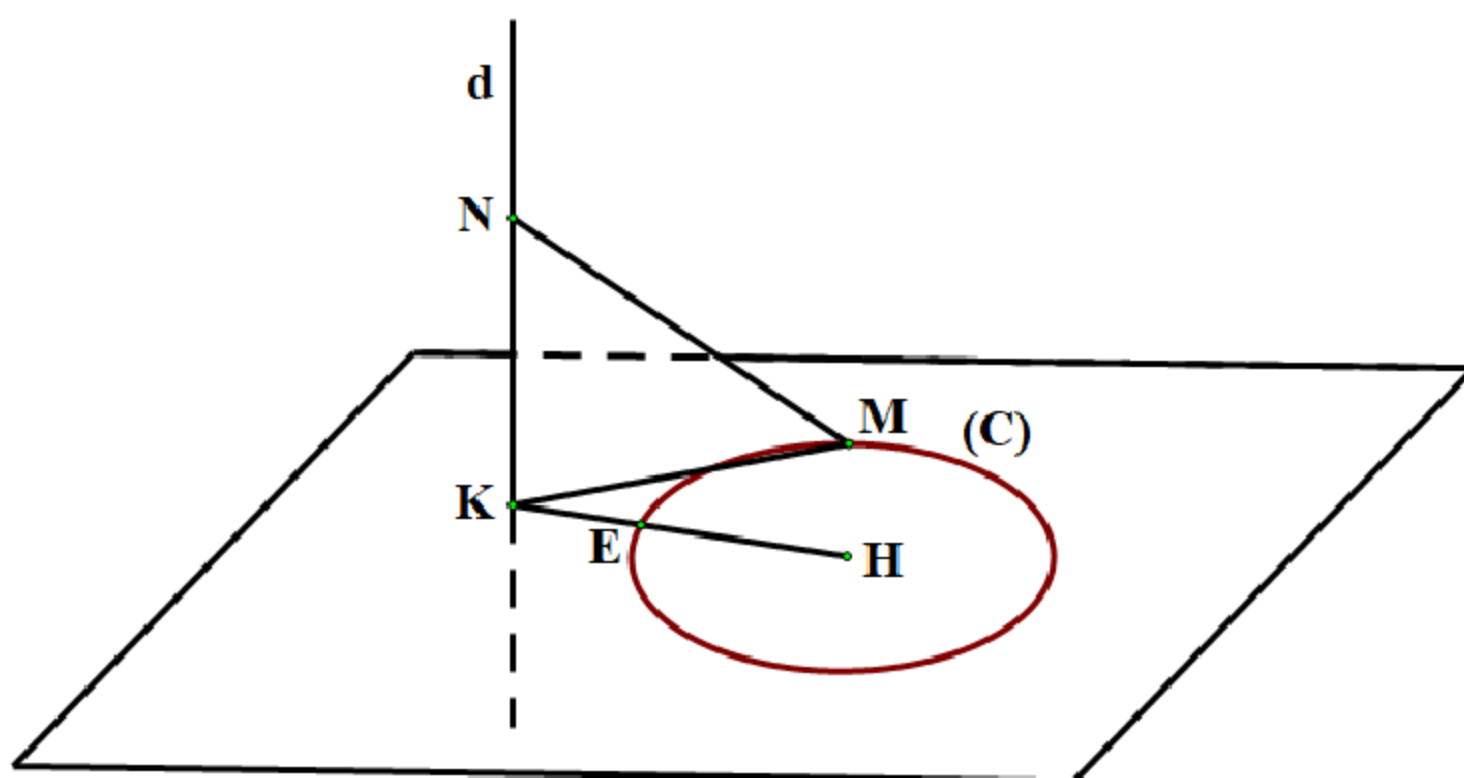
Vậy khoảng cách từ điểm O' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -2; 4)$ và $B(-2; 6; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của MN .

A. 2 **B. 8** **C. $\sqrt{73}$** **D. $5\sqrt{3}$**

Lời giải

Chọn A



$\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M thuộc mặt cầu đường kính AB , có tâm $I(1; 2; 4); R = \frac{AB}{2} = 5$. Mặt khác M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) nên M thuộc đường tròn (C) là giao của mặt cầu

với mặt phẳng (Oxy) . Đường tròn này có tâm $H(1;2;0)$ là hình chiếu của I trên (Oxy) . bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = 3$.

(Oxy)

$$d : \begin{cases} x = 5 \\ y = -1. \\ z = t \end{cases} \text{ suy ra}$$

Gọi K là giao điểm của mặt phẳng và đường thẳng $K(5;-1;0)$, $HK = 5$.

Nhận thấy $d \perp (Oxy)$ tại K . Gọi $E = HK \cap (Oxy)$, E nằm giữa HK ,
Ta có $\forall M \in (C), N \in d : MN \geq MK \geq KE$. Vậy EK là giá trị nhỏ nhất của MN .
Lại có $HE = r = 3 \Rightarrow KE = 2$.

- Câu 50:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-23;23)$ để hàm số $y = |x^4 - 2x^2 + (a+1)x + a^2 - 4|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?
- A. 32. B. 24. C. 23. D. 22.

Lời giải

Xét $f(x) = x^4 - 2x^2 + (a+1)x + a^2 - 4$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x + a + 1$$

Để $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

Trường hợp 1.
$$\begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4x + a + 1 \geq 0, \forall x \in (0;1) \\ a^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \max_{(0;1)}(-4x^3 + 4x - 1) \\ a \leq -2 \\ a \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{-9+8\sqrt{3}}{9} \approx 0.53 \\ a \leq -2 \\ a \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 2$$

Trường hợp 2.
$$\begin{cases} f'(x) \leq 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4x + a + 1 \leq 0, \forall x \in (0;1) \\ a^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \min_{(0;1)}(-4x^3 + 4x - 1) \\ -2 \leq a \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -1 \\ -2 \leq a \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq a \leq -1$$

Vậy có 23 giá trị thoả mãn.

----- **HẾT** -----