ĐỀ THI THỬ	KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA	Bài thi: TOÁN
ĐỀ 13	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*
(Đề thi có 05 trang)	

Câu 1: Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $N(-2;3)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $M(-3;-2)$. **D.** $Q(3;2)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\pi^{x^2+2x}$ là

A. $y'=(2x+2).\pi^{x^2+2x}$.

B. $y'=(2x+2).\dfrac{\pi^{x^2+2x}}{\ln\pi}$.

C. $y'=(2x+2).\pi^{x^2+2x}.\ln\pi$.

D. $y'=\dfrac{(2x+2)}{\pi^{x^2+2x}.\ln\pi}$.

Câu 3: Trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{3}{2}}$ là

A. $\frac{5}{2}(2x-1)^{\frac{2}{5}}$. **B.** $\frac{3}{2}(2x-1)^{\frac{1}{2}}$. **C.** $3(2x-1)^{\frac{1}{2}}$. **D.** $\frac{3}{2}(2x-1)^{-\frac{1}{2}}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4}\geq 1$ ta được tập nghiệm T. Tìm T.

A. $T=[-2;2]$.

B. $T=[2;+\infty)$.

C. $T=(-\infty;-2]$.

D. $T=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

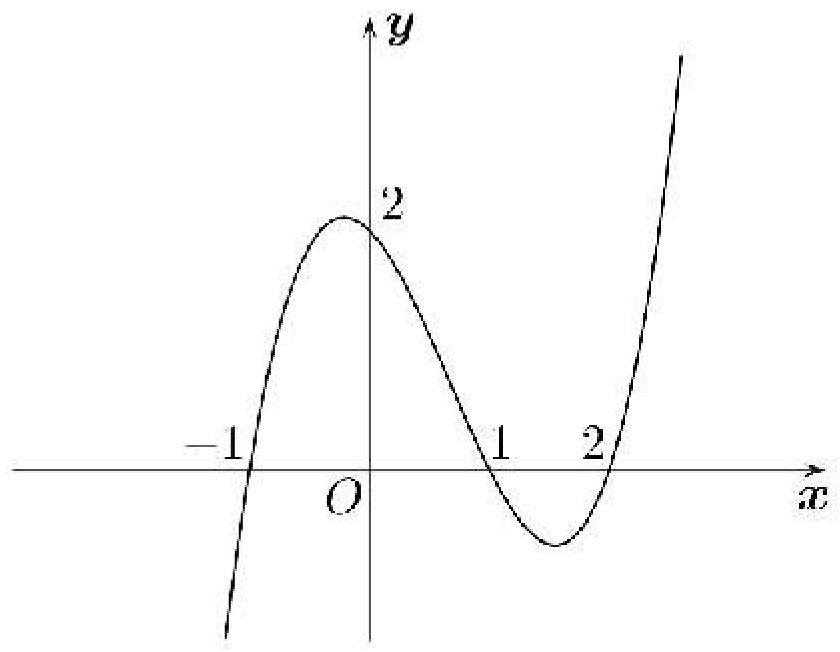
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_5=9$, công bội $q=\frac{1}{3}$. Tìm u_2.

A. 243. **B.** 729. **C.** 81. **D.** 27.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z+12=0$ **B.** $x-2y-3z-6=0$ **C.** $x-2y+3z-12=0$ **D.** $x-2y-3z+6=0$

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là điểm nào trong các điểm sau

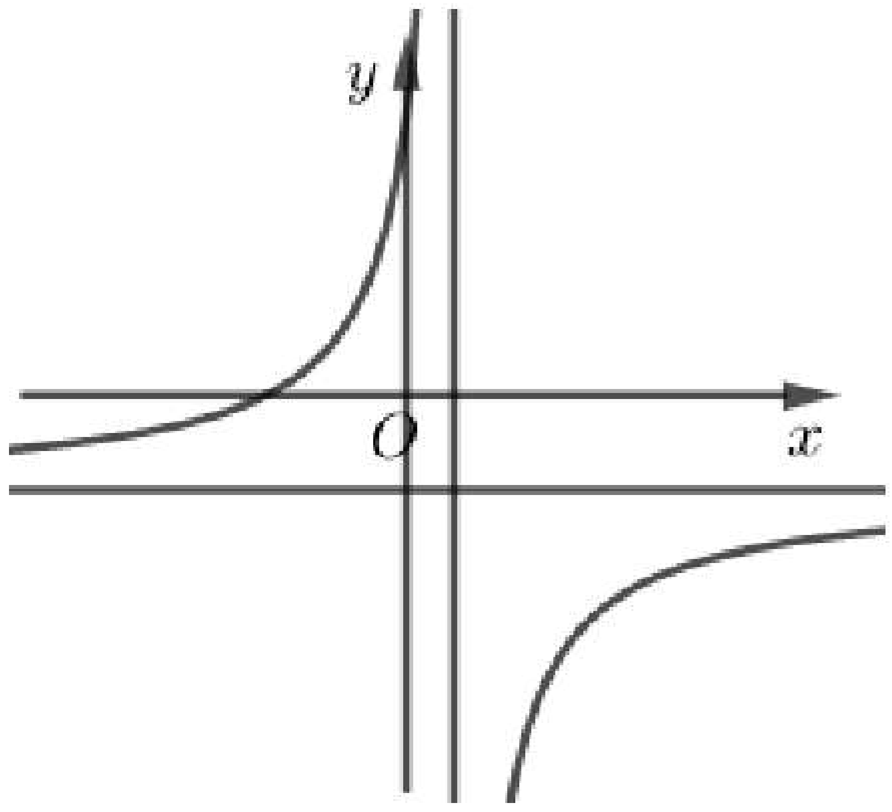


A. $(0;1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=1$, $\int_{-2}^{4} f(t)\,\mathrm{d}t=-4$. Tính $\int_{2}^{4} f(y)\,\mathrm{d}y$.

A. $I=5$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=3$. **D.** $I=-5$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới?



A. $y=\dfrac{2x+3}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{1-2x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{1-2x}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y-z+5=0$ là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng: $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng.

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Câu 12: Cho số phức $z=2-3i$. Số phức $w=\dfrac{z-2}{\overline{z}+2i}$ có phần thực bằng

A. 15. **B.** $-\dfrac{15}{29}$. **C.** -15. **D.** $\dfrac{15}{29}$.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $3;4;5$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3a$ và $AD=4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $12\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1=-1+2i$ và $z_2=4-i$. Khi đó số phức liên hợp của z_1+z_2 là

A. $-3-i$. **B.** $-3+i$. **C.** $3+i$. **D.** $3-i$.

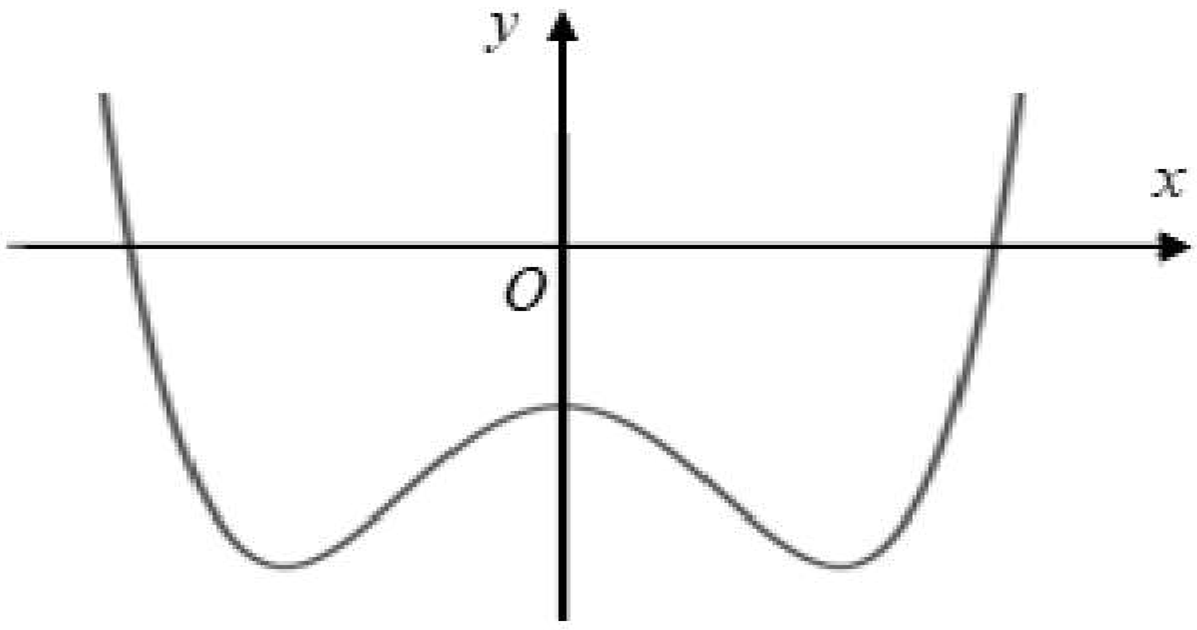
Câu 17: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AC=2a, BC=4a$. Khi xoay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón tạo thành bằng

A. $36\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $N(4;0;-1)$. **B.** $M(1;-2;3)$. **C.** $P(7;2;1)$. **D.** $Q(-2;-4;7)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 20: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A. $y=\frac{2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{2x-2}{x+2}$. **C.** $y=\frac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\frac{1+x}{2-2x}$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right)\geq 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2:+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 22: Cho đa giác lồi 20 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_{20}^3. **B.** $\frac{C_{20}^3}{3!}$. **C.** $20!$. **D.** C_{20}^3.

Câu 23: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

A. 5. **B.** 625. **C.** 25. **D.** 125.

Câu 24: Biết $F(x)=x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^{2}\left[6x+f(x)\right]dx$ bằng

A. $\frac{78}{5}$. **B.** 24. **C.** $\frac{123}{5}$. **D.** 33.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x+\cos 2x$ là

A. $\frac{4^x}{\ln 4}-\frac{\sin 2x}{2}+C$. **B.** $4^x\ln 4+\frac{\sin 2x}{2}+C$. **C.** $4^x\ln 4-\frac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\frac{4^x}{\ln 4}+\frac{\sin 2x}{2}+C$.

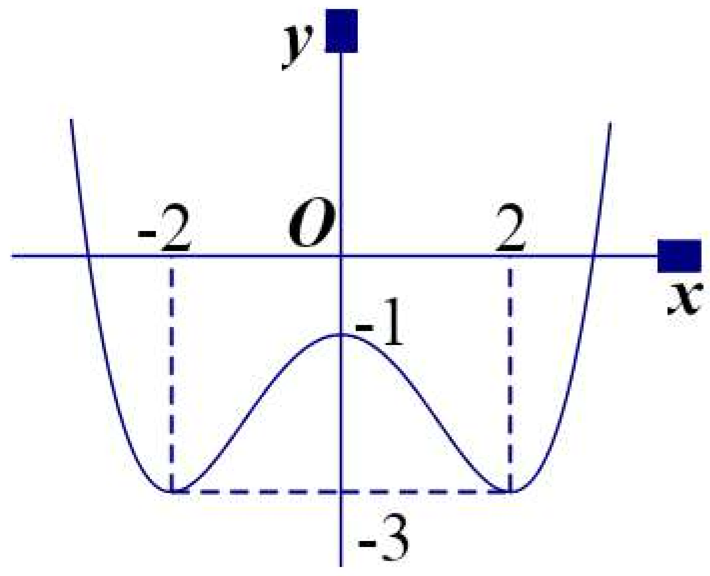
Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 28: Cho $a,b>0$ và $a,b\neq 1$, biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}b^3.\log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 18. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 29: Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x$ quay xung quanh trục Ox.

A. $\pi\int\limits_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ là

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $75°$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f(x)-m=1$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x+4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(-4;1)$. **C.** $(-\infty;-4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 33: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{13}{35}$. **C.** $\frac{9}{35}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x + 2\log_9\left(\frac{x}{9}\right) = 0$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** $\frac{28}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|zi-(2+i)|=2$ là:

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=9$

Câu 36: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;5)$, song song với mặt phẳng $(P):2x+y-9=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\ \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-5}$.

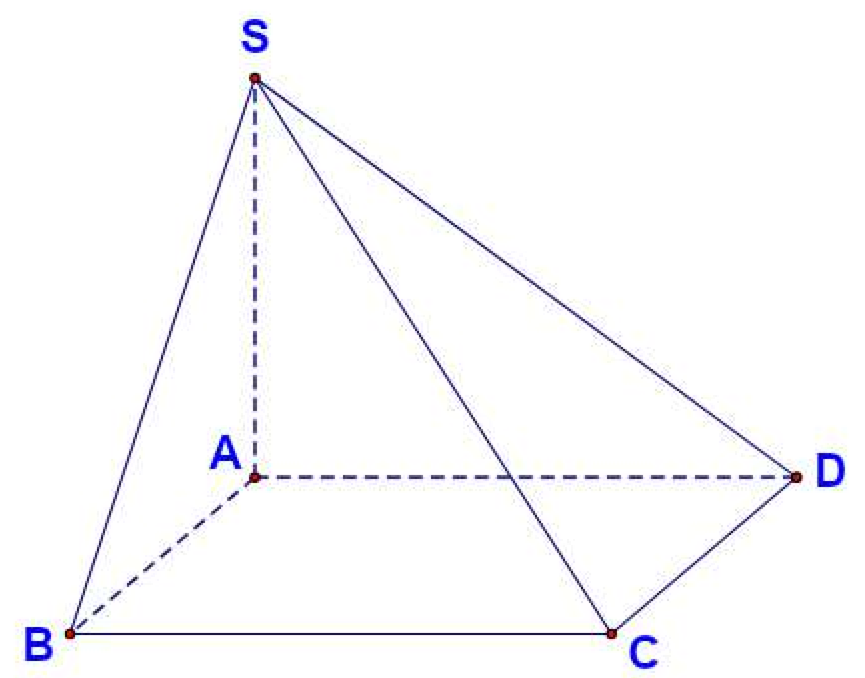
A. $\frac{x+2}{-5}=\frac{y-1}{10}=\frac{z+5}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{5}=\frac{y+1}{10}=\frac{z+5}{1}$.

C. $\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{10}=\frac{z-5}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{-5}=\frac{y+1}{10}=\frac{z-5}{4}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$ và điểm $A(3;0;-1)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P). Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=3$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

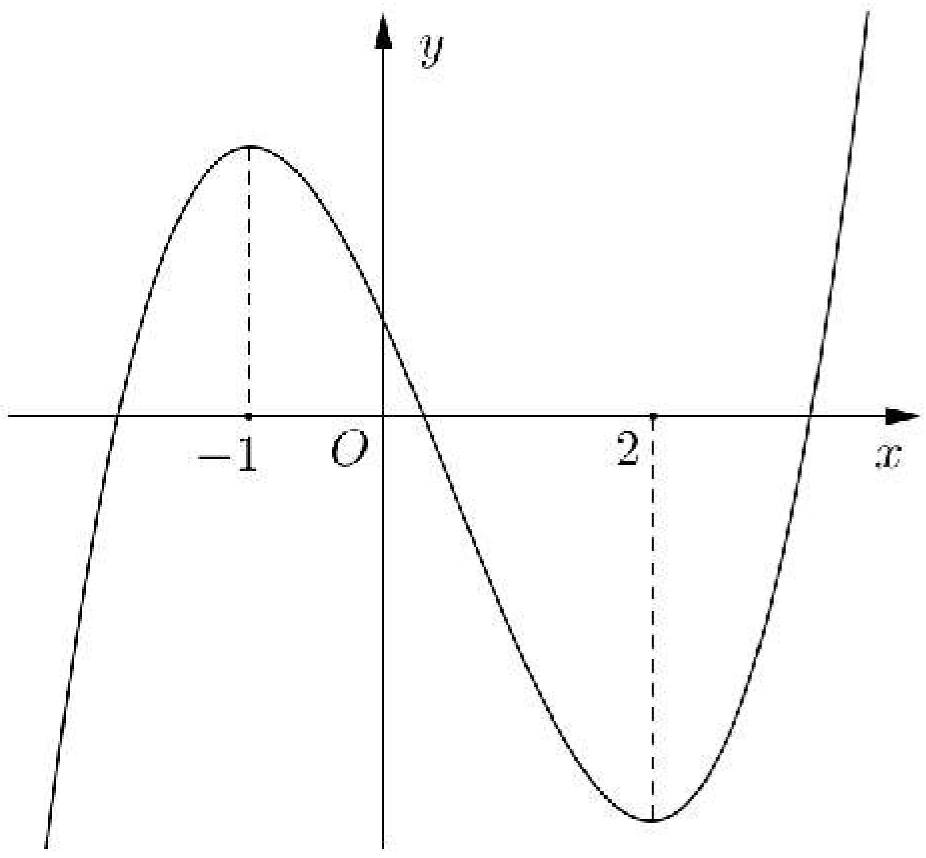
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\sqrt{2\log_3(x+2)}-\sqrt{\log_3(2x^2-1)} \ge (x+1)(x-5)$?

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R thỏa $f(x)=f(2x+1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(3)=4$. Khi đó giá trị của $2F(1)+F(7)$ bằng

A. 12. **B.** -10. **C.** 8. **D.** -6.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(3-5x)$ xác định và liên tục trên □, có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=f(x^3+m)$ có đúng 2 điểm cực trị nằm về 2 phía của đường thẳng $x=2$. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

A. 120. **B.** 105. **C.** -120. **D.** -105.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+1|\ge 1$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|\dfrac{(1+i)z+i+2}{z+1}\right|$ lần lượt là M và m. Khi đó giá trị của $\left(M^2+m^2\right)$ bằng:

A. $4.$ **B.** $8+4\sqrt{3}.$ **C.** $6.$ **D.** $2.$

Câu 43: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{7}$, $\widehat{ABC}=30°$, $AB=AA'$. Gọi M là trung điểm của BB', khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{25a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{25\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}a^3$

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)=x^2+\int_0^1 (x+u)f(u)du$ có đồ thị (C). Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $S=\dfrac{1}{4}$ **B.** $S=\dfrac{1}{3}$. **C.** $S=\dfrac{2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{1}{6}$.

Câu 45: Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là 4 nghiệm phức của phương trình $z^4+(4-m)z^2-4m=0$. Tìm tất cả các giá trị m để $|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=6$.

A. $m=-1$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=\pm 3$ **D.** $m=\pm 1$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+my+(2m+1)z-m-2=0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất ?

A. $a+b=-\frac{1}{2}$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{3}{2}$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $x;y$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$?

A. 2019 **B.** 0 **C.** 2020 **D.** 1

Câu 48: Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đáy sao cho $AB=4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. **B.** $4\sqrt{6}\pi a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **D.** $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2023$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$.

A. $2\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{65}$. **C.** $25\sqrt{97}$. **D.** $205\sqrt{97}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ nghịch biến trến khoảng $(-\infty;-1)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.C	4.A	5.A	6.A	7.B	8.D	9.C	10.D
11.A	12.B	13.D	14.A	15.D	16.D	17.D	18.C	19.A	20.B
21.D	22.D	23.B	24.B	25.D	26.A	27.B	28.B	29.B	30.C
31.B	32.A	33.B	34.C	35.C	36.D	37.D	38.B	39.B	40.B
41.D	42.C	43.C	44.B	45.D	46.D	47.B	48.D	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $N(-2;3)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $M(-3;-2)$. **D.** $Q(3;2)$.

Lời giải

Ta có: $z=3-2i\Rightarrow \overline{z}=3+2i$ nên có điểm biểu diễn là $(3;2)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\pi^{x^2+2x}$ là

A. $y'=(2x+2).\pi^{x^2+2x}$. **B.** $y'=(2x+2).\dfrac{\pi^{x^2+2x}}{\ln\pi}$.

C. $y'=(2x+2).\pi^{x^2+2x}.\ln\pi$. **D.** $y'=\dfrac{(2x+2)}{\pi^{x^2+2x}.\ln\pi}$.

Lời giải

Ta có $y=\pi^{x^2+2x}\Rightarrow y'=(x^2+2x)'.\pi^{x^2+2x}.\ln\pi=(2x+2).\pi^{x^2+2x}.\ln\pi$.

Câu 3: Trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{3}{2}}$ là

A. $\dfrac{5}{2}(2x-1)^{\frac{2}{5}}$. **B.** $\dfrac{3}{2}(2x-1)^{\frac{1}{2}}$. **C.** $3(2x-1)^{\frac{1}{2}}$. **D.** $\dfrac{3}{2}(2x-1)^{-\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Ta có: $\left[(2x-1)^{\frac{3}{2}}\right]'=\dfrac{3}{2}(2x-1)^{\frac{1}{2}}(2x-1)'=\dfrac{3}{2}.2.(2x-1)^{\frac{1}{2}}=3(2x-1)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x^2-4}\geq 1$ ta được tập nghiệm T. Tìm T.

A. $T=[-2;2]$. **B.** $T=[2;+\infty)$.

C. $T=(-\infty;-2]$. **D.** $T=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

Lời giải

Bất phương trình $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x^2-4}\geq 1\Leftrightarrow x^2-4\leq 0\Leftrightarrow x\in[-2;2]$

Vậy tập nghiệm $T=[-2;2]$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 9$, công bội $q = \frac{1}{3}$. Tìm u_2.

A. 243. **B.** 729. **C.** 81. **D.** 27.

Lời giải

Ta có $u_5 = u_1.q^4 \Rightarrow 9 = u_1.\left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow u_1 = 729$.

$u_2 = u_1.q = 729.\frac{1}{3} = 243$.

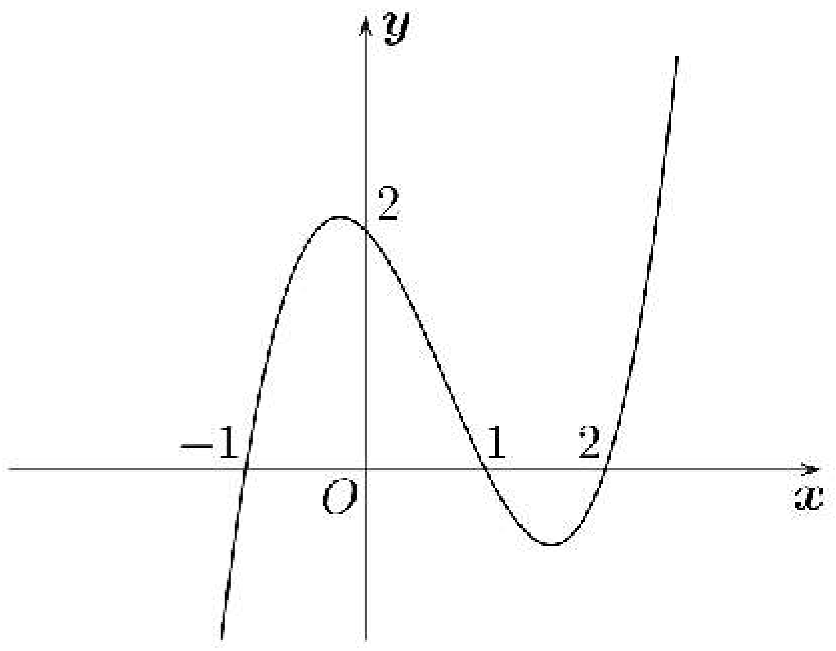
Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z+12=0$ **B.** $x-2y-3z-6=0$ **C.** $x-2y+3z-12=0$ **D.** $x-2y-3z+6=0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (1;-2;3)$ là $1(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là điểm nào trong các điểm sau



A. $(0;1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại các điểm có tọa độ $(1;0),(2;0),(-1;0)$.

Câu 8: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 1$, $\int_{-2}^{4} f(t)\,dt = -4$. Tính $\int_{2}^{4} f(y)\,dy$.

A. $I = 5$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = -5$.

Lời giải

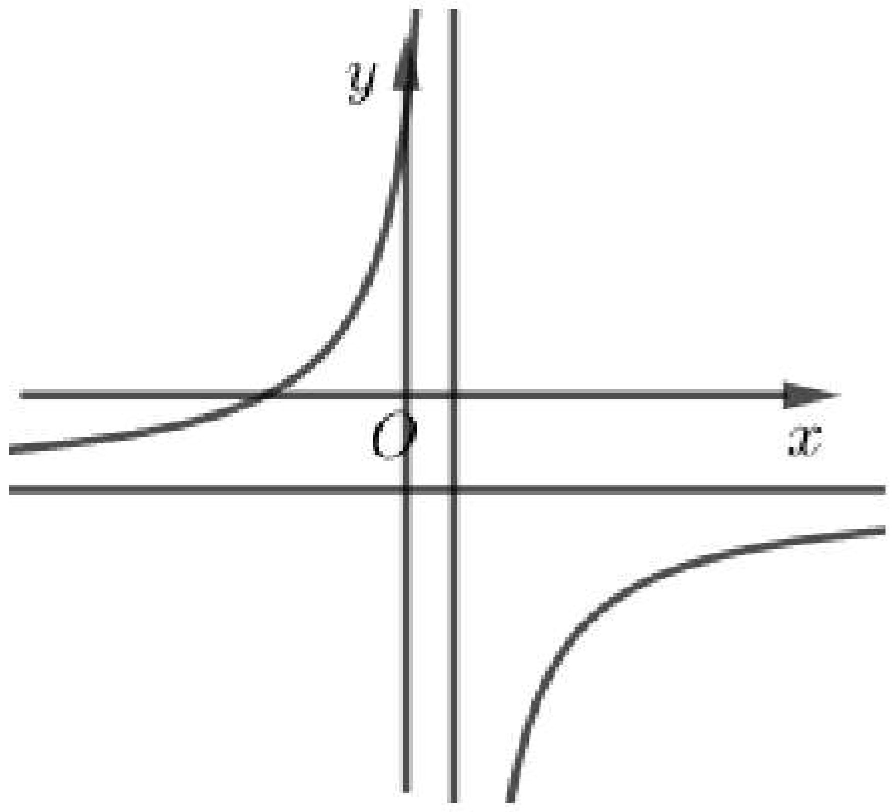
Ta có: $\int_{-2}^{4} f(t)\,dt = \int_{-2}^{4} f(x)\,dx$, $\int_{2}^{4} f(y)\,dy = \int_{2}^{4} f(x)\,dx$.

Khi đó: $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx + \int_{2}^{4} f(x)\,dx = \int_{-2}^{4} f(x)\,dx$.

$\Rightarrow \int_{2}^{4} f(x)\,dx = \int_{-2}^{4} f(x)\,dx - \int_{-2}^{2} f(x)\,dx = -4 - 1 = -5$.

Vậy $\int_{2}^{4} f(y)\,dy = -5$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới?



A. $y = \dfrac{2x+3}{2x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-3}{1-2x}$. **C.** $y = \dfrac{2x+3}{1-2x}$. **D.** $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ dạng

$y = \dfrac{ax+b}{cx+d}\ (c \neq 0.ad - bc \neq 0)$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang nằm phía dưới trục hoành nên $\dfrac{a}{c} < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên loại đáp án **B.**

Suy ra hàm số cần tìm là $y = \dfrac{2x+3}{1-2x}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$ là:

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng: $x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng.

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Lời giải

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (-1;2;1)$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(1;-1;0)$

Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\sin\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u}\right|\left|\overrightarrow{n}\right|}=\frac{\left|-1.1+2.(-1)+1.0\right|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha=60^0$

Câu 12: Cho số phức $z=2-3i$. Số phức $w=\frac{z-2}{\overline{z}+2i}$ có phần thực bằng

A. 15. **B.** $-\frac{15}{29}$. **C.** -15. **D.** $\frac{15}{29}$.

Lời giải

Ta có $w=\frac{z-2}{\overline{z}+2i}=\frac{-3i}{2+5i}=\frac{-3i(2-5i)}{29}=-\frac{15}{29}-\frac{6}{29}i$.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $3;4;5$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

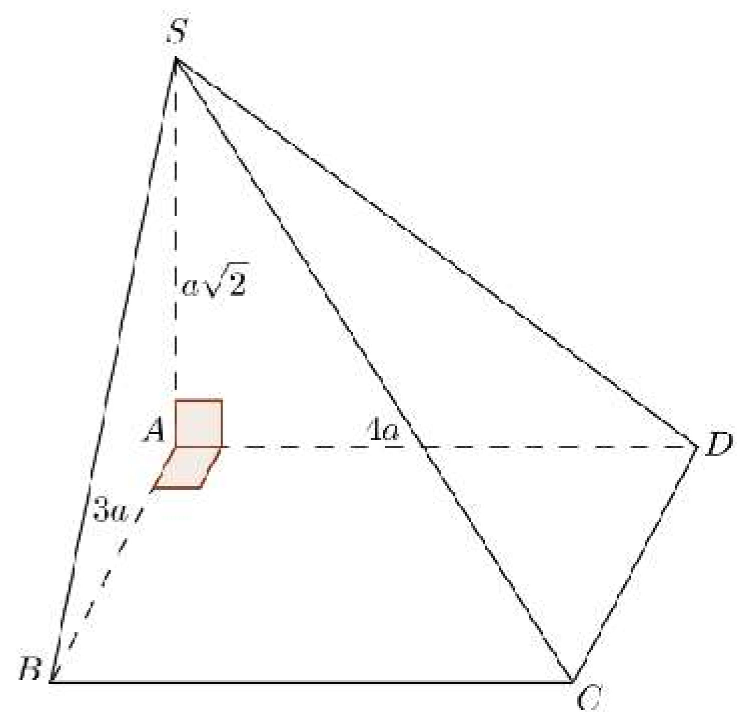
Lời giải

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $V=3.4.5=60$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3a$ và $AD=4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $12\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải



Diện tích đáy hình chữ nhật là $S=AB\cdot AD=3a\cdot 4a=12a^2$

Thể tích của hình chóp có đáy hình chữ nhật là $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\cdot 12a^2\cdot a\sqrt{2}=4\sqrt{2}a^3$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên
$R=d(I,(P))=\frac{|1-2.2-2(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1=-1+2i$ và $z_2=4-i$. Khi đó số phức liên hợp của z_1+z_2 là

A. $-3-i$. **B.** $-3+i$. **C.** $3+i$. **D.** $3-i$.

Lời giải

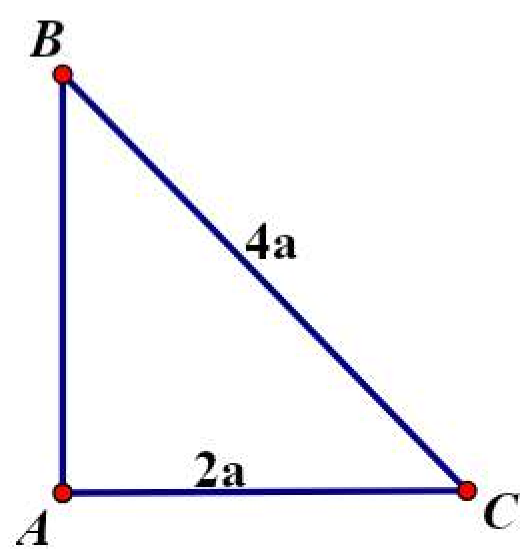
$z_1+z_2=-1+2i+4-i=3+i$.

$\Rightarrow \overline{z_1+z_2}=3-i$.

Câu 17: Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, $AC=2a, BC=4a$. Khi xoay tam giác *ABC* quanh cạnh *AB* thì đường gấp khúc *ABC* tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón tạo thành bằng

A. $36\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Lời giải



$AB=\sqrt{(4a)^2-(2a)^2}=2a\sqrt{2}$

Khi quay tam giác quanh AB tạo thành hình nón có $h=2a\sqrt{2}, r=2a, l=4a$

Khi đó $S_{tp}=\pi.2a.4a+\pi(2a)^2=12\pi a^2$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $N(4;0;-1)$. **B.** $M(1;-2;3)$. **C.** $P(7;2;1)$. **D.** $Q(-2;-4;7)$.

Lời giải

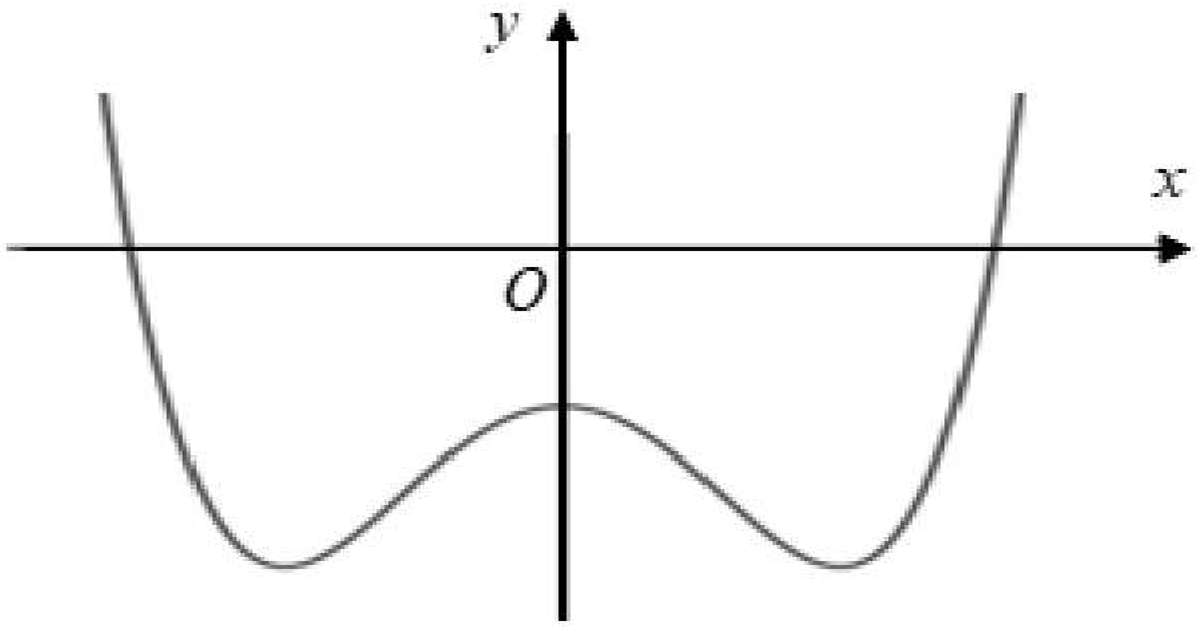
Thế tọa độ M vào phương trình đường thẳng d ta được $1=1=1$, loại **A**

Thế tọa độ N vào phương trình đường thẳng d ta được $0=0=0$, loại **B**

Thế tọa độ P vào phương trình đường thẳng d ta được $2 = 2 = \frac{1}{2}$ (!), nhận **C**

Thế tọa độ Q vào phương trình đường thẳng d ta được $-1 = -1 = -1$, loại **D**

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\left(a,b,c \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ đồ thị, ta có hàm số có có 3 điểm cực trị.

Câu 20: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A. $y = \frac{2}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x-2}{x+2}$. **C.** $y = \frac{x+3}{x-2}$. **D.** $y = \frac{1+x}{2-2x}$.

Lời giải

Ta có:

+) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2}{x+1} = 0$. Đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

+) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x-2}{x+2} = 2$. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

+) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x+3}{x-2} = 1$. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

+) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1+x}{2-2x} = -\frac{1}{2}$. Đồ thị hàm số $y = \frac{1+x}{2-2x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$.

Vậy đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

Tổng quát: *Đồ thị hàm số* $y = \frac{ax+b}{cx+d}\left(ad \ne bc\right)$ *có tiệm cận ngang là đường thẳng* $y = \frac{a}{c}$*, có tiệm cận đứng là đường thẳng* $x = -\frac{d}{c}$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13 - x^2\right) \ge 2$ là

A. $\left(-\infty; -2\right] \cup \left[2 : +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; 2\right]$.

C. $\left(0; 2\right]$. **D.** $\left[-2; 2\right]$.

Lời giải

Chọn D

◆ Bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right)\ge 2 \Leftrightarrow \begin{cases}13-x^2>0\\13-x^2\ge 9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2<13\\x^2\le 4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-\sqrt{13}<x<\sqrt{13}\\-2\le x\le 2\end{cases} \Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

◆Vậy, tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right)\ge 2$ là $\left[-2;2\right]$.

Câu 22: Cho đa giác lồi 20 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_{20}^3. **B.** $\dfrac{C_{20}^3}{3!}$. **C.** $20!$. **D.** C_{20}^3.

Lời giải.

Chọn D

Mỗi tam giác được tạo thành là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử.

Vậy số tam giác là: C_{20}^3.

Câu 23: Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2$. Biểu thức $F'\left(25\right)$ bằng

A. 5. **B.** 625. **C.** 25. **D.** 125.

Lời giải

+) Vì $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2$ nên

$F'\left(x\right)=f\left(x\right)=x^2 \Rightarrow F'\left(25\right)=25^2=625.$

Câu 24: Biết $F\left(x\right)=x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên □. Giá trị của $\int\limits_{-1}^{2}\left[6x+f\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. $\dfrac{78}{5}$. **B.** 24. **C.** $\dfrac{123}{5}$. **D.** 33.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-1}^{2}\left[6x+f\left(x\right)\right]dx=\left(3x^2+x^4\right)\Big|_{-1}^{2}=24$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4^x+\cos 2x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **B.** $4^x\ln 4+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

C. $4^x\ln 4-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{4^x}{\ln 4}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(4^x+\cos 2x\right)dx=\frac{4^x}{\ln 4}+\frac{\sin 2x}{2}+C$.

Câu 26: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

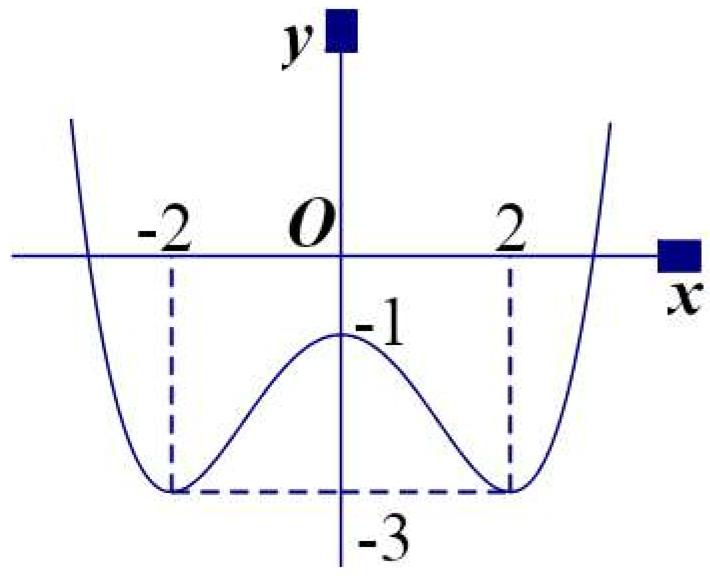
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

<u>A</u>. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$ ta thấy hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0. **<u>B</u>.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và có giá trị cực đại bằng -1

Câu 28: Cho $a,b>0$ và $a,b\neq 1$, biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}b^3.\log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 18. **<u>B</u>.** 24. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

$P=\log_{\sqrt{a}}b^3.\log_b a^4=\left(6\log_a b\right).\left(4\log_b a\right)=24$.

Câu 29: Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $\left(P\right):y=x^2$ và đường thẳng $d:y=2x$ quay xung quanh trục Ox.

A. $\pi\int\limits_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$. **<u>B</u>.** $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$.

C. $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

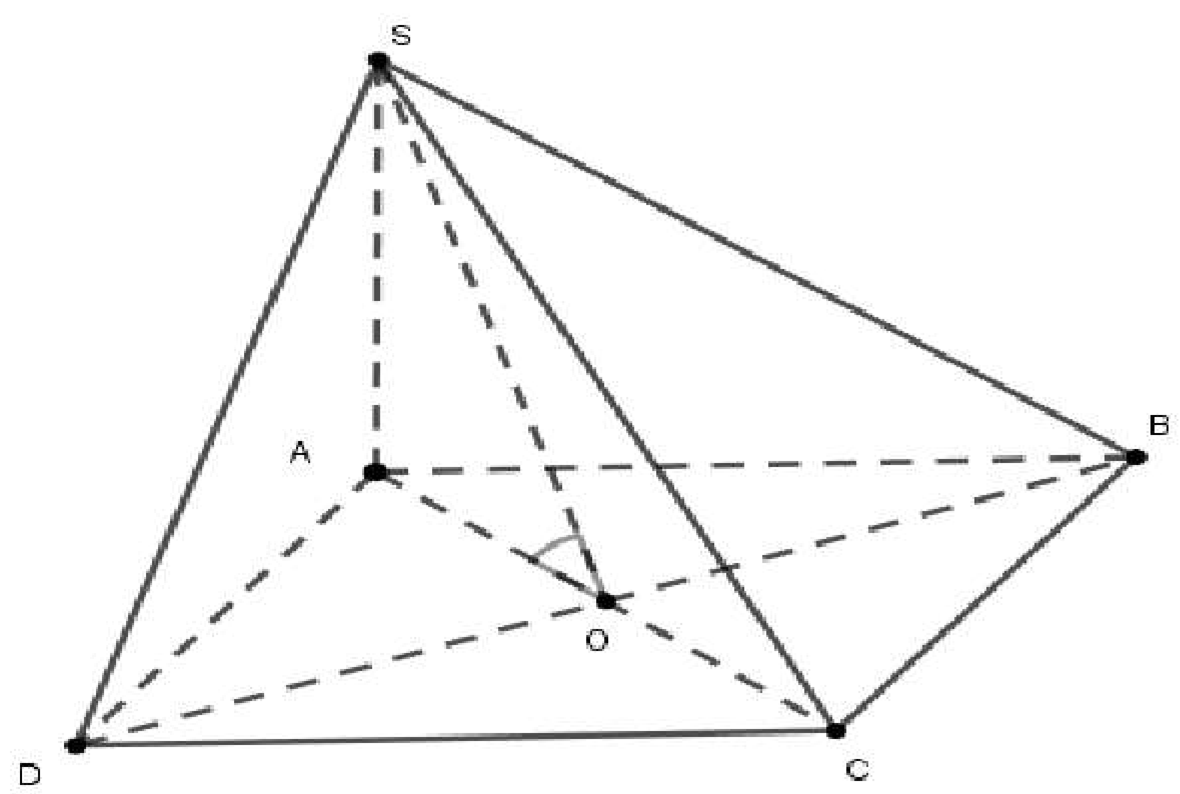
Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy thể tích khối tròn xoay được tính: $V=\pi\int\limits_0^2\left|x^4-4x^2\right|\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ là

A. 60°. **B.** 45°. **<u>C</u>.** 30°. **D.** 75°.

Lời giải



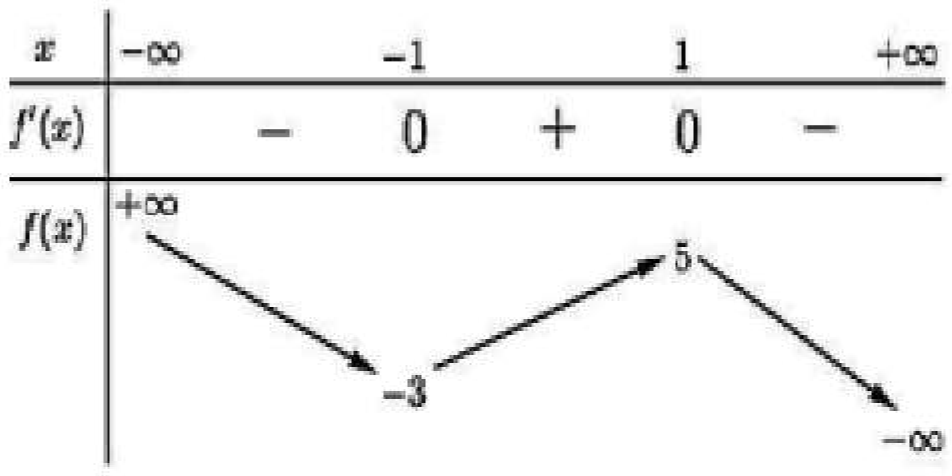
Gọi $O=AC\cap BD$. Ta có $(\mathrm{SBD})\cap(\mathrm{ABCD})=\mathrm{BD}$. Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AO\perp BD$.

Lại có $BD\perp(SAC)$ nên $BD\perp SO$. Do đó, ta có $\left((SBD);(ABCD)\right)=(SO;AO)$.

Vì ΔSAO có $\widehat{SAO}=90^\circ$ nên $\widehat{SOA}$ là góc nhọn và ta có $\left((SBD);(ABCD)\right)=\widehat{SOA}$.

Xét ΔSAO ta có $\tan\widehat{SOA}=\frac{SA}{AO}=\frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{SOA}=30^\circ$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f(x)-m=1$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt.



A. 6. **<u>B</u>.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

$f\left(x\right)-m=1\Leftrightarrow f\left(x\right)=m+1$.

Phương trình $f\left(x\right)-m=1$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f\left(x\right)=m+1$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3\le m+1\le 5\Leftrightarrow -4\le m\le 4$.

m nguyên nên $m=\left\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$. Vậy có 9 giá trị m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x+4\right)^2$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(-4;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-4\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x+4\right)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-4		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$.

Câu 33: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\left\{1;2;3;4;5;6;7\right\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{13}{35}$. **C.** $\frac{9}{35}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Số phần tử của tập hợp S là $A_7^4=840$.

Phép thử T: Chọn ngẫu nhiên 1 số thuộc S

$\Rightarrow$ $\left|\Omega\right|=840$

Gọi A là biến cố: "Số được chọn không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ"

TH1: Số cần tìm có 1 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn.

+) Chọn 1 chữ số lẻ trong 4 chữ số lẻ có 4 cách.

+) Xếp số lẻ vào 1 trong 4 vị trí có 4 cách.

+) Xếp 3 chữ số chẵn vào 3 vị trí có $3!=6$ cách.

Suy ra có $4.4.6=96$ cách.

TH2: Số cần tìm có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.

+) Chọn 2 chữ số lẻ trong 4 chữ số lẻ có C_4^2 cách.

+) Xếp 2 chữ số lẻ vào 2 vị trí có $2!$ cách.

+) Chọn 2 chữ số chẵn trong 3 chữ số chẵn có C_3^2 cách.

+) Xếp 2 chữ số chẵn vào 3 khoảng trống được tạo bởi 2 chữ số lẻ, có A_3^2 cách.

Suy ra có $C_4^2.2.C_3^2.A_3^2=216$ cách.

Khi đó $|\Omega_A| = 96 + 216 = 312$ cách.

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{312}{840} = \frac{13}{35}$

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x + 2\log_9\left(\frac{x}{9}\right) = 0$ **là**

A. -1. **B.** 1. **C.** $\frac{28}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$.

Khi đó phương trình $\log_3^2 x + 2\log_9\left(\frac{x}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x + 2\log_{3^2}\left(\frac{x}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x + \log_3\left(\frac{x}{9}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x = 1\\ \log_3 x = -2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 3\\ x = \frac{1}{9}\end{array}\right..$$

Vậy tổng các phương trình đã cho là $\frac{28}{9}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|zi - (2+i)| = 2$ là:

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$

Lời giải

Gọi $z = x + yi$

Ta có: $|zi - (2+i)| = 2$

$\Leftrightarrow |(x+yi)i - (2+i)| = 2$

$\Leftrightarrow |xi - y - 2 - i| = 2$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Câu 36: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;5)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x + y - 9 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\ \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-5}$.

A. $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{10} = \frac{z+5}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{10} = \frac{z+5}{1}$.

C. $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{4}$.

Lời giải

VTPT của mặt phẳng $(P): \overrightarrow{n_{(P)}} = (2;1;0)$.

VTCP của đường thẳng $\Delta : \overrightarrow{u_\Delta} = (2;3;-5)$.

VTCP của đường thẳng $d : \overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-5;10;4)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng $(d) : \dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y+1}{10} = \dfrac{z-5}{4}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và điểm $A(3;0;-1)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P). Tính $T = a + b + c.$

A. $T = -3$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = -1$. **D.** $T = 3$.

Lời giải

Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (2;-1;-2)$ của (P) làm vec tơ chỉ phương, có phương trình là: $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

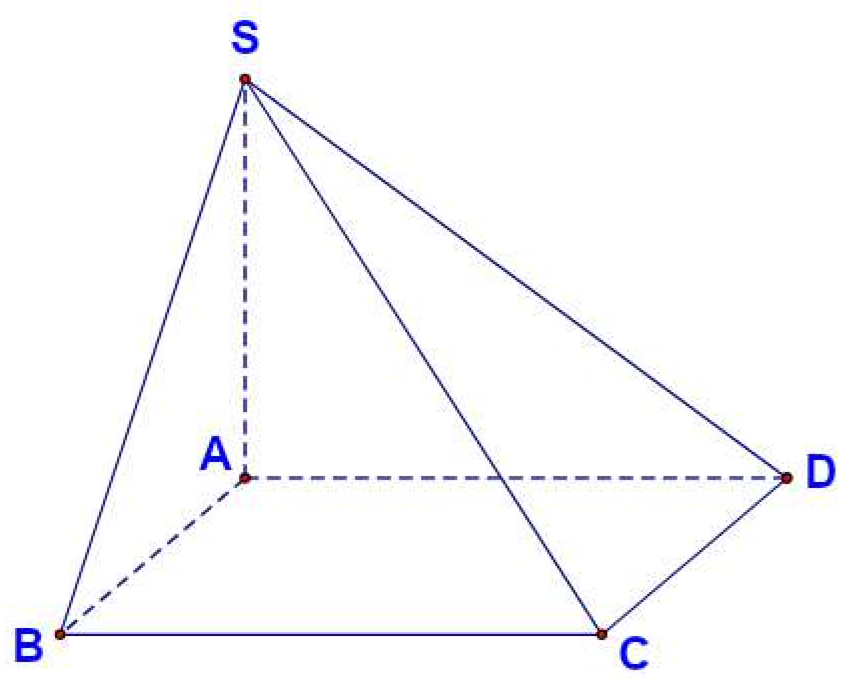
Do $H \in d$ nên $H(3+2t;-t;-1-2t)$.

Ta lại có $H \in (P) \Rightarrow 2(3+2t) - (-t) - 2(-1-2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Suy ra $H(1;1;1)$.

Như vậy $T = 1 + 1 + 1 = 3$.

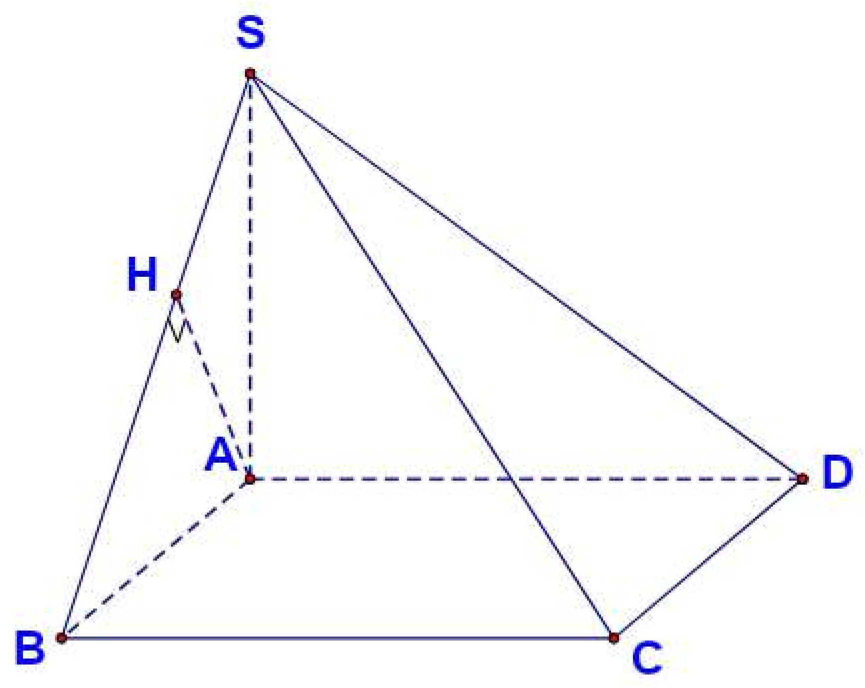
Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?



A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Trong (SAB) vẽ $AH \perp SB$ tại H



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

Khi đó $\begin{cases} (SAB) \perp (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ \text{Trong } (SAB), AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ hay $AH = d\left(A,(SBC)\right)$.

Ta có $AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{a.a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $d\left(A,(SBC)\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\sqrt{2\log_3(x+2)} - \sqrt{\log_3(2x^2-1)} \geq (x+1)(x-5)$?

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

ĐKXĐ: $\begin{cases} x+2 \geq 1 \\ 2x^2 - 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -1 \vee x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \Rightarrow D = [1;+\infty)$

Ta có $\sqrt{2\log_3(x+2)} - \sqrt{\log_3(2x^2-1)} \geq (x+1)(x-5)$

$\Leftrightarrow \sqrt{\log_3(x^2+4x+4)} + (x^2+4x+4) \geq \sqrt{\log_3(2x^2-1)} + (2x^2-1)$

Đặt $f(t) = \sqrt{\log_3 t} + t,\ \forall t \geq 1 \Rightarrow f'(t) = \dfrac{1}{t.\ln 3}.\dfrac{1}{2\sqrt{\log_3 t}} + 1 > 0,\ \forall t > 1$

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

Suy ra $f(x^2+4x+4) \geq f(2x^2-1) \Leftrightarrow x^2+4x+4 \geq 2x^2-1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5$

Vậy có 7 số nguyên x thoả mãn.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x) = f(2x+1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3) = 4$. Khi đó giá trị của $2F(1) + F(7)$ bằng

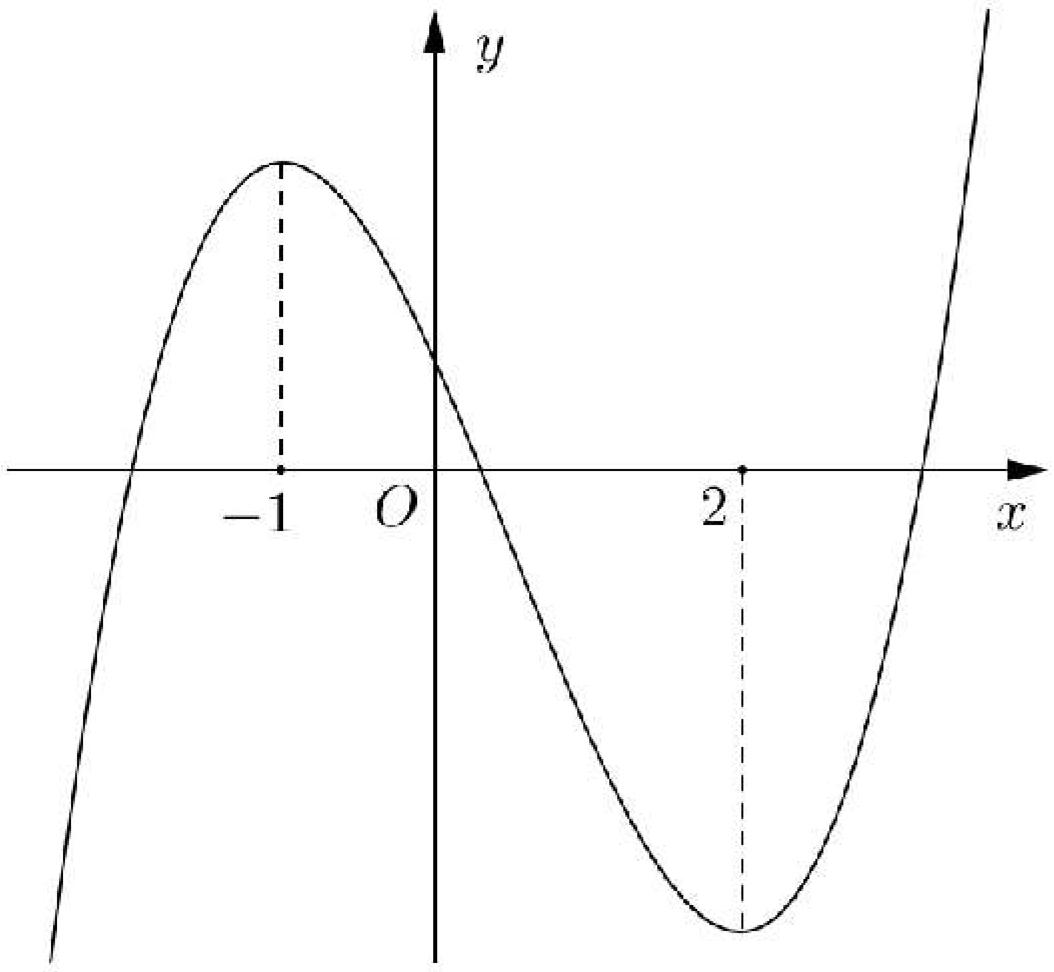
A. 12. **B.** -10. **C.** 8. **D.** -6.

Lời giải

Ta có: $f(x) = f(2x+1) \Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x = \int f(2x+1)\mathrm{d}x \Rightarrow F(x) = \dfrac{1}{2}F(2x+1) + C$

Từ đó có: $\begin{cases} 2F(1)=F(3)+2C \Rightarrow 2F(1)+F(7)=3F(3)=12 \\ 2F(3)=F(7)+2C \end{cases}$

Câu 41: Cho hàm số $y=f(3-5x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=f(x^3+m)$ có đúng 2 điểm cực trị nằm về 2 phía của đường thẳng $x=2$. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

A. 120. **B.** 105. **C.** -120. **D.** -105.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: $y'=-5.f'(3-5x)=(x+1)(x-2) \Rightarrow f'(3-5x)=-\frac{1}{5}(x+1)(x-2)$.

$\Rightarrow f'(3-5u)=-\frac{1}{5}(u+1)(u-2)$.

Đặt $3-5u=x$, ta có $f'(x)=-\frac{1}{5}\left(\frac{3-x}{5}+1\right)\left(\frac{3-x}{5}-2\right)=\frac{1}{125}(8-x)(x+7)$.

x	$-\infty$		-7		8		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $g(x)=f(x^3+m)$, $g'(x)=3x^2.f'(x^3+m)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^3+m)=0 \end{array}\right.$, trong đó $x=0$ là nghiệm bội chẵn.

Xét phương trình $f'(x^3+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+m=-7 \\ x^3+m=8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt[3]{-m-7} \\ x=\sqrt[3]{-m+8} \end{array}\right.$.

Các nghiệm $x=\sqrt[3]{-m-7}, x=\sqrt[3]{-m+8}$ là các nghiệm bội lẻ nên hàm số $g(x)=f(x^3+m)$ có 2 điểm cực trị là $x=\sqrt[3]{-m-7}, x=\sqrt[3]{-m+8}$.

Đồ thị hàm số $g(x)=f(x^3+m)$ có đúng 2 điểm cực trị nằm về 2 phía của đường thẳng $x=2$ khi $\begin{cases} \sqrt[3]{-m-7}<2 \\ \sqrt[3]{-m+8}>2 \end{cases} \Leftrightarrow -15<m<0$.

Do m nguyên nên $m \in \{-14;-13;...;-1\}$ hay $S=\{-14;-13;...;-1\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập hợp S bằng -105.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+1| \ge 1$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|\frac{(1+i)z+i+2}{z+1}\right|$ lần lượt là M và m. Khi đó giá trị của (M^2+m^2) bằng:

A. 4. **B.** $8+4\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

+) Ta có: $P=\left|\frac{(1+i)z+i+2}{z+1}\right|=\left|\frac{(z+1)(1+i)+1}{z+1}\right|=\frac{|(z+1)(1+i)+1|}{|z+1|}$

+) Áp dụng bất đẳng thức: $|z_1|-|z_2| \le |z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|$, ta có:

$$\frac{|(z+1)(1+i)|-|1|}{|z+1|} \le P \le \frac{|(z+1)(1+i)|+|1|}{|z+1|} \Leftrightarrow |1+i|-\frac{1}{|z+1|} \le P \le |1+i|+\frac{1}{|z+1|}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}-\frac{1}{|z+1|} \le P \le \sqrt{2}+\frac{1}{|z+1|} \quad (1)$$

Mà: $|z+1| \ge 1 \Rightarrow \left\{\frac{1}{|z+1|} \le 1;\ \frac{-1}{|z+1|} \ge -1\right. \ (2)$

Từ và $\Rightarrow \sqrt{2}-1 \le P \le \sqrt{2}+1$

Bây giờ ta xét dấu "=" xảy ra khi nào.

Với $z_1=a_1+b_1i;\ z_2=a_2+b_2i\ \ (a_1,b_1,a_2,b_2 \in \mathbb{R})$, ta có:

- $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2| \Leftrightarrow \begin{cases} a_1b_2=a_2b_1 \\ a_1a_2+b_1b_2 \ge 0 \end{cases}$; • $|z_1|-|z_2|=|z_1+z_2| \Leftrightarrow \begin{cases} a_1b_2=a_2b_1;\ |z_1| \ge |z_2| \\ a_1a_2+b_1b_2 \le 0 \end{cases}$.

Giả sử: $z=a+bi\ \ (a,b \in \mathbb{R}) \Rightarrow (z+1)(1+i)=(a+1-b)+(a+b+1)i$.

Mà: $1=1+0.i$. Do đó:

- $P=\sqrt{2}+1 \Leftrightarrow \begin{cases} |(z+1)(1+i)+1|=|(z+1)(1+i)|+|1| \\ |z+1|=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+1=0 \\ a+1-b \ge 0 \\ \sqrt{(a+1)^2+b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=-b \\ -2b \ge 0 \\ 2b^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{\sqrt{2}}{2}-1 \\ b \le 0 \\ b=-\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow z=\frac{\sqrt{2}}{2}-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

- $P=\sqrt{2}-1 \Leftrightarrow \begin{cases} |(z+1)(1+i)+1|=|(z+1)(1+i)|-|1| \\ |z+1|=1 \end{cases}$

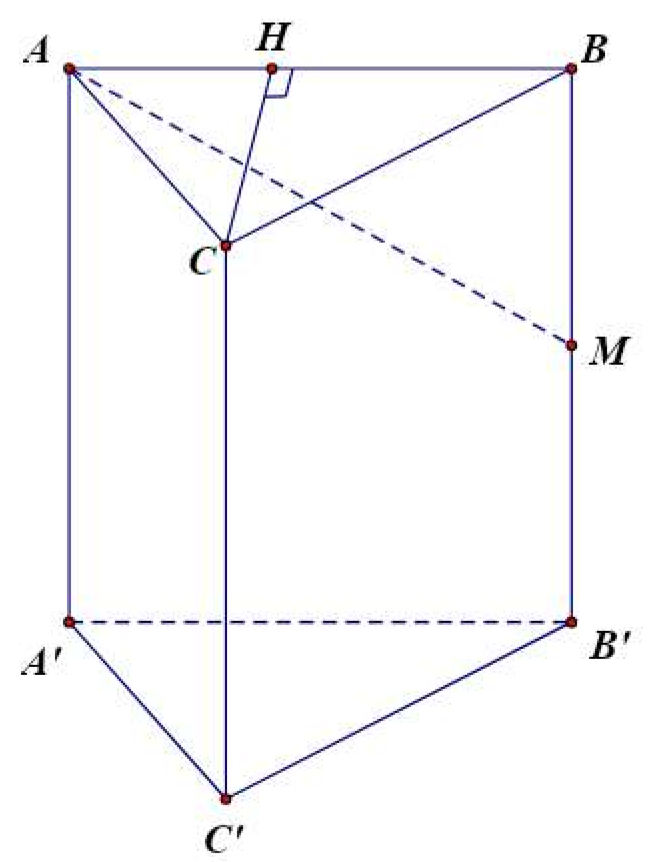
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+1=0 \\ a+1-b\le 0 \\ \sqrt{(a+1)^2+b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=-b \\ -2b\le 0 \\ 2b^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-1 \\ b\ge 0 \\ b=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow z=-\frac{\sqrt{2}}{2}-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

Vậy: $\begin{cases} M=\sqrt{2}+1 \\ m=\sqrt{2}-1 \end{cases} \Rightarrow M^2+m^2=6$.

Câu 43: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{7}$, $\widehat{ABC}=30^\circ$, $AB=AA'$. Gọi M là trung điểm của BB', khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{25a^3}{2}$. **<u>C</u>.** $\dfrac{25\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}a^3$

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB.

Có $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên $CH\perp(ABB'A')\Rightarrow d\left(C,(ABB'A')\right)=CH$

$CC'//BB'\Rightarrow CC'//(ABB'A')$ nên $d(CC',AM)=d\left(CC',(ABB'A')\right)=d\left(C,(ABB'A')\right)=CH$

Tam giác ACH vuông tại H nên $AH=\sqrt{AC^2-HC^2}=2a$

Mặt khác, $BH=HC.\cot 30^0=3a\Rightarrow AB=AA'=5a$

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.CH=\dfrac{5\sqrt{3}a^2}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}AA'.S_{ABC}=\dfrac{25\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^2+\int\limits_0^1\left(x+u\right)f\left(u\right)du$ có đồ thị (C). Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $S=\frac{1}{4}$ **B.** $S=\frac{1}{3}$. **C.** $S=\frac{2}{3}$. **D.** $S=\frac{1}{6}$.

Lời giải

Hàm số $f\left(x\right)$ có dạng $f\left(x\right)=x^2+ax+b$, với $a=\int\limits_0^1 f(u)du$ và $b=\int\limits_0^1 uf(u)du.$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}+\frac{a}{2}+b\\ b=\frac{1}{4}+\frac{a}{3}+\frac{b}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-5\\ b=\frac{-17}{6}\end{cases}.$$

Suy ra $f\left(x\right)=x^2-5x-\frac{17}{6};f'(x)=2x-5.$

$M\left(1;-\frac{41}{6}\right)\in\left(C\right);\ f'(1)=-3.$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M:$ $y=-3\left(x-1\right)-\frac{41}{6}=-3x-\frac{23}{6}.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S=\int\limits_0^1\left|x^2-5x-\frac{17}{6}-\left(-3x-\frac{23}{6}\right)\right|dx=\int\limits_0^1\left(x^2-2x+1\right)dx=\frac{1}{3}.$$

Câu 45: Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là 4 nghiệm phức của phương trình $z^4+\left(4-m\right)z^2-4m=0$. Tìm tất cả các giá trị m để $|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=6$.

A. $m=-1$. **B.** $m=\pm2$. **C.** $m=\pm3$ **D.** $m=\pm1$.

Lời giải

Ta có: $z^4+\left(4-m\right)z^2-4m=0\Leftrightarrow\left(z^2+4\right)\left(z^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}z^2=-4 & (1)\\ z^2=m & (2)\end{array}\right.$

Ta có: $\left|z^n\right|=\left|z\right|^n$.

$z_1;z_2$ là nghiệm của phương trình (1). Ta có: $|z_1|=|z_2|=\sqrt{|-4|}=2$.

$z_3;z_4$ là nghiệm của phương trình (2). Ta có: $|z_3|=|z_4|=\sqrt{|m|}$.

Theo đề ra ta có: $|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=6\Leftrightarrow2\sqrt{|m|}+4=6\Leftrightarrow\sqrt{|m|}=1\Leftrightarrow|m|=1$.

Kết luận $m=\pm1$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+my+(2m+1)z-m-2=0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất ?

A. $a+b=-\frac{1}{2}$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{3}{2}$.

Lời giải

$x+my+(2m+1)z-m-2=0 \Leftrightarrow m(y+2z-1)+x+z-2=0$

Phương trình có nghiệm với $\forall m$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y+2z-1=0 \\ x+z-2=0 \end{cases}$.

Suy ra (P) luôn đi qua đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=1-2t \\ z=t \end{cases}$.

$K \in d \Rightarrow K(2-t;1-2t;t)$, $\overrightarrow{AK}(-t;-2t;t-3)$

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u}(-1;-2;1)$

$\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u}=0 \Leftrightarrow t+4t+t-3=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow K\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $AH \le AK \Rightarrow AH_{\max}=AK \Leftrightarrow H \equiv K$.

Vậy $a+b=\frac{3}{2}$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $x;y$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$?

A. 2019 **B.** 0 **C.** 2020 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$

$\Leftrightarrow \log_4 256(2x+3)+2x-1=2y+4^{2y}$

$\Leftrightarrow \log_4(2x+3)+(2x+3)=2y+4^{2y}$.

Xét hàm số $f(t)=t+4^t$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(t)=1+4^t\ln 4>0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $\log_4(2x+3)=2y \Leftrightarrow 2x+3=16^y \Leftrightarrow x=\dfrac{16^y-3}{2}$.

Vì: $0 \le x \le 2020 \Leftrightarrow 0 \le \dfrac{16^y-3}{2} \le 2020 \Leftrightarrow 3 \le 16^y \le 4043 \Leftrightarrow \log_{16} 3 \le y \le \log_{16} 4043$.

Mà $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{1;2\}$.

Với $y=1 \Rightarrow x=\dfrac{13}{2}\,(l)$.

Với $y=2 \Rightarrow x=\dfrac{253}{2}\,(l)$.

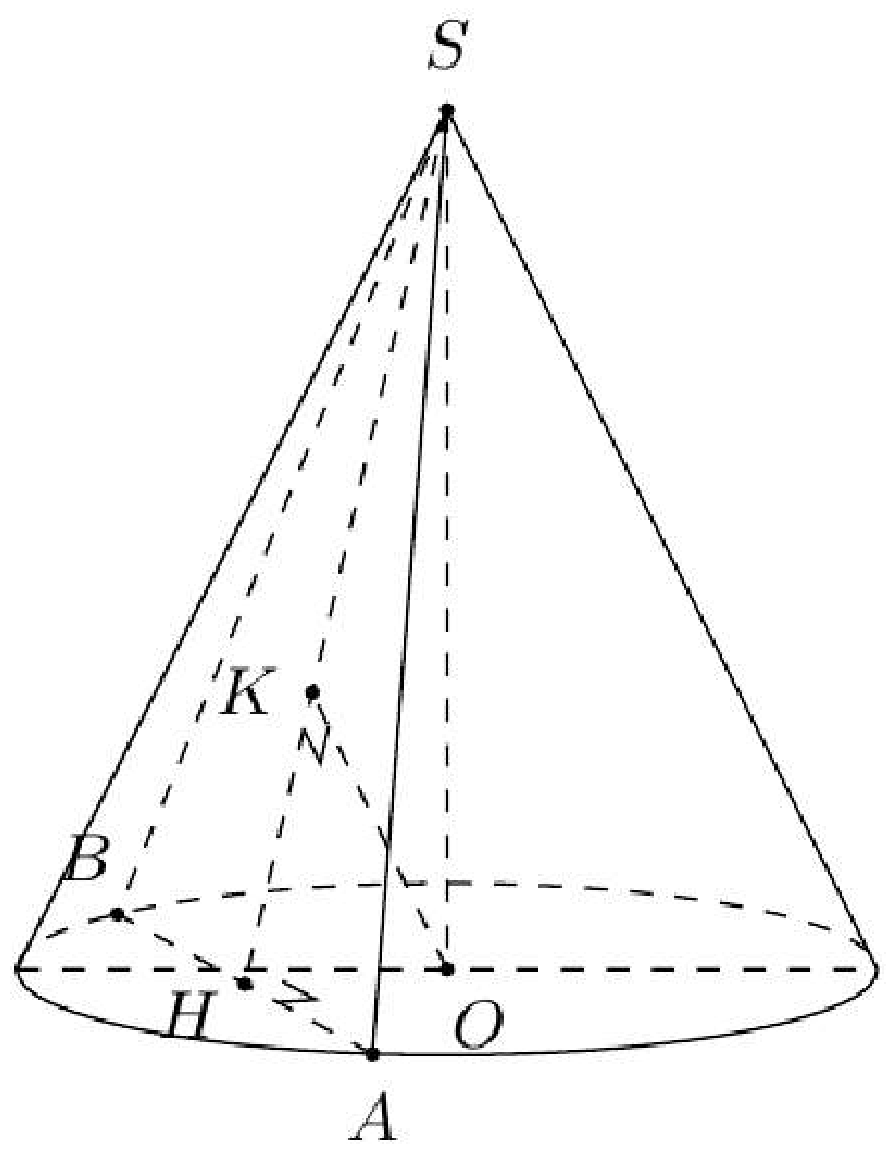
Vậy không có cặp số $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đáy sao cho $AB=4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.   **B.** $4\sqrt{6}\pi a^3$.   **C.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.   **D.** $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Vẽ $OH \perp AB$ tại H suy ra H là trung điểm AB

Vẽ $OK \perp SH$ tại K

Ta có $\begin{cases} AB \perp OH \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow AB \perp OK$

Mà $SH \perp OK \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow \mathrm{d}(O;(SAB)) = OK = 2a$.

Ta có H là trung điểm AB suy ra $HB = HA = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{4a}{2} = 2a$

Xét ΔOAH vuông tại H ta có $OH = \sqrt{OA^2 - HA^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}a\right)^2 - (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔSOH vuông tại O ta có

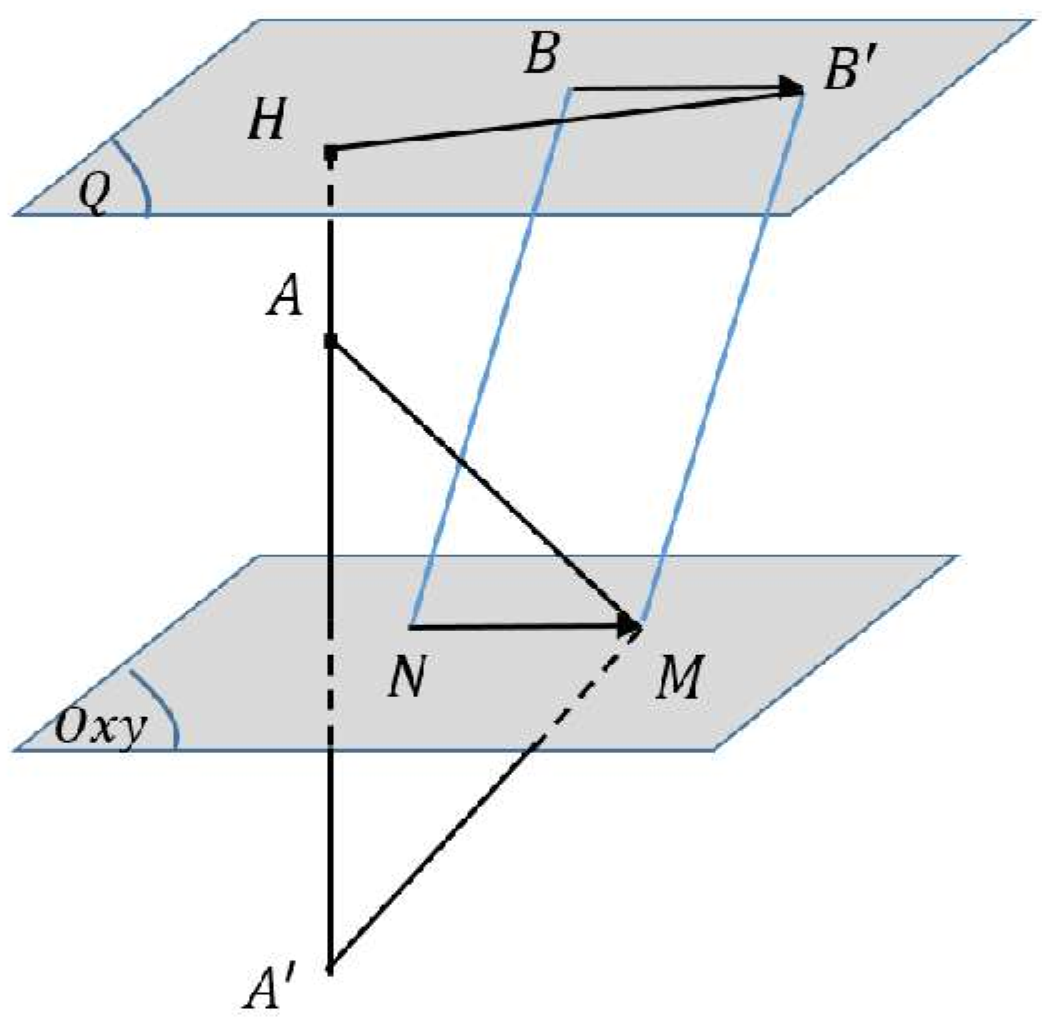
$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} \Rightarrow \frac{1}{(2a)^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{\left(2\sqrt{2}a\right)^2} \Rightarrow SO = 2\sqrt{2}a$$

Vậy thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi.\left(2\sqrt{3}a\right)^2.2\sqrt{2}a = 8\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2023$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$.

A. $2\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{65}$. **C.** $25\sqrt{97}$. **<u>D</u>.** $205\sqrt{97}$.

Lời giải



Dựng véc tơ $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{NM}$, khi đó $BN = MB'$, $B' \in (Q)$ qua B đồng thời song song với mặt phẳng (Oxy). Suy ra $(Q) = 5$.

Vì $BB' = MN = 2023$ suy ra B' thuộc đường tròn tâm B, bán kính $R = 2023$ nằm trong (Q).

Gọi A' đối xứng với A qua (Oxy), ta có $A'(-1;2;-3)$. Ta có $AM + BN = A'M + MB' \geq A'B'$.

Gọi $H(-1;2;5)$ là hình chiếu vuông góc của A' lên (Q). Suy ra $A'H = 8, HB = 4$.

Mặt khác $HB' \geq |HB - BB'| = |4 - 2023| = 2019$

Suy ra $AM + BN \geq A'B' = \sqrt{A'H^2 + HB'^2} \geq \sqrt{8^2 + 2019^2} = 205\sqrt{97}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

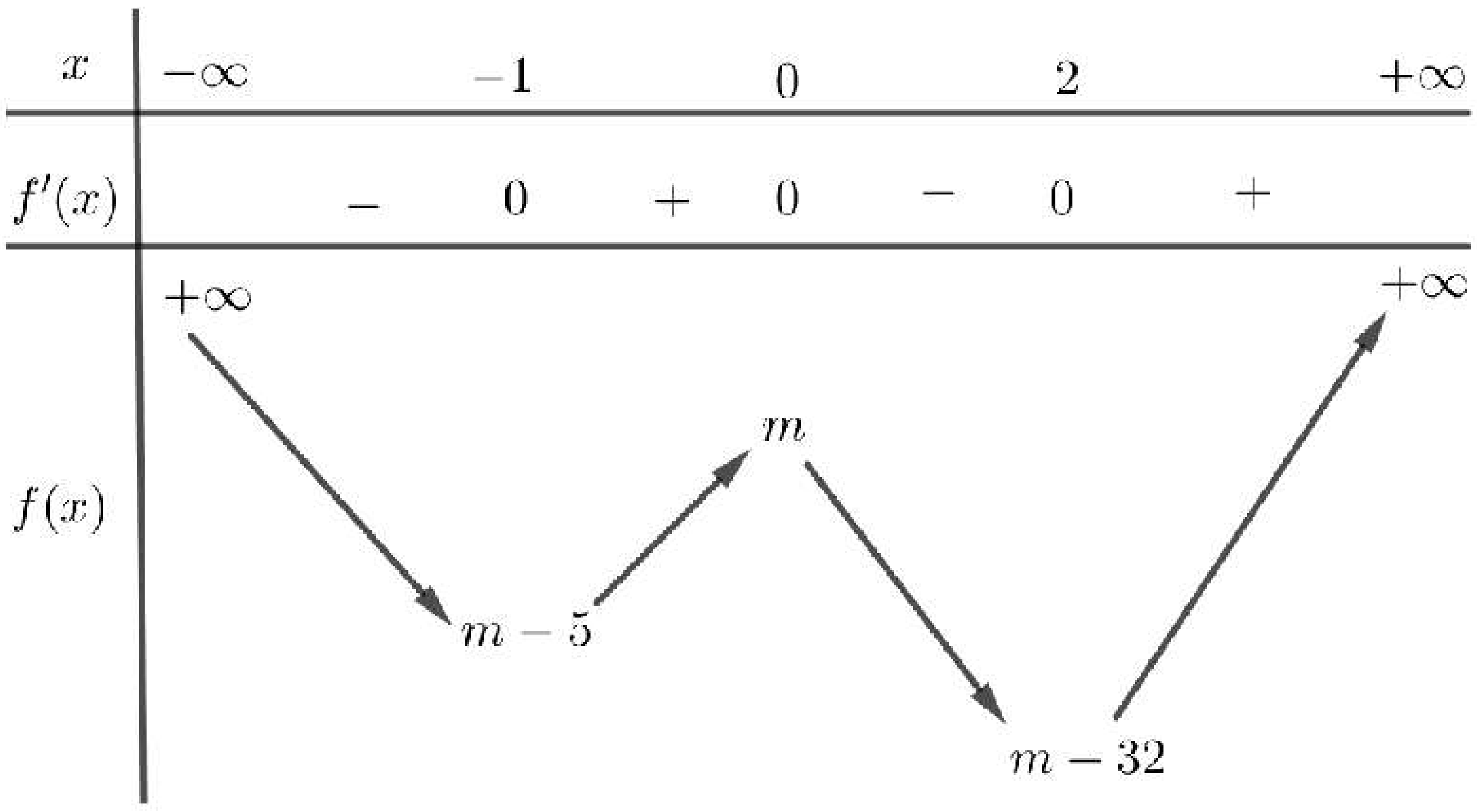
<u>A</u>. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Xét hàm số $f\left(x\right)=3x^4-4x^3-12x^2+m \Rightarrow f'\left(x\right)=12x^3-12x^2-24x$

$$f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

BBT:



Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên $\left(-\infty;-1\right) \Leftrightarrow m-5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 5$

Do yêu cầu m là số nguyên nhỏ hơn 10 nên ta có $m \in \{5;6;7;8;9\}$

Vậy có 5 giá trị *m* thỏa yêu cầu.

---------- **HẾT** ----------