

ĐỀ THI THỬ
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA
ĐỀ 09
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho số phức $z = 1 + 9i$. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức đã cho.

- A. $M(1; -9)$. B. $M(-1; 9)$. C. $M(-1; -9)$. D. $M(1; 9)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{2x+1}$. C. $\frac{2}{2x+1}$. D. $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $y' = \frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$. B. $y' = (2x-1)^{\frac{1}{3}} \cdot \ln|2x-1|$.
 C. $y' = \frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{4}{3}}$. D. $y' = \frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2$ là

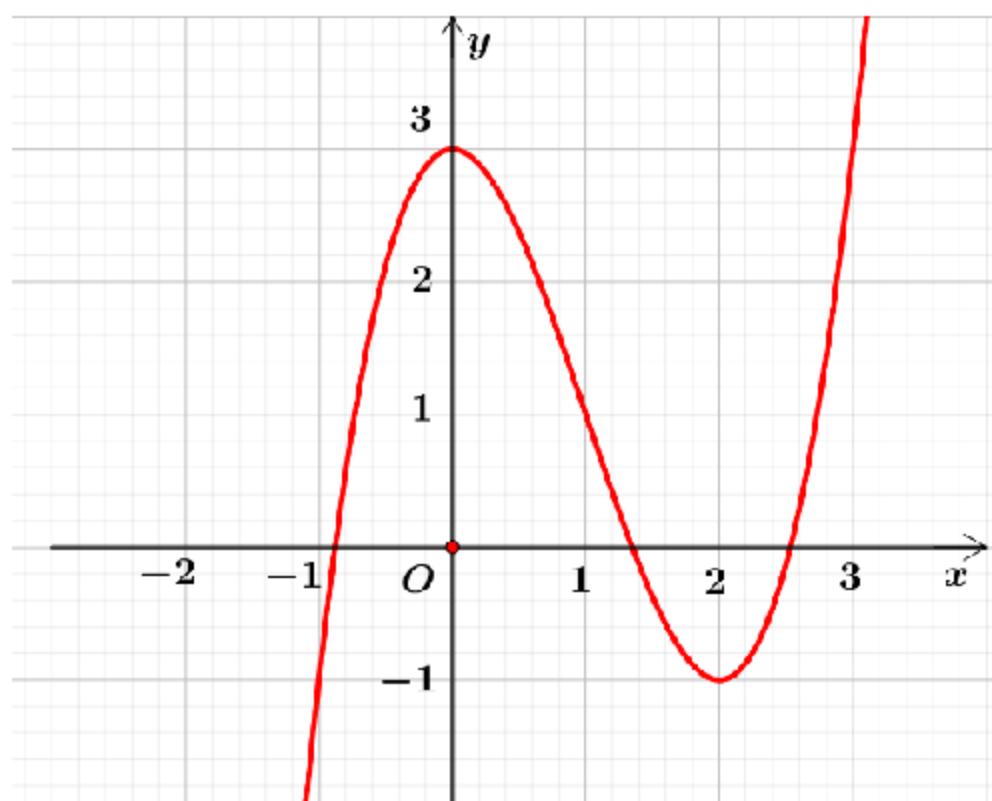
- A. $\left(\log_2 \frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{3}} 2\right)$. D. $\left(\log_{\frac{1}{3}} 2; +\infty\right)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$, $u_5 = 48$. Tính S_5 .

- A. 33. B. -31. C. 93. D. 11.

Câu 6: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$; $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)
 A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$ B. $(Q): x + z = 0$ C. $(Q): -x + y + z = 0$ D. $(Q): 3x - y + z = 0$

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



- A. $(0; -3)$. B. $(3; 0)$. C. $(-3; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 8: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

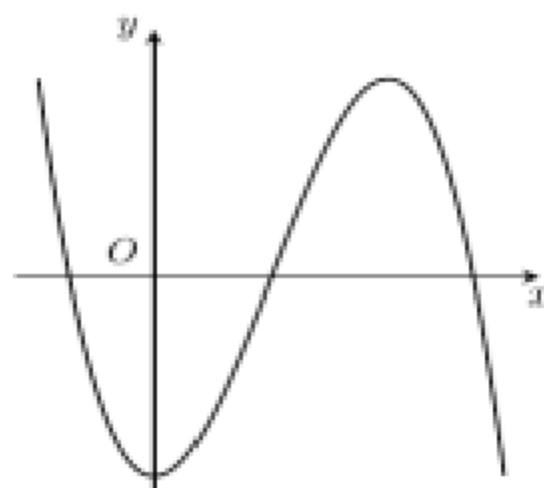
A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ sau là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = -x^4 + x^2 - 2$. C. $y = x^4 - x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 2; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; \sqrt{2})$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là :

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

$$z_1 = 4 - 3i \quad z_2 = 1 + 2i.$$

$$\underline{\underline{z_1}}$$

Câu 12: Cho hai số phức và Phân thực của số phức $\underline{\underline{z_2}}$ bằng

- A. 1 . B. $-\frac{2}{5}$. C. 2 . D. $-\frac{11}{5}$.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 216. B. 18. C. 36. D. 72.

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ có môđun là

- A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{17}$.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , đường cao là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $2a^2$. B. $5a^2$. C. $2\sqrt{5}pa^2$. D. $\sqrt{5}pa^2$.

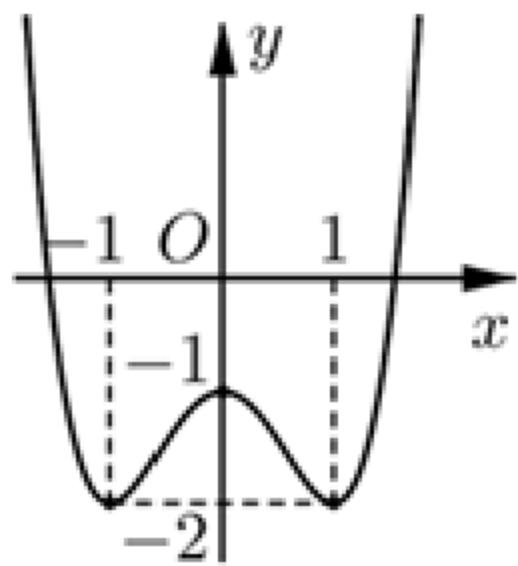
$Oxyz$

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 18: Trong không gian , đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(1; 3; -1)$. B. $M(-3; 5; 3)$. C. $M(3; 5; 3)$. D. $M(1; 2; -3)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Hàm số đạt cực đại tại

- A. 0. B. -1. C. -2. D. 1.

Câu 20: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ có phương trình là

- A. $y=1$. B. $x=-1$. C. $x=1$. D. $y=-1$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right) < 1$ là

- A. $(0;1)$. B. $\left(\frac{1}{8};3\right)$. C. $\left(\frac{1}{8};1\right)$. D. $\left(\frac{1}{8};+\infty\right)$.

Câu 22: Một hộp có 8 bi xanh, 5 bi đỏ và 4 bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bi sao cho có đúng 1 bi đỏ?

- A. $C_5^1 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1$. B. $A_5^1 \cdot A_{12}^2$. C. $C_5^1 \cdot C_{12}^2$. D. $A_5^1 \cdot A_8^1 \cdot A_4^1$.

Câu 23: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$. C. $f(x) = e^{2x}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Câu 24: Nếu $\int_2^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_2^3 [3f(x) - 2] dx$ bằng bao nhiêu

- A. 10. B. 6. C. 14. D. 18.

Câu 25: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x+1} + x^2$ thỏa mãn $F(0) = \frac{e}{2}$

- A. $F(x) = e^{2x+1} + \frac{x^3}{3} - \frac{e}{2}$. B. $F(x) = e^{2x+1} + \frac{x^3}{3}$.
C. $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3}$. D. $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{e}{2}$.

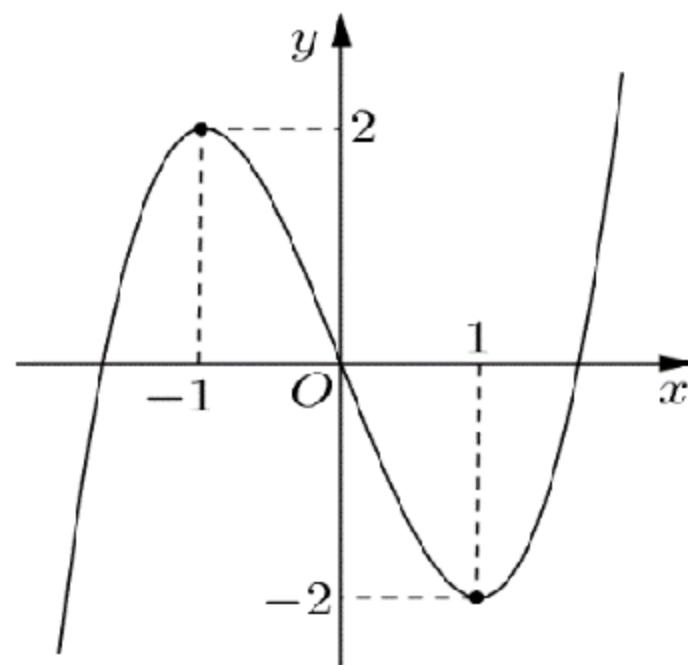
Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-	-	+	+
y'	+	0	-	0
y	-	3	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?



- A. -1. B. -2. C. 1. D. 2.

Câu 28: Cho a, b, c là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\log_a b = 5$, $\log_a c = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{b}{c} \right)$.

- A. $P = -4$. B. $P = 4$. C. $P = -1$. D. $P = 1$.

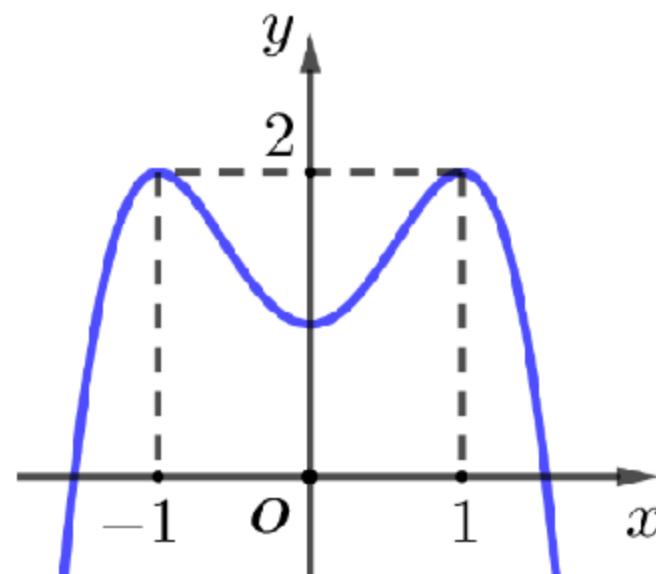
Câu 29: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 3x$ và $y = 0$ khi quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{81}{10}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{9\pi}{2}$. D. $\frac{81\pi}{10}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Ta có \tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như bên dưới. Số các giá trị nguyên dương của m để phương trình $7f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt là



- A. 5. B. 7. C. 8. D. 6.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(3; 5)$. C. $(1; 4)$. D. $(0; 2)$.

Câu 33: Một hộp đựng 11 viên bi ghi số từ 1 đến 11. Người ta lấy ngẫu nhiên 4 viên bi rồi cộng các số trên viên bi lại với nhau. Xác suất để tổng các số ghi trên 4 viên bi được lấy ra số lẻ bằng

A. $\frac{16}{33}$.

B. $\frac{31}{32}$.

C. $\frac{21}{32}$.

D. $\frac{11}{32}$.

- Câu 34:** Giải số phương trình $\log_2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là
 A. 4. B. 3. C. 8. D. 2.

- Câu 35:** Cho số phức $w = (1+i)z + 2$ với $|1+iz| = |z-2i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường thẳng Δ . Khoảng cách từ điểm $A(1;-2)$ đến Δ bằng
 A. 0. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 2x - y - z + 1 = 0$ và $(P_2): x - 2y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
---	---	---	--

- Câu 37:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tìm điểm đối xứng của $M(-2;1;0)$ qua đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+7}{-2}$?
 A. $M'(1;2;3)$. B. $M'(1;2;-3)$. C. $M'(-1;-2;-3)$. D. $M'(6;-3;-10)$.

- Câu 38:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.	B. $\frac{a\sqrt{14}}{6}$.	C. $\frac{3a\sqrt{14}}{7}$.	D. $\frac{a\sqrt{21}}{16}$.
------------------------------	-----------------------------	------------------------------	------------------------------

- Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên của x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2\log_3(x+y+1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1)$?
 A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

- Câu 40:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa $f(x) = 4f(-2x+3)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(2) - F(4) = 24$. Khi đó $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng
 A. 10. B. 12. C. -10. D. -12.

- Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2019; 2019)$ để hàm số $y = |x^2 - 4x + m| + 6x + 1$ có ba điểm cực trị?
 A. 2013. B. 2014. C. 2015. D. 2016.

- Câu 42:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 5 + 7i| = \sqrt{197}$. Giá trị lớn nhất của $|z - 4 - 7i| + |z - 6 + 21i|$ thuộc tập hợp nào sau đây?
 A. $(20; \sqrt{197})$. B. $[30; 40]$. C. $[\sqrt{197}; 2\sqrt{394}]$. D. $(2\sqrt{394}; 40)$.

- Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung

$B'C'$ M $(B'AC)$ $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$

điểm của , biết khoảng cách từ đến mặt phẳng bằng . Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $4a^3$

B. $27a^3$

C. $7a^3$

D. $9a^3$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $f(x) + f'(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 5x}{(x^2 - x + 1)^2}$; $f(1) - f(0) = 2$; $\int_0^1 f(x) dx = 0$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục tung và trục hoành có dạng $S = \ln a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 13$.

B. $T = 25$.

C. $T = 34$.

D. $T = 41$.

Câu 45: Trên tập hợp các số phức, gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $mz^2 + 2(m+1)z - m + 6 = 0$ có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 1$. Tính S .

A. 3.

B. -4.

C. 1.

D. -2.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(2;1;5)$, bán kính bằng 2 và mặt cầu (S_1) có phương trình: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu trên. Khoảng cách nhỏ nhất từ O đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{15}$ B. $\frac{9-\sqrt{15}}{2}$ C. $\frac{9+\sqrt{15}}{2}$ D. $\frac{9\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y} = 3^{x^2+y^2}$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Câu 48: Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O bán kính $R = 5$, góc ở đỉnh bằng 60° . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB = 6$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .

A. $\frac{20\sqrt{273}}{90}$. B. $\frac{20\sqrt{270}}{91}$. C. $\frac{20\sqrt{271}}{91}$. D. $\frac{20\sqrt{273}}{91}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{13}{2}$ và ba điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 4; 6)$, $C(-2; 1; 5)$; $M(a; b; c)$ là điểm thay đổi trên (S) sao cho biểu thức $2MA^2 + MB^2 - 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c = \frac{13}{2}$. B. $a+b+c = 4$. C. $a+b+c = 6$. D. $a+b+c = 12$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 10]$ để hàm số $g(x) = f(3|x-m| + m^2)$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$?

A. 11.

B. 5.

C. 10.

D. 9.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.D	5.A	6.B	7.D	8.D	9.A	10.C
11.C	12.C	13.A	14.B	15.D	16.C	17.D	18.B	19.A	20.D
21.C	22.C	23.A	24.A	25.C	26.D	27.D	28.A	29.D	30.A
31.D	32.B	33.A	34.D	35.B	36.A	37.D	38.A	39.A	40.B
41.A	42.B	43.B	44.B	45.D	46.B	47.B	48.D	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức $z = 1 + 9i$. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức đã cho.

- A. $M(1; -9)$. B. $M(-1; 9)$. C. $M(-1; -9)$. D. $M(1; 9)$.

Lời giải

$z = 1 + 9i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(1; 9)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{2x+1}$. C. $\frac{2}{2x+1}$. D. $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}.$$

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $y' = \frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$. B. $y' = (2x-1)^{\frac{1}{3}} \cdot \ln|2x-1|$.
 C. $y' = \frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{4}{3}}$. D. $y' = \frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (2x-1)' = \frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}.$$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2$ là

- A. $\left(\log_2 \frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{3}} 2\right)$. D. $\left(\log_{\frac{1}{3}} 2; +\infty\right)$.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{3}} 2.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm } S = \left(\log_{\frac{1}{3}} 2; +\infty\right).$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$, $u_5 = 48$. Tính S_5 .

A. 33.

B. -31.

C. 93.

D. 11.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ u_1 \cdot q^4 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_5 = \frac{3(1 - (-2)^5)}{1 - (-2)} = 33.$$

Câu 6: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$ B. $(Q): x + z = 0$ C. $(Q): -x + y + z = 0$ D. $(Q): 3x - y + z = 0$

Lời giải

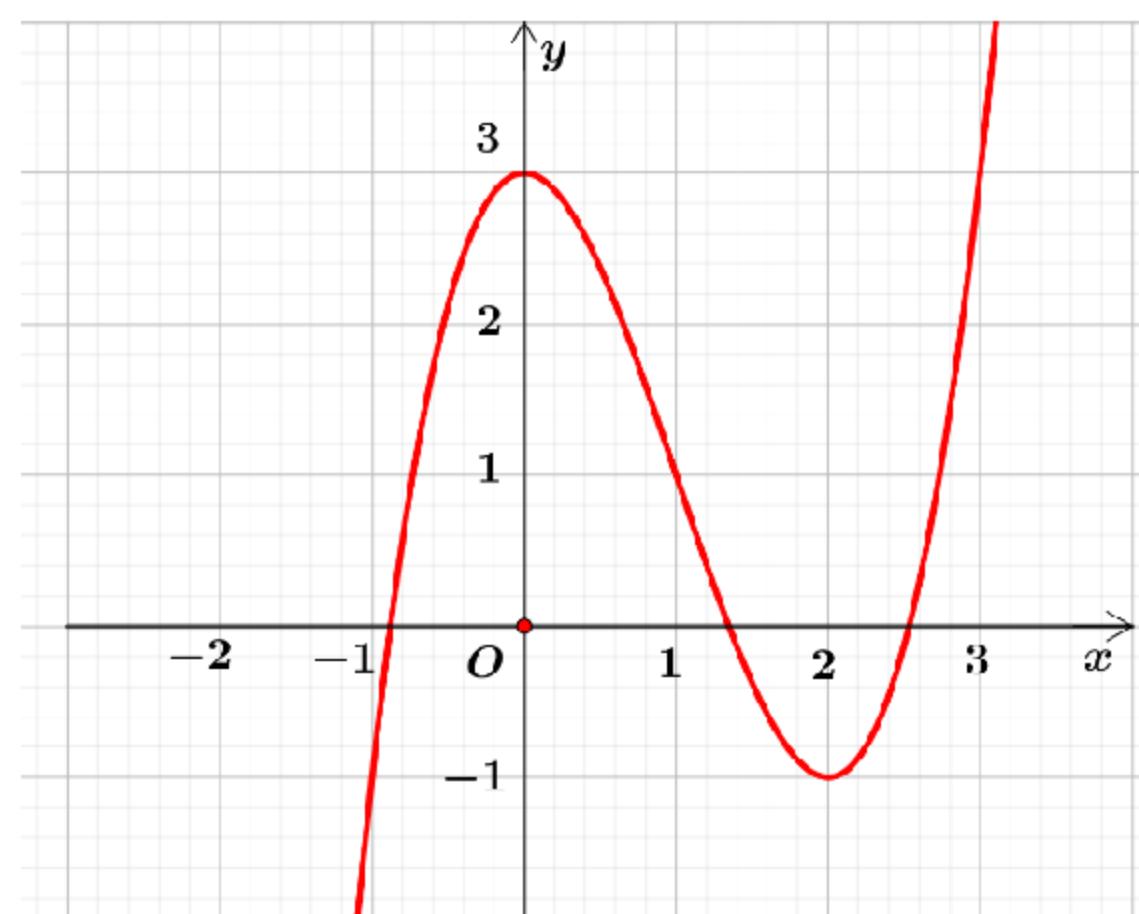
$$\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1), \vec{u} = (1; 1; -1)$$

$$\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$$

$$\vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (1; 0; 1)$$

$$\text{Vậy } (Q): x + z = 0.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



A. $(0; -3)$.

B. $(3; 0)$.

C. $(-3; 0)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; 3)$.

Câu 8: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

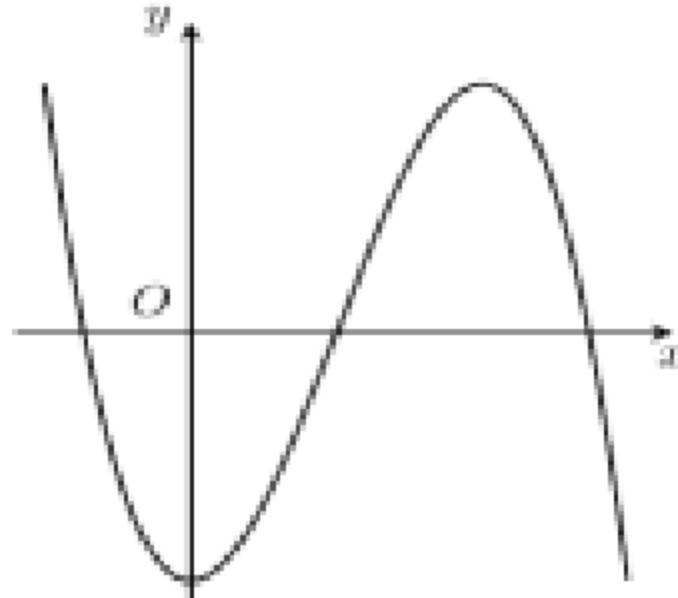
D. 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 2f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx = 2.4 = 8$

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ sau là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = -x^4 + x^2 - 2$. C. $y = x^4 - x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta suy ra hàm số là hàm đa thức bậc 3 có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$ nên chọn đáp án A.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng
A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Lời giải

Bán kính của (S) là $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;\sqrt{2})$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là:
A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $n_1 = \frac{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{AC}\|} = (-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; -4)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ACD) là $n_2 = \frac{\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AC}\| \cdot \|\overrightarrow{AD}\|} = (4\sqrt{2}; 0; 0)$.

Gọi j là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) .

$$\cos j = |\cos(n_1, n_2)| = \frac{|(-2\sqrt{2}) \cdot 4\sqrt{2}|}{\sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + (-2\sqrt{2})^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(4\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow j = 60^\circ.$$

Ta có

$$z_1 = 4 - 3i \quad z_2 = 1 + 2i.$$

$$\overline{\overline{z_1}}$$

Câu 12: Cho hai số phức và Phân thực của số phức $\overline{z_2}$ bằng

- A. 1. B. $-\frac{2}{5}$. C. 2. D. $-\frac{11}{5}$.

Lời giải

$$\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} = \frac{4-3i}{1-2i} = \frac{(4-3i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{10+5i}{1^2 + 2^2} = 2+i.$$

Ta có $\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} = \frac{z_1}{z_2}$

Vậy phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là 2.

- Câu 13:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

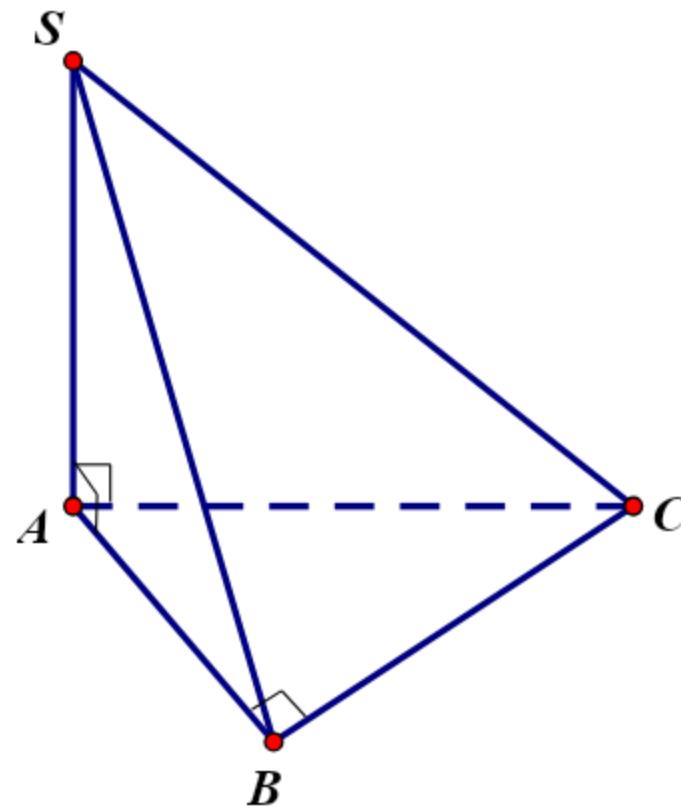
Lời giải

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 6 là $V = 6^3 = 216$.

- Câu 14:** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

$$\text{A. } \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}. \quad \text{C. } \frac{a^3}{3}. \quad \text{D. } \frac{2a^3}{3}.$$

Lời giải



Ta có $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$$\text{A. } (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3. \quad \text{B. } (x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9. \\ \text{C. } (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3. \quad \text{D. } (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9.$$

Lời giải

$$d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3$$

Ta có

Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;2)$ và bán kính $R = 3$.

$$\text{Phương trình mặt cầu } (S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9.$$

- Câu 16:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ có môđun là

A. $\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{13}$.

D. $2\sqrt{17}$.

Lời giải

Ta có $z = z_1 - z_2 = 6 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , đường cao là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2a^2$.

B. $5a^2$.

C. $2\sqrt{5}\pi a^2$.

D. $\sqrt{5}\pi a^2$.

Lời giải

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$S_{xq} = \pi rl = \pi aa\sqrt{5} = \sqrt{5}\pi a^2$$

Oxyz

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 18: Trong không gian , đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;3;-1)$.

B. $M(-3;5;3)$.

C. $M(3;5;3)$.

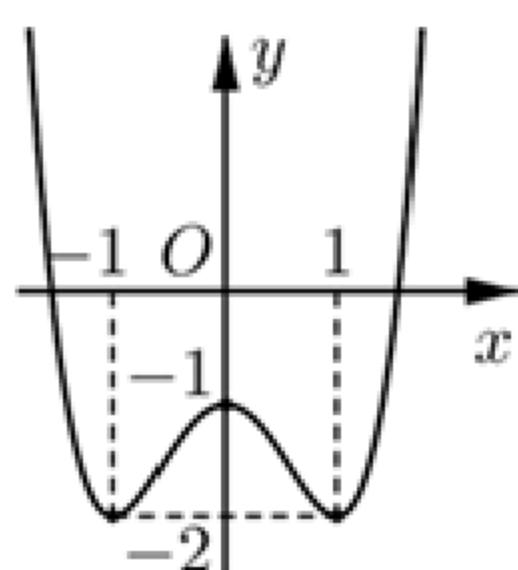
D. $M(1;2;-3)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} t = -2 &\quad \begin{cases} x = 1 + 2(-2) = -3 \\ y = 3 - (-2) = 5 \\ z = 1 - (-2) = 3 \end{cases} \\ \text{Với } & \end{aligned}$$

Vậy $M(-3;5;3) \in d$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Hàm số đạt cực đại tại

A. 0.

B. -1.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 20: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Đồ thị hàm số có TCN: $y = -1$.

- Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1$ là
- A. $(0;1)$ B. $\left(\frac{1}{8}; 3 \right)$. C. $\left(\frac{1}{8}; 1 \right)$. D. $\left(\frac{1}{8}; +\infty \right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}} x < 3^1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^0 > x > \left(\frac{1}{2} \right)^3 \Leftrightarrow 1 > x > \frac{1}{8}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{8}; 1 \right)$.

- Câu 22:** Một hộp có 8 bi xanh, 5 bi đỏ và 4 bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bi sao cho có đúng 1 bi đỏ?

- A. $C_5^1 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1$. B. $A_5^1 \cdot A_{12}^2$. C. $C_5^1 \cdot C_{12}^2$. D. $A_5^1 \cdot A_8^1 \cdot A_4^1$.

Lời giải.

Chọn C

- ❖ Chọn 1 bi đỏ có C_5^1 cách.
- ❖ Chọn 2 bi còn lại có C_{12}^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $C_5^1 \cdot C_{12}^2$ cách chọn thỏa yêu cầu.

- Câu 23:** Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$. C. $f(x) = e^{2x}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = \left(e^{x^2} \right)' = 2xe^{x^2}.$$

- Câu 24:** Nếu $\int_2^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_2^3 [3f(x) - 2] dx$ bằng bao nhiêu
- A. 10. B. 6. C. 14. D. 18.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_2^3 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_2^3 f(x) dx - 2 \int_2^3 dx = 10$$

Câu 25: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x+1} + x^2$ thỏa mãn $F(0) = \frac{e}{2}$

A. $F(x) = e^{2x+1} + \frac{x^3}{3} - \frac{e}{2}$.

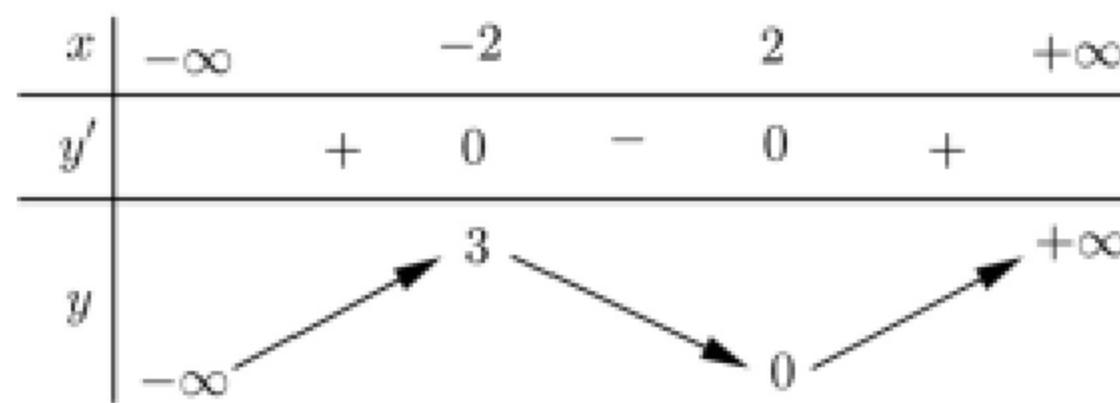
B. $F(x) = e^{2x+1} + \frac{x^3}{3}$.

C. $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3}$. D. $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{e}{2}$.

Lời giải

Ta có $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$ mà $F(0) = \frac{e}{2} \Rightarrow C = 0$. Vậy $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



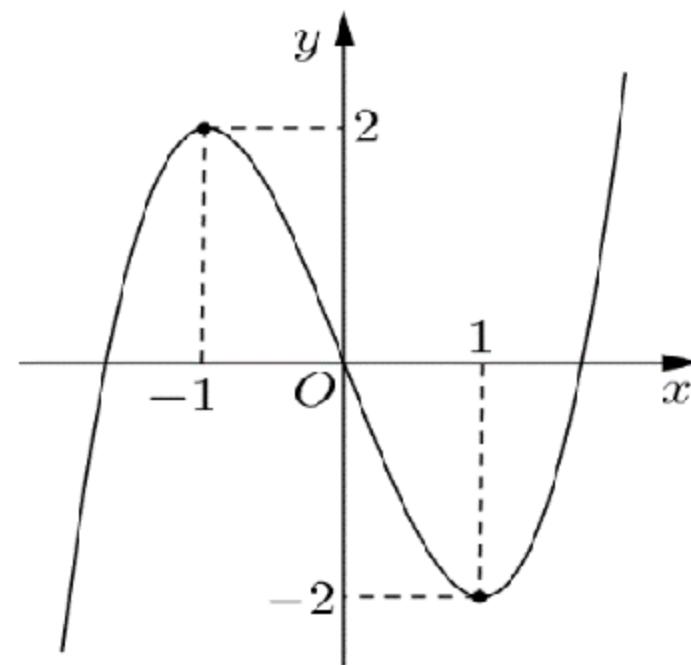
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?



- A. -1. B. -2. C. 1. D. 2.

Lời giải

Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$ và giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 28: Cho a, b, c là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\log_a b = 5$, $\log_a c = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{b}{c} \right)$.

- A. $P = -4$. B. $P = 4$. C. $P = -1$. D. $P = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{b}{c} \right) = \log_{a^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{b}{c} \right) = 2 \log_a \left(\frac{b}{c} \right) = 2(\log_a b - \log_a c) = 2(5 - 7) = -4.$$

Câu 29: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 3x$ và $y = 0$ khi quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{81}{10}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{9\pi}{2}$. D. $\frac{81\pi}{10}$.

Lời giải

$$-x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

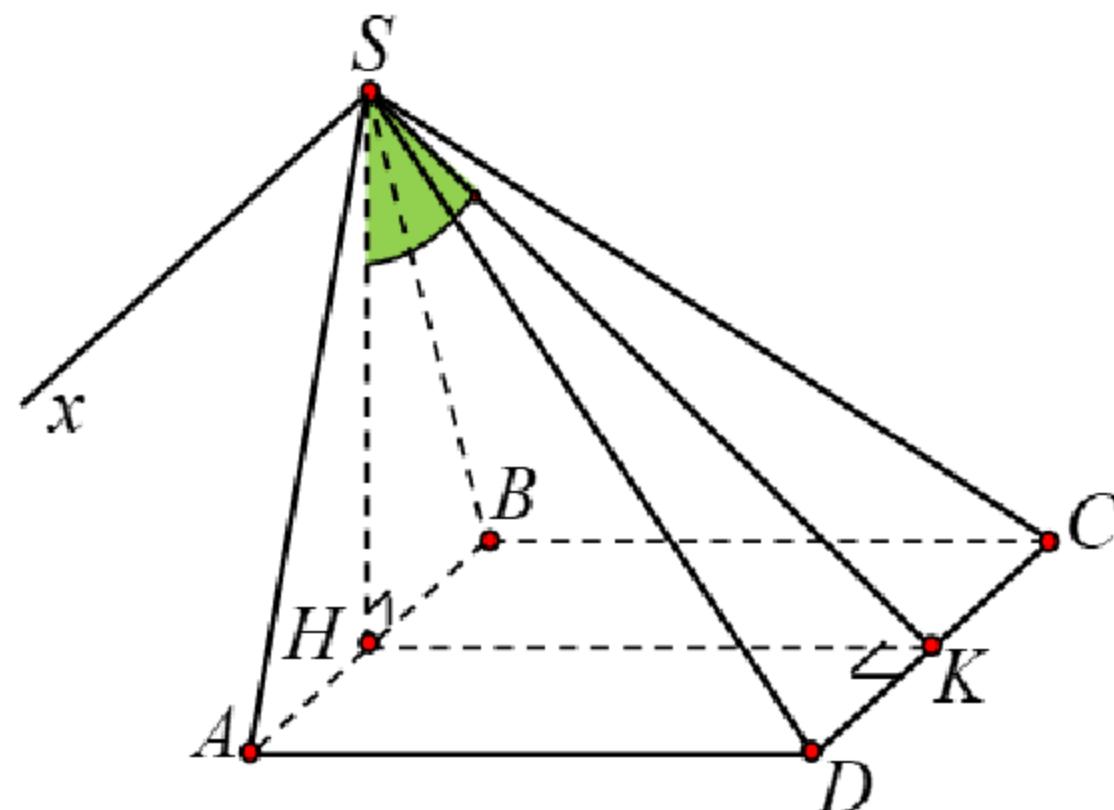
Phương trình hoành độ giao điểm.

$$V = \pi \int_0^3 (-x^2 + 3x)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Ta có \tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB

Ta có: H là trung điểm AB thì $SH \perp AB$

$$\text{Mà } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Mặt khác $\begin{cases} AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$

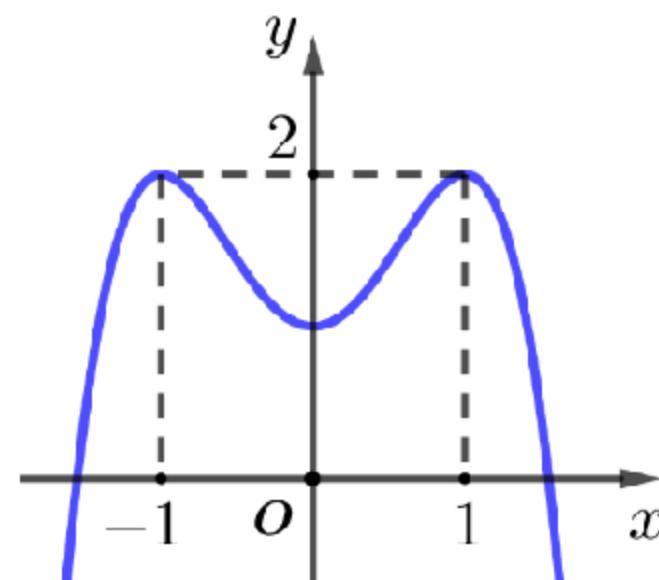
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SCD) = Sx & K \\ (SAB) \supset SH \perp Sx \Rightarrow ((\boxed{SAB}), (\boxed{SCD})) = \boxed{HSK} \\ (SCD) \supset SK \perp Sx \end{cases}$$

Mà $(SAB) \supset SH \perp Sx$, với S là trung điểm

$$\begin{array}{c} HSK \quad H \quad \tan HSK = \frac{HK}{SH} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \text{Xét tam giác vuông tại } \text{ có:} \end{array}$$

$$\Rightarrow \tan((SAB), (SCD)) = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 31: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như bên dưới. Số các giá trị nguyên dương của m để phương trình $7f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt là



A. 5.

B. 7.

C. 8.

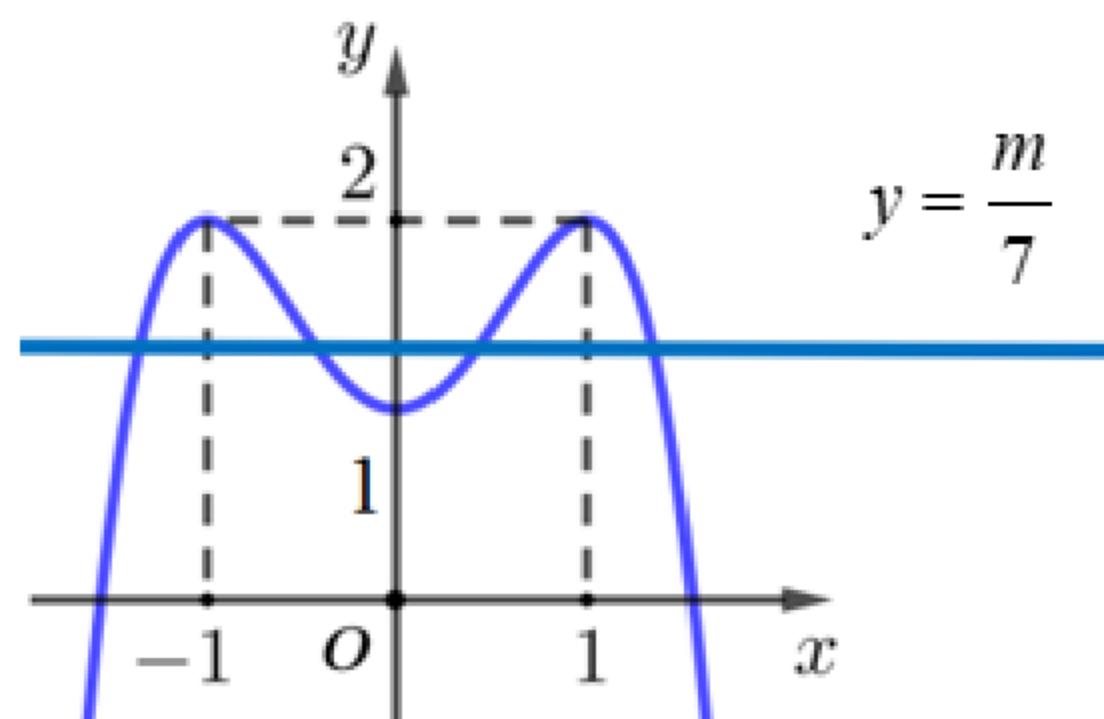
D. 6.

Lời giải

Ta có

$$7f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{7}$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hai hàm số $\begin{cases} y = f(x) \\ y = \frac{m}{7} \end{cases}$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị của hàm số $y = \frac{m}{7}$ \Rightarrow PT có 4 nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow 1 < \frac{m}{7} < 2 \Leftrightarrow 7 < m < 14$, mà m là số nguyên dương.

Suy ra $m \in \{8; 9; 10; 11; 12; 13\}$

Vậy có 6 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(3; 5)$. C. $(1; 4)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(4-x)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=4 \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1); (2; +\infty)$.

Câu 33: Một hộp đựng 11 viên bi ghi số từ 1 đến 11. Người ta lấy ngẫu nhiên 4 viên bi rồi cộng các số trên viên bi lại với nhau. Xác suất để tổng các số ghi trên 4 viên bi được lấy ra số lẻ bằng

- A. $\frac{16}{33}$. B. $\frac{31}{32}$. C. $\frac{21}{32}$. D. $\frac{11}{32}$.

Lời giải

Không gian mẫu $n(W) = C_{11}^4$.

Gọi A : “Tổng các số ghi trên 4 viên bi được lấy ra số lẻ”

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ, 5 số chẵn.

Trường hợp 1: Chọn 1 viên số lẻ, 3 viên số chẵn có $C_6^1 \cdot C_5^3$.

Trường hợp 2: Chọn 3 viên số lẻ 1 viên số chẵn: $C_6^3 \cdot C_5^1$.

$$Xác suất P(A) = \frac{n(A)}{n(W)} = \frac{C_6^1 \cdot C_5^3 + C_6^3 \cdot C_5^1}{C_{11}^4} = \frac{16}{33}.$$

Câu 34: Giả sử phương trình $\log_2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

- A. 4 . B. 3 . C. 8 . D. 2 .

Lời giải

Đk: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$. Khi đó ta có phương trình: $t^2 - (m+2)t + 2m = 0$.

$$\hat{\cup} t^2 - mt - 2t + 2m = 0 \hat{\cup} t(t-m) - 2(t-m) = 0 \hat{\cup} (t-2)(t-m) = 0.$$

$$\hat{\cup} \begin{cases} t = 2 \\ t = m \end{cases} \hat{\cup} \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = m \end{cases} \hat{\cup} \begin{cases} x = 4 \\ x = 2^m \end{cases}$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ \Rightarrow phương trình $t^2 - (m+2)t + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow m \neq 2$.

Ta có: $x_1 + x_2 = 6 \Rightarrow 4 + 2^m = 6 \Rightarrow m = 1$.

$$\text{Þ } |x_1 - x_2| = |4 - 2| = 2.$$

Câu 35: Cho số phức $w = (1+i)z + 2$ với $|1+iz| = |z - 2i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường thẳng Δ . Khoảng cách từ điểm $A(1; -2)$ đến Δ bằng

- A. 0 B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Ta có $w = (1+i)z + 2 \Leftrightarrow z = \frac{w-2}{1+i}$, thay vào $|1+iz| = |z - 2i|$ ta được:

$$\begin{aligned} \left|1+i\frac{w-2}{1+i}\right| &= \left|\frac{w-2}{1+i} - 2i\right| \Leftrightarrow \left|\frac{i(w-2)+1+i}{1+i}\right| = \left|\frac{w-2-2i-2i^2}{1+i}\right| \Leftrightarrow |i(w-2)+1+i| = |w-2i| \\ \Leftrightarrow \left|i\left(w-2+\frac{1+i}{i}\right)\right| &= |w-2i| \Leftrightarrow |w-2+1-i| = |w-2i| \Leftrightarrow |w-1-i| = |w-2i| \quad (1) \end{aligned}$$

Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), từ (1) ta có $|x + yi - 1 - i| = |x + yi - 2i|$.

$$\Leftrightarrow |(x-1) + (y-1)i| = |x + (y-2)i| \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y-2)^2 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$.

Khi đó $d(A, \Delta) = \frac{|1 - (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 2x - y - z + 1 = 0$ và $(P_2): x - 2y + z - 1 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến $(P_1): \overrightarrow{n_1} = (2; -1; -1)$;

Véc tơ pháp tuyến $(P_2): \overrightarrow{n_2} = (1; -2; 1)$.

Véc tơ chỉ phương đường thẳng $d: \vec{u} = \overrightarrow{[n_1, n_2]} = (-3; -3; -3)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$, véc tơ chỉ phương $(1; 1; 1)$ có phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tìm điểm đối xứng của $M(-2;1;0)$ qua đường thẳng $d : \frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+7}{-2}$?

- A.** $M'(1;2;3)$. **B.** $M'(1;2;-3)$. **C.** $M'(-1;-2;-3)$. **D.** $M'(6;-3;-10)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên d .

$$\text{Do } H \in d \Rightarrow H(-2t; t; -7 - 2t) \Rightarrow \overline{MH} = (-2t + 2; t - 1; -7 - 2t).$$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (-2; 1; -2)$.

Đường thẳng MH vuông góc với $d \Leftrightarrow \overline{MH} \perp \overline{u_d}$.

$$\Leftrightarrow \overline{MH}u_d = 0 \Leftrightarrow (-2t+2).(-2) + (t-1).1 + (-7-2t).(-2) = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $H(2;-1;-5)$.

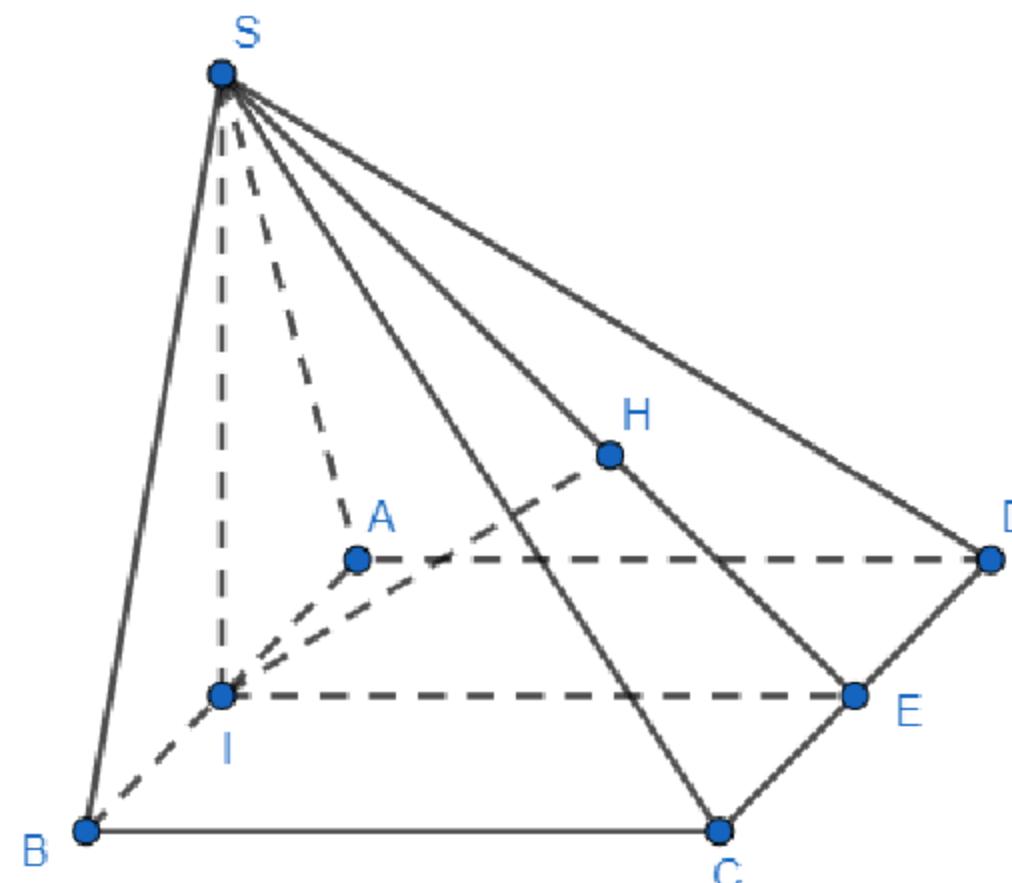
Khi đó, H là trung điểm MM' với M' là điểm đối xứng cần tìm.

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M \\ y_{M'} = 2y_H - y_M \\ z_{M'} = 2z_H - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 6 \\ y_{M'} = -3 \\ z_{M'} = -10 \end{cases} \Rightarrow M'(6; -3; -10)$$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{14}}{6}$. C. $\frac{3a\sqrt{14}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{16}$.

Lời giải



Também $d(A;(SCD)) = d(I;(SCD))$

Gọi E là trung điểm CD .

$$IH \perp SE$$

Dựng $d(I; (SCD)) = IH = \frac{IE \cdot IS}{\sqrt{IE^2 + IS^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên của x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2\log_3(x+y+1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1)$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải

$$\text{Đặt } 2\log_3(x+y+1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1) = 2t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+1=3^t \\ x^2+2x+2y^2+1=4^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1=3^t \\ (x+1)^2+2y^2=4^t \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } 9^t = [(x+1) + y]^2 = \left[1 \cdot (x+1) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}y \right]^2 \leq \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left[(x+1)^2 + 2y^2 \right] = \frac{3}{2} \cdot 4^t$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^t \leq \frac{3}{2} \Rightarrow t \leq \frac{1}{2}.$$

Lại có $(x+1)^2 + 2y^2 = 4^t \Rightarrow (x+1)^2 \leq 4^t \leq 4^{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0\}$.

Nếu $x = 0$ ta có phương trình $2\log_3(y+1) = \log_2(2y^2 + 1)$. Ta thấy phương trình này có nghiệm $y = 0$.

Nếu $x = -1$ ta có phương trình

$$2\log_3 y = \log_2 2y^2 = 2t \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t \\ 2y^2 = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 3^{2t} = 4^t \Rightarrow t = \log_{\frac{9}{4}} 2 \Rightarrow y = 3^{\frac{\log_4 2}{9}}$$

Ta thấy phương trình này có nghiệm $y = 3^{\frac{\log_4 2}{9}}$.

Nếu $x = -2$ ta có phương trình $2\log_3(y-1) = \log_2(2y^2+1) = 2t$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-1=3^t \\ 2y^2+1=4^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 9^t + 4 \cdot 3^t + 3 = 4^t (*)$$

Ta có $4^t = 2y^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow t \geq 0 \Rightarrow 2 \cdot 9^t > 4^t$. Suy ra $VT(*) > 4^t$ nên phương trình vô nghiệm.

Vậy có 2 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 40:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa $f(x) = 4f(-2x+3)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(2) - F(4) = 24$. Khi đó $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng
A. 10. **B.** 12. **C.** -10. **D.** -12.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) = 4f(-2x+3) \Rightarrow \int f(x) dx = 4 \int f(-2x+3) dx \Rightarrow F(x) = -2F(-2x+3) + C$$

$$\text{Từ đó có: } \begin{cases} F(2) = -2F(1) + C \Rightarrow F(2) - F(4) = 2(F(5) - F(1)) \Rightarrow F(5) - F(1) = 12 \\ F(4) = -2F(5) + C \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_{-1}^5 f(x) dx = F(x) \Big|_{-1}^5 = F(5) - F(1) = 12$$

- Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2019; 2019)$ để hàm số $y = |x^2 - 4x + m| + 6x + 1$ có ba điểm cực trị?

- A.** 2013. **B.** 2014. **C.** 2015. **D.** 2016.

Lời giải

Cách 1:

Ta thấy khi $x^2 - 4x + m \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hàm số y chỉ có duy nhất 1 cực trị. Do đó để hàm số đã cho có 3 cực trị thì $x^2 - 4x + m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 hay $m < 4$.

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + m + 1 & \text{khi } x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty) \\ -x^2 + 10x - m + 1 & \text{khi } x \in (x_1; x_2) \end{cases}$$

Do đó để y có 3 cực trị thì điểm cực đại $x_{CD} = 5$ của hàm số $y = -x^2 + 10x - m + 1$ thuộc khoảng $(x_1; x_2)$ hay $x_1 < 5 < x_2$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 5)(x_2 - 5) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 5(x_1 + x_2) + 25 < 0 \Leftrightarrow m - 5 \cdot 4 + 25 < 0 \Leftrightarrow m < -5$$

Kết hợp điều kiện ta được $m < -5$.

+ Mà $m \in (-2019; 2019)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2018; -2017; \dots; -7; -6\}$. Suy ra số giá trị m thỏa mãn là 2013.

Cách 2:

$$+ \text{Đặt } g(x) = x^2 - 4x + m$$

+ Điều kiện để y có ba điểm cực trị là $g(5) < 0 \Leftrightarrow 5 + m < 0 \Leftrightarrow m < -5$.

+ Mà $m \in (-2019; 2019)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2018; -2017; \dots; -7; -6\}$. Suy ra số giá trị m thỏa mãn là 2013.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 5 + 7i| = \sqrt{197}$. Giá trị lớn nhất của $|z - 4 - 7i| + |z - 6 + 21i|$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $(20; \sqrt{197})$. B. $[30; 40]$. C. $[\sqrt{197}; 2\sqrt{394}]$ D. $(2\sqrt{394}; 40)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z

Suy ra, $M \in (C) : (x - 5)^2 + (y + 7)^2 = 197$ có tâm $I(5; -7)$

Gọi $A(4; 7), B(6; -21)$. Ta thấy $A, B \in (C)$

Mặt khác, $AB = 2\sqrt{197} = 2R \Rightarrow AB$ là đường kính của đường tròn (C) .

$$M \in (C) : MA^2 + MB^2 = AB^2 = 788$$

$$\text{Ta có: } (MA + MB)^2 \leq 2(MA^2 + MB^2) = 2 \cdot 788 = 1576$$

$$\Rightarrow MA + MB \leq \sqrt{1576} = 2\sqrt{394}$$

$$\text{Ta có: } |z - 4 - 7i| + |z - 6 + 21i| = MA + MB \leq 2\sqrt{394}$$

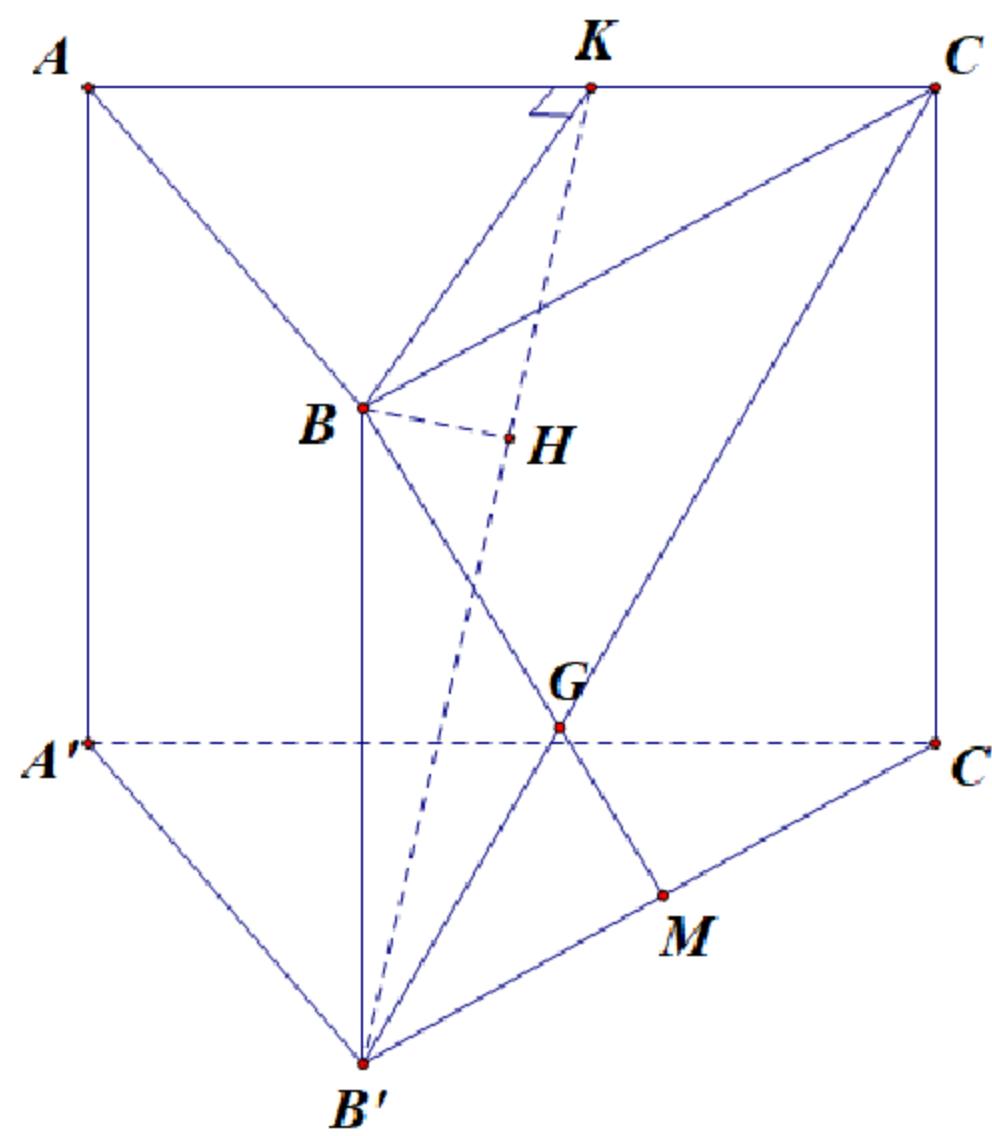
Vậy giá trị lớn nhất của $|z - 4 - 7i| + |z - 6 + 21i|$ bằng $2\sqrt{394} \approx 39,69$.

Dấu " $=$ " xảy ra khi $MA = MB$

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $4a^3$ B. $27a^3$ C. $7a^3$ D. $9a^3$

Lời giải



Gọi $B'C \cap BM = G$, ta có: $\frac{d(M; (B'AC))}{d(B; (B'AC))} = \frac{MG}{BG} = \frac{B'M}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B; (B'AC)) = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$.

Ké $BK \perp AC$, mà $AC \perp BB'$ nên $AC \perp (BB'K) \Rightarrow (B'AC) \perp (BB'K)$.

$(B'AC) \cap (BB'K) = B'K$, trong mp($B'BK$) ké $BH \perp B'K$, khi đó: $BH \perp (B'AC)$.

Do đó: $d(B; (B'AC)) = BH = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$.

ΔAKB vuông tại K nên $BK = AB \cdot \sin 60^\circ = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BK^2} + \frac{1}{BB'^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{3a\sqrt{15}}{5}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{BB'^2} \Leftrightarrow BB' = 3a\sqrt{3}$.

Vậy $V = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = 3a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a \cdot \sin 60^\circ = 27a^3$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $f(x) + f'(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 5x}{(x^2 - x + 1)^2}$; $f(1) - f(0) = 2$; $\int_0^1 f(x) dx = 0$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục tung và trục hoành có dạng $S = \ln a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 13$. B. $T = 25$. C. $T = 34$. D. $T = 41$.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) + f'(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 5x}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{(2x-1)(x^2 - x + 1) - 2x^2 + 2x + 1}{(x^2 - x + 1)^2}$$

Ta có

$$\Rightarrow \int f(x) dx + \int f'(x) dx = \int \frac{2x-1}{x^2 - x + 1} dx - \int \frac{2x^2 - 2x - 1}{(x^2 - x + 1)^2} dx$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx + \int f'(x) dx = \int \frac{d(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} - \int \frac{\frac{2x^2 - 2x - 1}{(2x-1)^2}}{\left(\frac{x^2 - x + 1}{2x-1}\right)^2} dx$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx + f(x) = \int \frac{d(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} - \int \frac{d\left(\frac{x^2 - x + 1}{2x-1}\right)}{\left(\frac{x^2 - x + 1}{2x-1}\right)^2} = \ln(x^2 - x + 1) + \frac{2x-1}{x^2 - x + 1} + C$$

Mặt khác, ta có

$$\begin{cases} \int_0^1 \frac{2x-1}{x^2 - x + 1} dx = \ln(x^2 - x + 1) \Big|_0^1 = 0 = \int_0^1 f(x) dx \\ \left(\frac{2x-1}{x^2 - x + 1} \right) \Big|_0^1 = 1 - (-1) = 2 = f(1) - f(0) \\ \int \frac{2x-1}{x^2 - x + 1} dx = \ln(x^2 - x + 1) + C \end{cases} \quad \text{nên suy ra} .$$

$$S = \int_0^{\frac{1}{2}} \left| \frac{2x-1}{x^2 - x + 1} \right| dx = -\ln(x^2 - x + 1) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \ln \frac{4}{3} = \ln 4 - \ln 3 \quad \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} . \quad \text{Suy ra} .$$

Do đó

Vậy $T = a^2 + b^2 = 25$.

Câu 45: Trên tập hợp các số phức, gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $mz^2 + 2(m+1)z - m + 6 = 0$ có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 1$. Tính S .

A. 3.

B. -4.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Xét phương trình $mz^2 + 2(m+1)z - m + 6 = 0$.

TH1: $m = 0 \Rightarrow$ Phương trình đã cho có dạng $2z + 6 = 0 \Leftrightarrow z = -3 \Rightarrow |z| = 3$ không thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0$

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m(-m+6) = 2m^2 - 4m + 1$.

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{2-\sqrt{2}}{2} \\ m \geq \frac{2+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Nếu: thì phương trình đã cho có hai nghiệm thực
 $\Rightarrow z_0$ là số thực

Theo bài ra, ta có $|z_0| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 1 \\ z_0 = -1 \end{cases}$

Với $z_0 = 1$, ta có $m + 2m + 2 - m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

Với $z_0 = -1$, ta có $m - 2m - 2 - m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Nếu: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2}}{2} < m < \frac{2+\sqrt{2}}{2}$, thì phương trình đã cho có hai nghiệm phức

z_0 là nghiệm của phương trình đã cho $\Rightarrow \overline{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình đã cho.

Áp dụng hệ thức viết, ta có $z_0 \cdot \overline{z_0} = \frac{-m+6}{m}$ mà $z_0 \cdot \overline{z_0} = |z_0|^2 = 1 \Rightarrow \frac{-m+6}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 3$

Vậy $m = -4; m = 2 \Rightarrow S = -2$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(2;1;5)$, bán kính bằng 2 và mặt cầu (S_1) có phương trình: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu trên. Khoảng cách nhỏ nhất từ O đến mặt phẳng (P) bằng

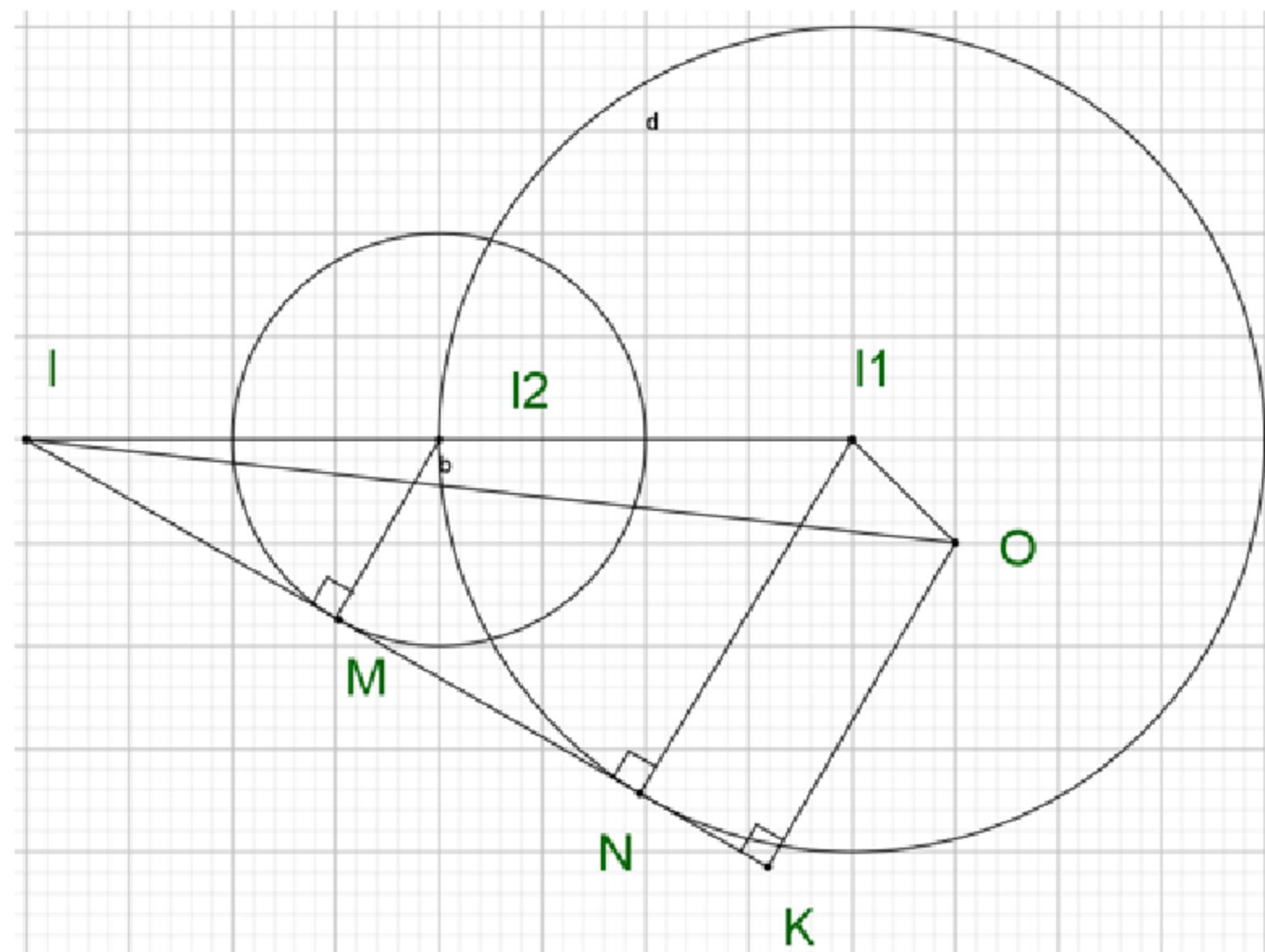
- A. $\sqrt{15}$ B. $\frac{9-\sqrt{15}}{2}$ C. $\frac{9+\sqrt{15}}{2}$ D. $\frac{9\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(2;1;1)$, bán kính bằng 4. Gọi M, N lần lượt là tiếp điểm của mặt phẳng

(P) (S_1) (S_2) $\frac{I_1M}{I_2N} = 2$
 và mặt cầu (S_2) , ta có

$$\Rightarrow V_{(I,2)}((S_2)) = (S_1) \Rightarrow V_{(I,2)}(I_2) = (I_1) \Rightarrow I(2;1;9)$$



Giả sử $(I_1 I_2 MN) \cap (P) = MN$, $(I_1 I_2 MN) \cap (P) = MN$, $(I_1 I_2 MN) \cap (S_1) = (I_1, 4)$, $(I_1 I_2 MN) \cap (S_2) = (I_2, 2)$. Với $(I_1, 4)$ là đường tròn, $(I_2, 2)$ là đường tròn.

Xét tam giác $I_2 IM$ vuông tại M, $I_2 = 4$, $I_2 M = 2$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (P)

$$\sin I_2 \hat{I} M = \frac{I_2 M}{I_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 \hat{I} M = 30^\circ$$

Tam giác $I_1 O$ có $OI = \sqrt{86}$, $I_1 = 8$, $OI_1 = \sqrt{6}$.

$$\cos I_1 \hat{I} O = \frac{(I_1)^2 + (OI)^2 - (OI_1)^2}{2OI \cdot I_1} = \frac{9}{\sqrt{86}} \Rightarrow I_1 \hat{I} O \approx 13^\circ 57' 9,9''$$

$$\Rightarrow \hat{H}IO = 30^\circ - I_1 \hat{I} O \approx 16^\circ 2' 50''$$

Xét tam giác OIH vuông tại H . Ta có $OH = OI \cdot \sin \hat{O}IH \approx 2,5635083$.

$$\frac{9 - \sqrt{15}}{2} \approx 2,5635083$$

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y} = 3^{x^2+y^2}$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$4^{x+y} = 3^{x^2+y^2} = t \quad t > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \log_4 t \\ x^2+y^2 = \log_3 t \end{cases}$$

Đặt ,

$$\text{Vì } (x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2) \Rightarrow \log_4^2 t \leq 2 \log_3 t \Leftrightarrow \frac{\ln^2 t}{\ln^2 4} \leq 2 \frac{\ln t}{\ln 3} \Leftrightarrow 0 \leq \ln t \leq \frac{2 \ln^2 4}{\ln 3} .$$

Suy ra $x^2 + y^2 = \frac{\ln t}{\ln 3} \leq \frac{2 \ln^2 4}{\ln^2 3} = 2 \left(\frac{\ln 4}{\ln 3} \right)^2 \approx 3,18 \Rightarrow x^2 \leq 3,18 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{-1; 0; 1\}$

- Nếu $x=0 \Rightarrow \begin{cases} 0+y=\log_4 t \\ 0^2+y^2=\log_3 t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ t=1 \end{cases}$

- Nếu $x=1 \Rightarrow \begin{cases} 1+y=\log_4 t \\ 1^2+y^2=\log_3 t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{\ln t}{\ln 4}-1 \\ \left(\frac{\ln t}{\ln 4}-1\right)^2+1=\frac{\ln t}{\ln 3} \end{cases} \Rightarrow \exists t \Rightarrow \exists y$

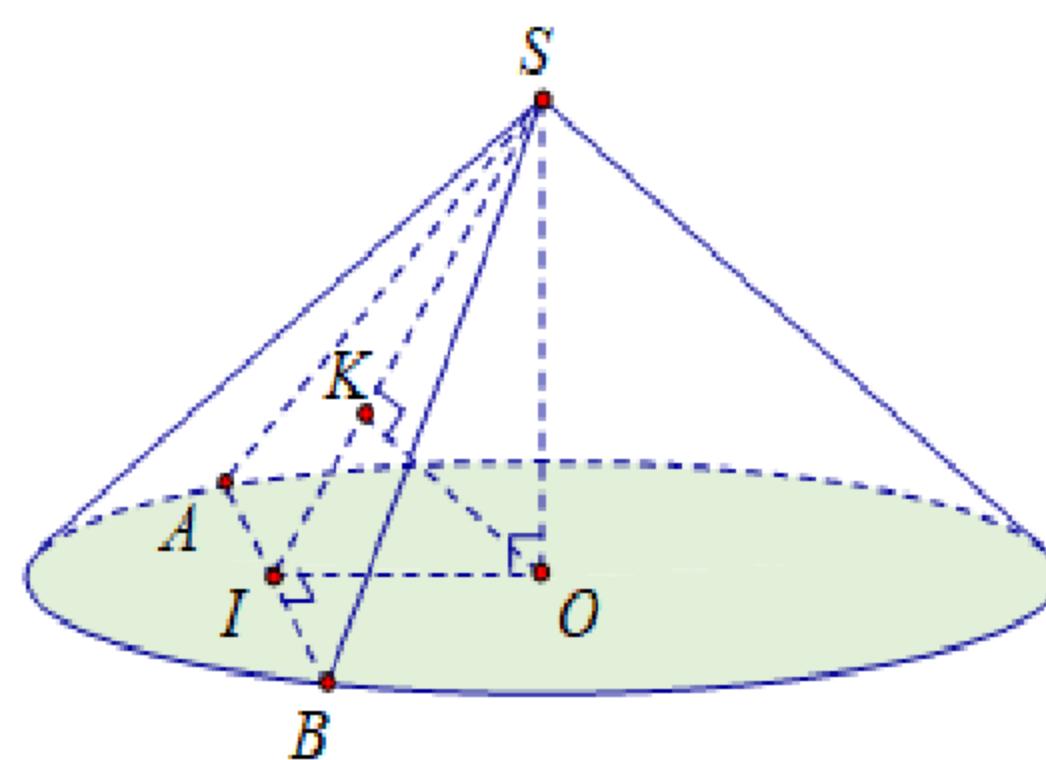
- Nếu $x=-1 \Rightarrow \begin{cases} -1+y=\log_4 t \\ (-1)^2+y^2=\log_3 t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{\ln t}{\ln 4}+1 \\ \left(\frac{\ln t}{\ln 4}+1\right)^2+1=\frac{\ln t}{\ln 3} \end{cases} \Rightarrow \exists t \Rightarrow \exists y$

Vậy $x \in \{0; 1\}$.

Câu 48: Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O bán kính $R=5$, góc ở đỉnh bằng 60° . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB=6$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .

- A. $\frac{20\sqrt{273}}{90}$. B. $\frac{20\sqrt{270}}{91}$. C. $\frac{20\sqrt{271}}{91}$. D. $\frac{20\sqrt{273}}{91}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow OI \perp AB$.

Mà $AB \perp SO$

$$\Rightarrow AB \perp (SIO) \Rightarrow (SAB) \perp (SIO)$$

Trong (SIO) vẽ $OK \perp SI = (SAB) \cap (SIO) \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow OK = d(O, (SAB))$.

Góc ở đỉnh bằng $60^\circ \Rightarrow \angle AOS = 30^\circ$, mà $OA = R = 5 \Rightarrow SO = 5\sqrt{3}$

ΔIAO vuông tại I có: $OA = 5, AI = \frac{AB}{2} = 3 \Rightarrow OI = 4$

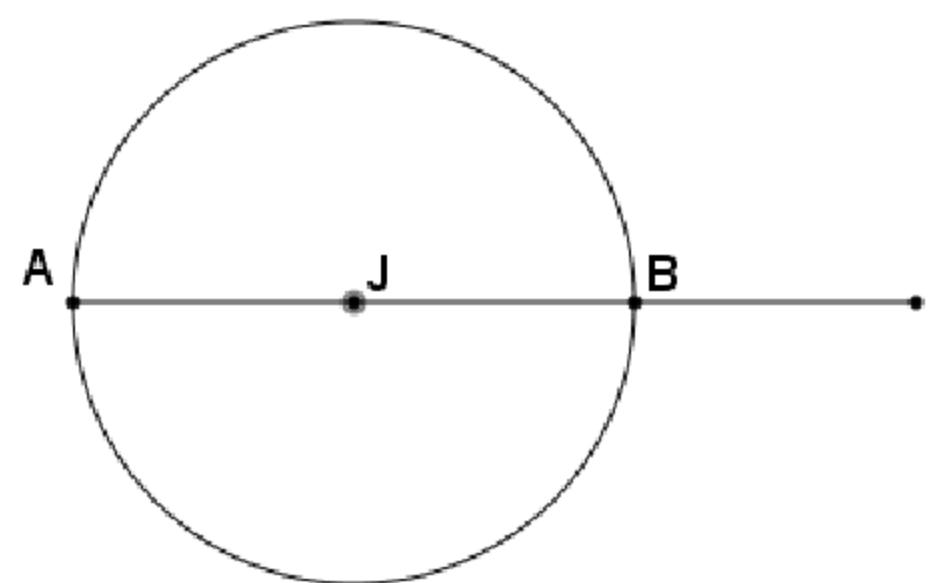
$$\Delta SOI \quad O \quad OK \quad \text{vuông tại } O, \text{ đường cao} \quad \text{có: } \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OK = \frac{20\sqrt{273}}{91}.$$

Vậy $d(O, (SAB)) = \frac{20\sqrt{273}}{91}$.

- Câu 49:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{13}{2}$ và ba điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 4; 6)$, $C(-2; 1; 5)$; $M(a; b; c)$ là điểm thay đổi trên (S) sao cho biểu thức $2MA^2 + MB^2 - 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

- A. $a+b+c = \frac{13}{2}$. B. $a+b+c = 4$. C. $a+b+c = 6$. D. $a+b+c = 12$.

Lời giải



Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$
 $\Rightarrow I(2x_A + x_B - 2x_C; 2y_A + y_B - 2y_C; 2z_A + z_B - 2z_C)$
 $\Rightarrow I(2; 6; 2)$.

Suy ra là điểm cố I định.

$$P = 2MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = MI^2 + 2MI(2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC}) + 2IA^2 + IB^2 - 2IC^2$$

P đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$$(S) : (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{13}{2} \quad \text{có tâm } J(-2; 3; 1) \quad \text{và bán kính } R = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

Suy ra $IJ = \sqrt{26}$

Mà M là điểm thay đổi trên (S) nên MI đạt giá trị nhỏ nhất khi $M \equiv B$

$$\begin{cases} IJ = \sqrt{26} \\ BJ = R = \frac{\sqrt{26}}{2} \end{cases} \Rightarrow B(0; \frac{9}{2}; \frac{3}{2}) \Rightarrow M(0; \frac{9}{2}; \frac{3}{2}) \Rightarrow a+b+c = 6.$$

Ta có J là trung điểm của

- Câu 50:** Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 10]$ để hàm số $g(x) = f(3|x-m| + m^2)$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$?

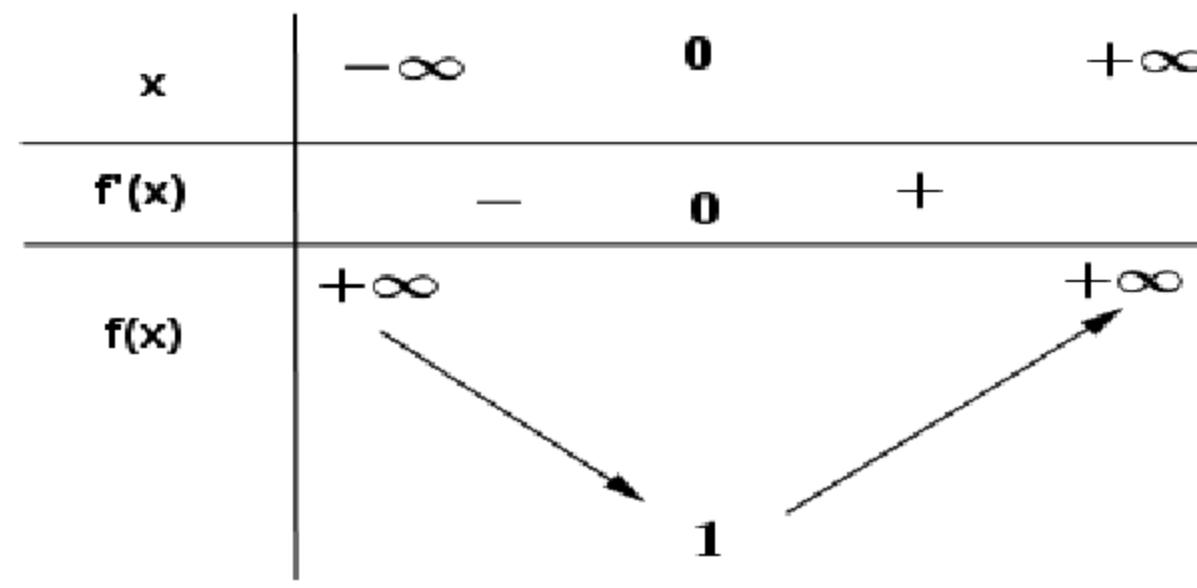
- A. 11. B. 5. C. 10. D. 9.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$

Ta có $f'(x) = 4x^3 + 4x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên



Ta có
$$g'(x) = f'(3|x-m|+m^2) \cdot (3|x-m|+m^2)' = f'(3|x-m|+m^2) \cdot \frac{3(x-m)}{|x-m|}.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 0 & (1) \\ 3|x-m| + m^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

TH1: Nếu $m = 0 \Rightarrow$ phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ không thỏa mãn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ nên trường hợp này bị loại.

TH2: Nếu $m > 0 \Rightarrow$ phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = m$

Ta có $3|x-m| + m^2 > 0 \quad \forall x < 1 \Rightarrow f'(3|x-m|+m^2) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; 1)$ nên $g'(x) < 0 \Leftrightarrow x < m$.

\Rightarrow hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 1) \Leftrightarrow g'(x) < 0 \quad \forall x \in (-\infty; 1)$

$\Leftrightarrow (-\infty; 1) \subset (-\infty; m) \Leftrightarrow 1 \leq m \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Nên có 10 giá trị thỏa mãn.

----- HẾT -----