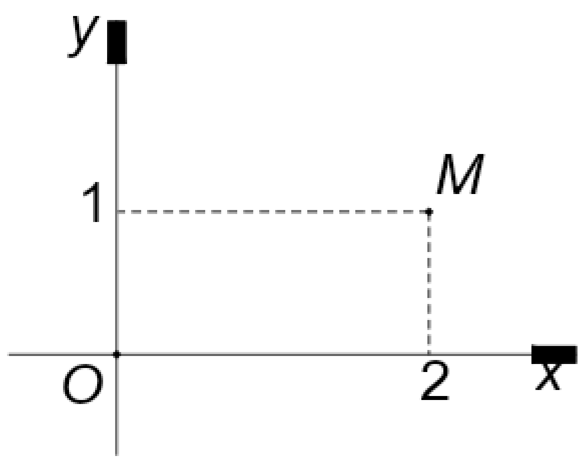
ĐỀ THI THỬ
CHUẨN CẤU TRÚC MINH HỌA
ĐỀ 01
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn phức nào sau đây?



A. $z_1 = 2 + i$. **B.** $z_2 = 2 - i$. **C.** $z_3 = 1 + 2i$. **D.** $z_4 = 1 - 2i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0, +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 2023x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 3}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{2023x}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2023x\ln 3}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0, +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{7}{3}}$ là

A. $y' = \dfrac{3}{10}x^{\frac{10}{3}}$. **B.** $y' = \dfrac{3}{7}x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $y' = \dfrac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$. **D.** $y' = \dfrac{7}{3}x^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

A. $(-\infty; 4)$. **B.** $(0; 4)$. **C.** $(0; 16)$. **D.** $(4; +\infty)$.

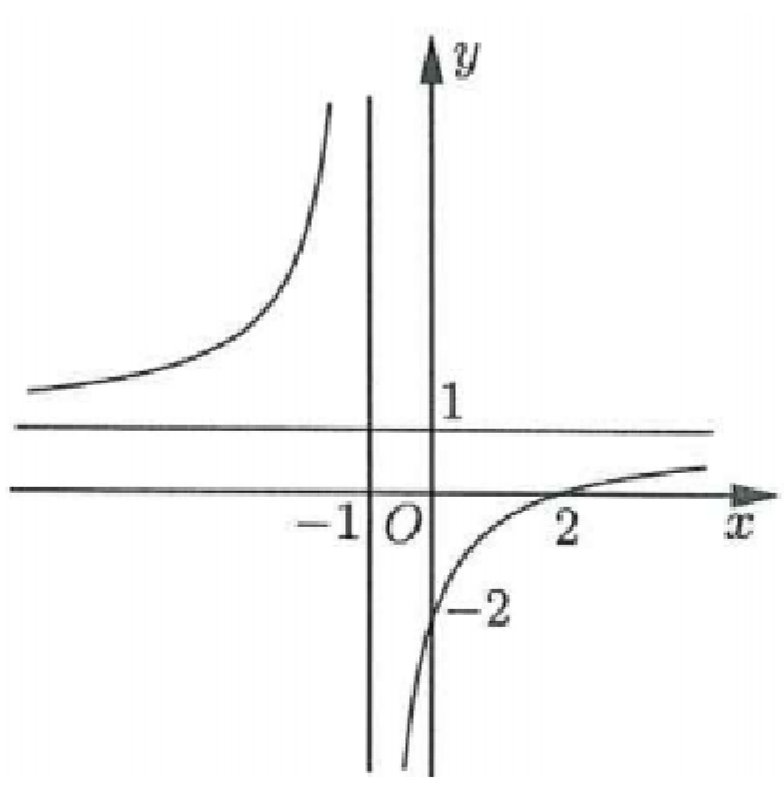
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng

A. -12. **B.** -24. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{u} = (2; -1; 3)$. **B.** $\overrightarrow{v} = (2; 0; 3)$. **C.** $\overrightarrow{w} = (0; 2; -1)$. **D.** $\overrightarrow{n} = (2; 0; -1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

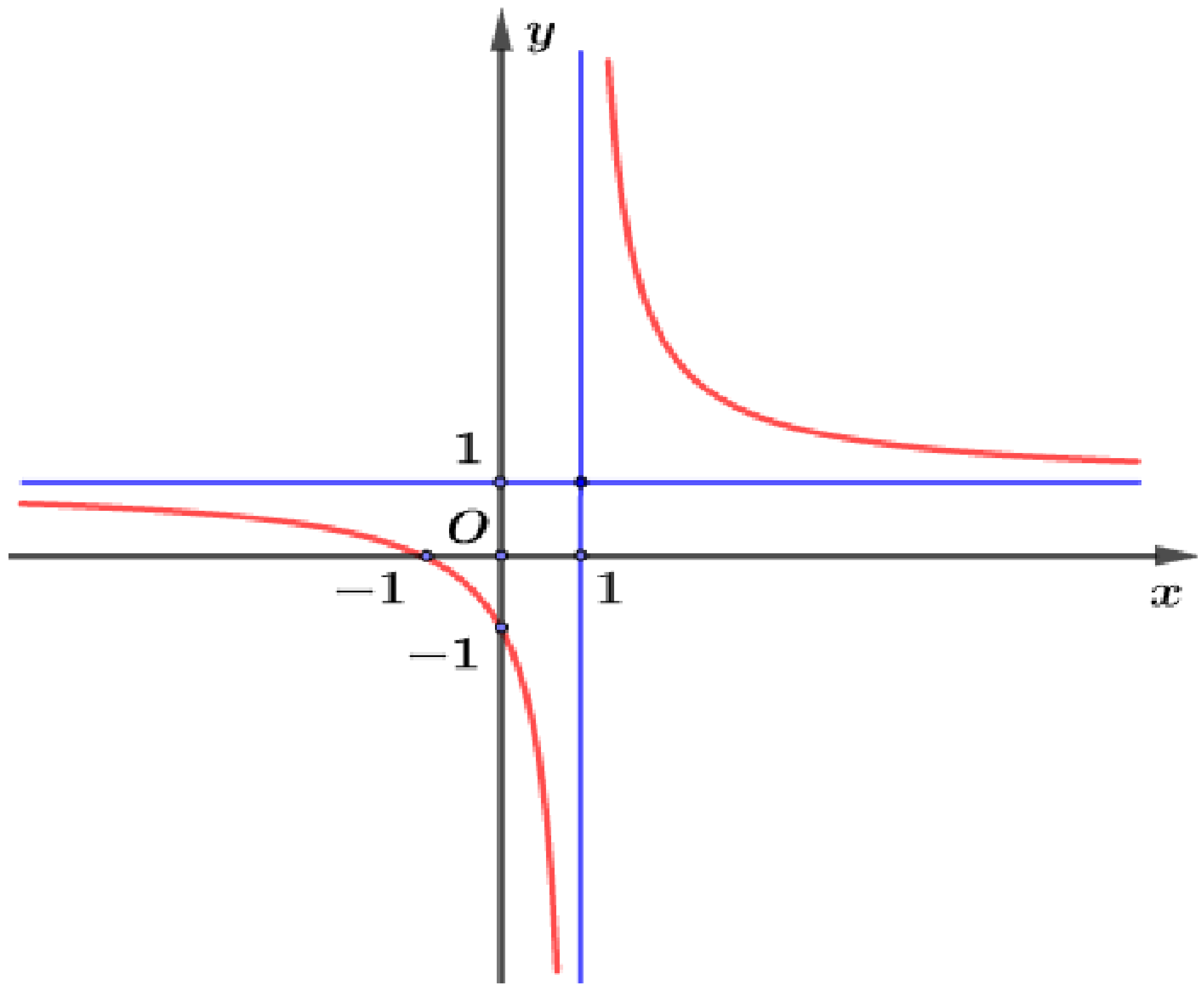


A. $(0; -2)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; 2)$.

Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$; $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = -2$. Khi đó $\int_1^2 (f(x) + g(x))\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

A. $I(2;2;4)$ và $R=3$. **B.** $I(2;2;4)$ và $R=4$.

C. $I(1;1;2)$ và $R=3$. **D.** $I(1;1;2)$ và $R=4$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y-z-3=0$ và $(Q):x-z-2=0.$ Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 12: Cho số phức $z=(1-i)^5$. Tìm phần ảo của số phức $w=iz$.

A. -4. **B.** 4. **C.** $4i$. **D.** $-4i$.

Câu 13: Thể tích V khối lập phương cạnh $3a$ là

A. $V=81a^3$. **B.** $V=9a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=27a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\dfrac{1}{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{3}{4}a^3$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng (Oyz). Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=1$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=1$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=2$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $z=2-7i$ bằng:

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** 2. **D.** 7.

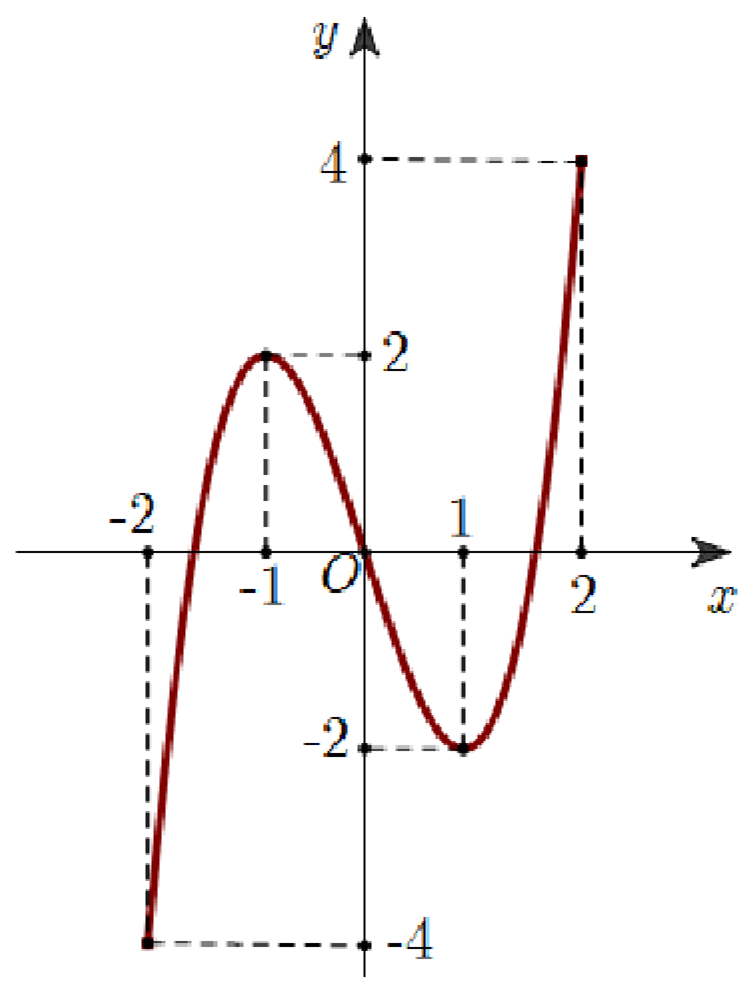
Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy bằng 6 và độ dài đường sinh $l=6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 108π. **C.** 36π. **D.** 18π.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$.

A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $M(1;-2)$. **D.** $M(-2;-4)$.

Câu 20: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$ có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=4$.

Câu 21: Bất phương trình $\log_2 x<3$ có tập nghiệm là

A. $(8;+\infty)$. **B.** $(-\infty;8)$. **C.** $(0;8)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 22: Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là

A. C_{12}^2. **B.** 12^2. **C.** A_{12}^2. **D.** 2^{12}.

Câu 23: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có họ tất cả các nguyên hàm là hàm số $F(x)=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$, ($a>0,\ a\neq 1,\ C$ là hằng số).

A. $f(x)=a^x$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{x}$. **C.** $f(x)=\ln x$. **D.** $f(x)=x^a$.

Câu 24: Cho $\int_2^5 f(x)dx=10$. Khi đó $\int_2^5\left[2+3f(x)\right]dx$ bằng

A. 32. **B.** 36. **C.** 42. **D.** 46.

Câu 25: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=6x+\sin 3x$ và $F(0)=\dfrac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x)=3x^2+\frac{\cos 3x}{3}+1$.

B. $F(x)=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}+\frac{2}{3}$.

C. $F(x)=3x^2+\frac{\cos 3x}{3}-1$.

D. $F(x)=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}+1$.

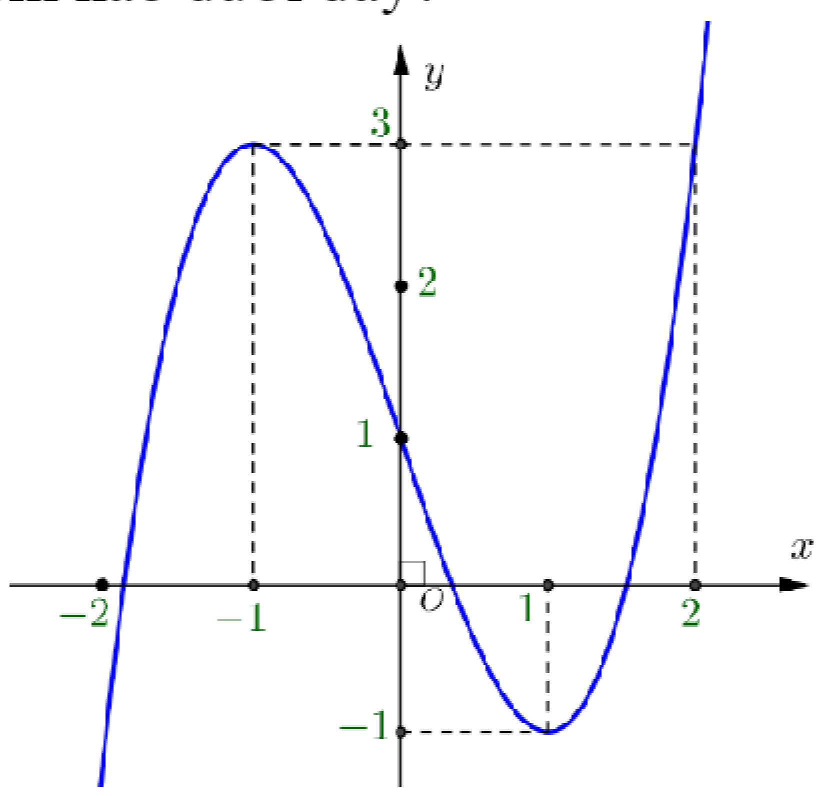
Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$

Câu 28: Với a,b là các số thực dương tùy ý, $\log_3(a.b^2)$ bằng

A. $\log_3 a+2\log_3 b$. **B.** $2(\log_3 a+\log_3 b)$. **C.** $\log_3 a+\frac{1}{2}\log_3 b$. **D.** $2\cdot\log_3 a\cdot\log_3 b$.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\frac{81}{10}\pi$. **B.** $V=\frac{81}{10}$. **C.** $V=\frac{9}{2}$. **D.** $V=\frac{9}{2}\pi$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 13.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên □ là $f'(x)=x^2(x-1)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 33: Từ một hộp có 15 viên bi trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 9 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để 3 viên bi có cả hai màu

A. $\frac{8}{35}$ **B.** $\frac{12}{65}$. **C.** $\frac{27}{35}$. **D.** $\frac{4}{91}$.

Câu 34: Tích các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-\log_3(9x)-4=0$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 27.

Câu 35: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|(1+i)z-5+i|=2$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3)$, $R=2$. **B.** $I(-2;3)$, $R=\sqrt{2}$. **C.** $I(2;-3)$, $R=\sqrt{2}$. **D.** $I(-2;3)$, $R=2$.

Câu 36: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1;-3)$, $B(3;0;1)$?

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=1-t\\z=5+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=-3-4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-t\\y=t\\z=1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-1-t\\z=5+4t\end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-4=0$ và điểm $M(1;1;0)$. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng với M qua (P).

A. $M'(3;-3;0)$. **B.** $M'(-2;1;3)$. **C.** $M'(0;2;-1)$. **D.** $M'(-2;3;1)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2\log_2(x+2)}-\sqrt{\log_2(2x^2-1)}\ge(x+1)(x-5)$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(8)+G(8)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int_{-2}^{0} f(-4x)\,dx$ bằng

A. $-\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^3+(m+2)x^2-3$ có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 42: Hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức $(1+i)\left|z^2-2iz-1\right|=\frac{\left|2022.\bar{z}+2022\right|}{w}+2-2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. $\frac{2021\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{1011\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2023\sqrt{2}}{4}$. **D.** 2019.

Câu 43: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$ đồng thời $AA'=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Biết rằng khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $-xf'(x).\ln x+f(x)=2x^2f^2(x),\ \forall x\in(1;+\infty)$, $f(x)>0, \forall x\in(1;+\infty)$ và $f(\mathrm{e})=\frac{1}{\mathrm{e}^2}$. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=xf(x), y=0, x=e, x=e^2$.

A. $S=\frac{3}{2}$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=\frac{5}{3}$. **D.** $S=2$.

Câu 45: Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)\left|z_2\right|$?

A. 12. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 46: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-2}$, $I(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d, đồng thời khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$.

A. $(P): x-y+z-2=0$, $(P): 7x+5y+z+2=0$.

B. $(P): x-y+z+2=0$, $(P): 7x+5y+z+2=0$.

C. $(P): x-y+z-2=0$, $(P): 7x+5y+z-2=0$.

D. $(P): x-y+z+2=0$, $(P): 7x+5y+z-2=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 48: Cho hình nón đỉnh S, tâm mặt đáy O và có diện tích xung quanh bằng $20\pi a^2$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho độ dài cung $\overset{\frown}{AB}$ bằng $\frac{1}{3}$ lần chu vi của đường tròn đáy. Biết rằng bán kính đáy bằng $4a$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$. **B.** $\frac{\sqrt{13}}{13}a$. **C.** $\frac{12\sqrt{13}}{13}a$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;7;2)$ và $B(-1;3;-1)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 3$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{85}$. **D.** $\sqrt{65}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2022; 2022)$ để hàm số $y = |x^3 + (2m+1)x - 2|$ đồng biến trên $(1;3)$?

A. 4034. **B.** 2022. **C.** 4030. **D.** 4032.

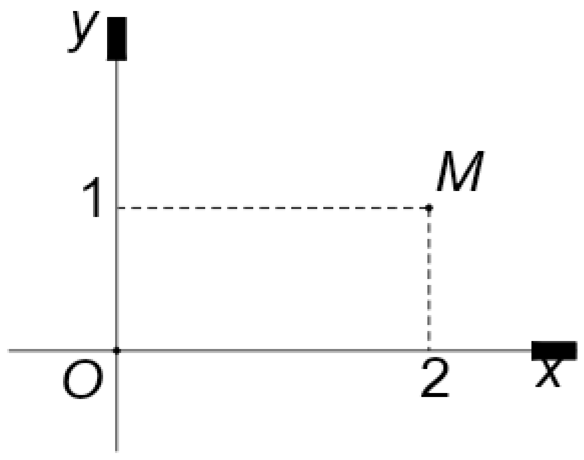
---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.A	5.B	6.D	7.A	8.D	9.A	10.C
11.A	12.A	13.D	14.D	15.B	16.A	17.D	18.B	19.C	20.A
21.C	22.A	23.A	24.B	25.D	26.B	27.B	28.A	29.A	30.A
31.A	32.A	33.C	34.C	35.C	36.D	37.A	38.B	39.B	40.B
41.A	42.B	43.D	44.A	45.C	46.B	47	48.D	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn phức nào sau đây?



A. $z_1 = 2 + i$. **B.** $z_2 = 2 - i$. **C.** $z_3 = 1 + 2i$. **D.** $z_4 = 1 - 2i$.

Lời giải

$M(2;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 2 + i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0, +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 2023x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 3}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{2023x}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2023x\ln 3}$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{(2023x)'}{2023x\ln 3} = \dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0, +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{7}{3}}$ là

A. $y' = \dfrac{3}{10}x^{\frac{10}{3}}$. **B.** $y' = \dfrac{3}{7}x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $y' = \dfrac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$. **D.** $y' = \dfrac{7}{3}x^{-\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Ta có: $y = x^{\frac{7}{3}} \Rightarrow y' = \dfrac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;16)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x + 4 \Leftrightarrow x < 4$.

Tập nghiệm của bất phương trình $S = (-\infty;4)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng

A. -12. **B.** -24. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Ta có:

$u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow -6 = 3 + d \Rightarrow d = -9$

$u_4 = u_1 + 3d = 3 + 3(-9) = -24$.

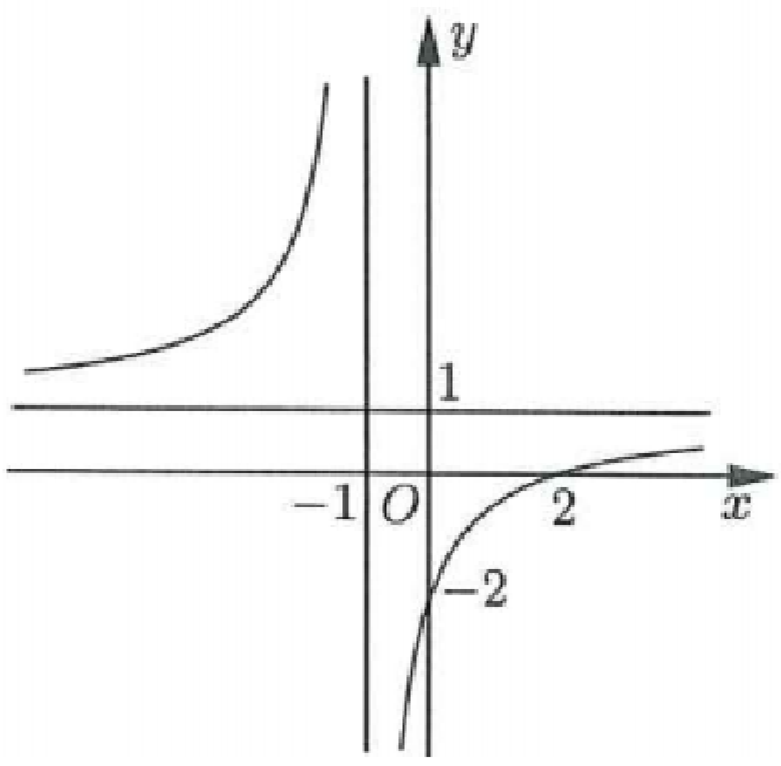
Câu 6: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{u} = (2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{v} = (2;0;3)$. **C.** $\overrightarrow{w} = (0;2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n} = (2;0;-1)$.

Lời giải

Ta có (P): $2x - z + 3 = 0$ nhận $\overrightarrow{n} = (2;0;-1)$ làm 1 vectơ pháp tuyến.

Câu 7: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

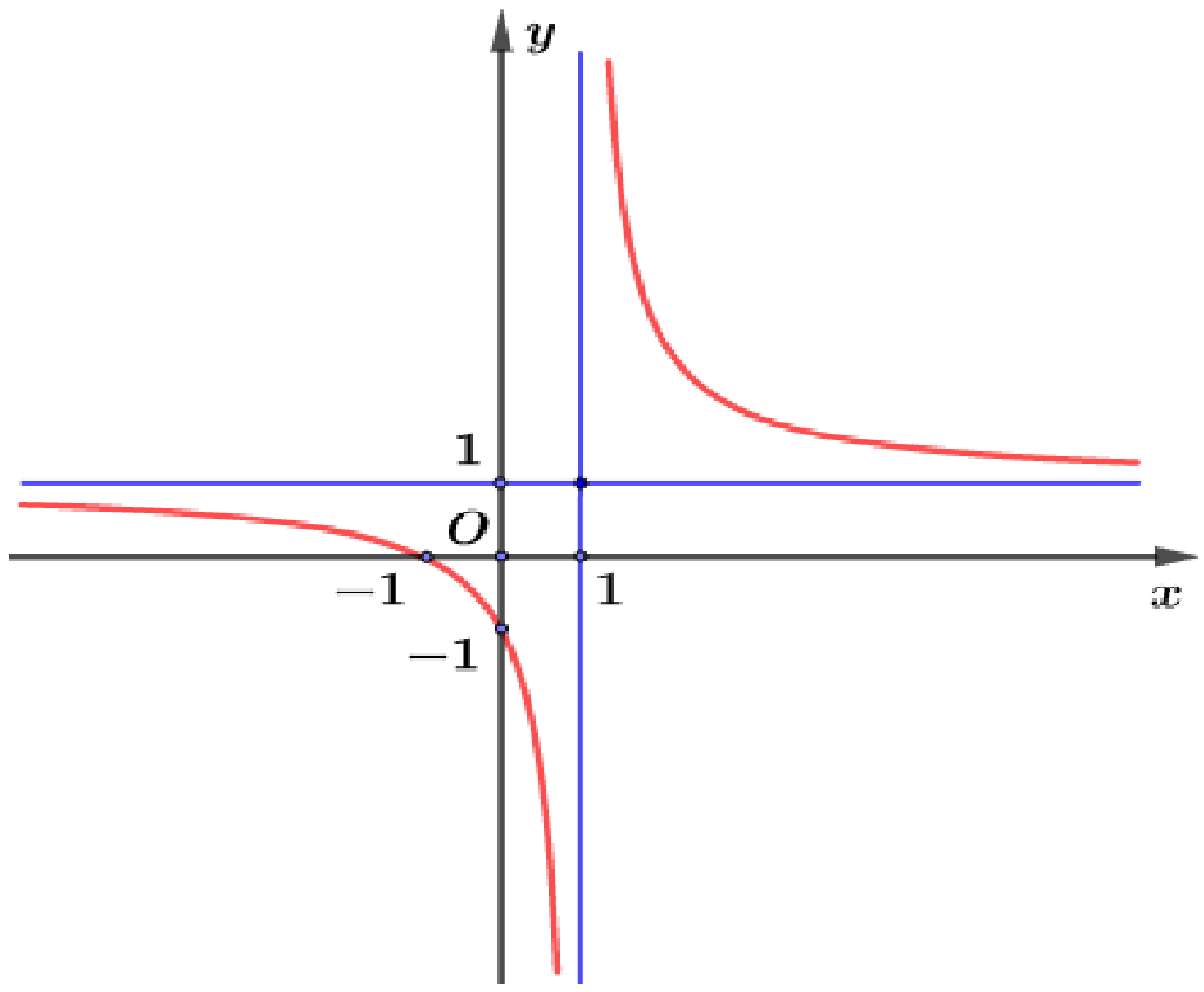
Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3;\ \int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = -2$. Khi đó $\int_1^2 \left(f(x) + g(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 \left(f(x) + g(x)\right)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 3 + (-2) = 1$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng lần lượt là $y=1$ và $x=1$, cắt trục Oy tại điểm $(0;-1)$ nên hàm số đó là $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

A. $I(2;2;4)$ và $R=3$. **B.** $I(2;2;4)$ và $R=4$.

C. $I(1;1;2)$ và $R=3$. **D.** $I(1;1;2)$ và $R=4$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+1^2+2^2-(-3)}=3$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y-z-3=0$ và $(Q):x-z-2=0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Ta có $(P):2x-y-z-3=0\Rightarrow$ VTPT $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;-1)$.

$(Q):x-z-2=0\Rightarrow$ VTPT $\overrightarrow{n_2}=(1;0;-1)$.

Khi đó $\cos\left((P),(Q)\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{|2.1+0.(-1)+(-1).(-1)|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $\left((P),(Q)\right)=30°$.

Câu 12: Cho số phức $z=(1-i)^5$. Tìm phần ảo của số phức $w=iz$.

A. -4. **B.** 4. **C.** $4i$. **D.** $-4i$.

Lời giải

Ta có $w = iz = i(1-i)^5 = i(-2i)^2(1-i) = -4-4i$. Như vậy phần ảo của số phức w là -4.

Câu 13: Thể tích V khối lập phương cạnh $3a$ là

A. $V = 81a^3$. **B.** $V = 9a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 27a^3$.

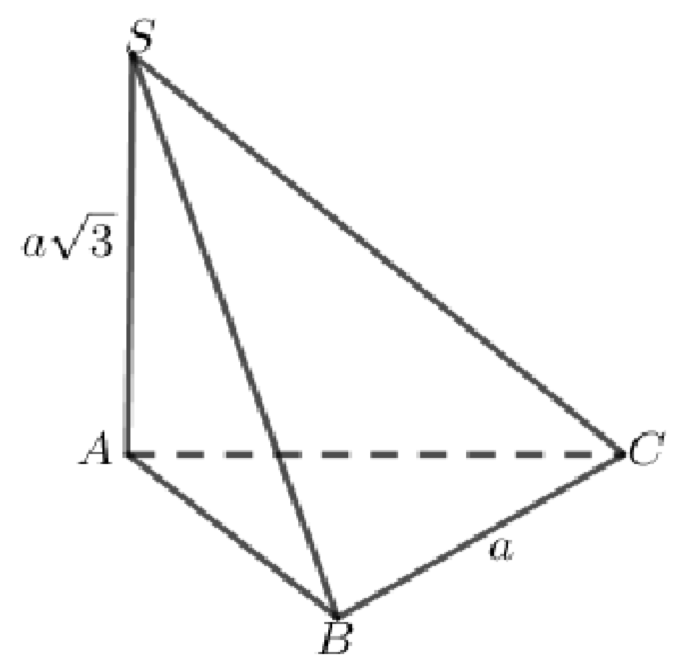
Lời giải

Thể tích V khối lập phương cạnh $3a$ là $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{1}{2}a^3$. **B.** $V = \frac{3}{4}a^3$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải



Ta có tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\Delta ABC} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = a^3$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng (Oyz). Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2 = 2$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2 = 1$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2 = 1$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2 = 2$.

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng R có phương trình:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = R^2$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;2)$ và bán kính bằng $R = d(I,(Oyz)) = 1$ có phương trình:

$(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2 = 1$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $z = 2-7i$ bằng:

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z = 2-7i$ là -7.

Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy bằng 6 và độ dài đường sinh $l=6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 108π. **C.** 36π. **D.** 18π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xq}=\pi rl=\pi.\frac{6}{2}.6=18\pi$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$.

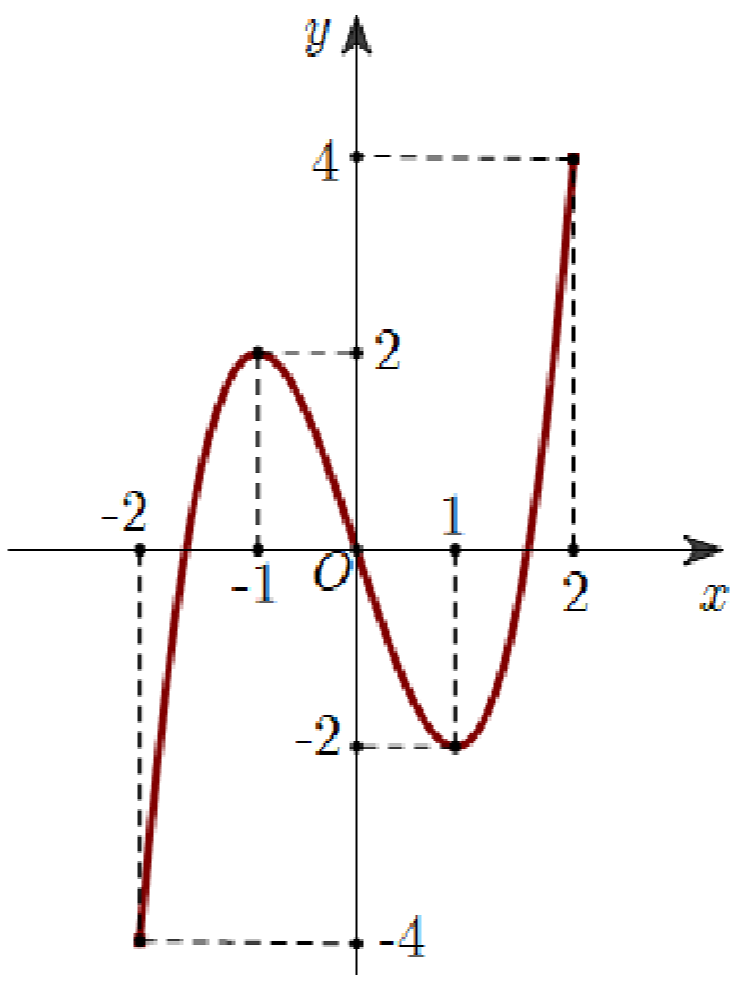
A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Lời giải

Thế tọa độ điểm $N(1;5;2)$ vào đường thẳng $d:\begin{cases}1=1-t\\5=5+t\\2=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow t=0$.

Vậy điểm $N(1;5;2)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $M(1;-2)$. **D.** $M(-2;-4)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thi hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-2)$.

Câu 20: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x-1}$ có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=4$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{4}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{4}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$

Do đó đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 21: Bất phương trình $\log_2 x<3$ có tập nghiệm là

A. $(8;+\infty)$. **B.** $(-\infty;8)$. **C.** $(0;8)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Ta có $\log_2 x<3\Leftrightarrow 0<x<2^3\Leftrightarrow 0<x<8$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $(0;8)$.

Câu 22: Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là

A. C_{12}^2. **B.** 12^2. **C.** A_{12}^2. **D.** 2^{12}.

Lời giải

Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là số các tổ hợp chập 2 của 12 phần tử.

Vậy có C_{12}^2 cách thoả đề.

Câu 23: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có họ tất cả các nguyên hàm là hàm số $F(x)=\dfrac{a^x}{\ln a}+C,$ ($a>0,\ a\neq 1,\ C$ là hằng số).

A. $f(x)=a^x.$ **B.** $f(x)=\dfrac{1}{x}.$ **C.** $f(x)=\ln x.$ **D.** $f(x)=x^a.$

Lời giải

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C,$ ($a>0,\ a\neq 1,\ C$ là hằngsố).

Câu 24: Cho $\int\limits_2^5 f(x)dx=10$. Khi đó $\int\limits_2^5\left[2+3f(x)\right]dx$ bằng

A. 32. **B.** 36. **C.** 42. **D.** 46.

Lời giải

Ta có $\int\limits_2^5\left[2+3f(x)\right]dx=\int\limits_2^5 2.dx+3\int\limits_2^5 f(x)dx=6+3.10=36$.

Câu 25: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=6x+\sin 3x$ và $F(0)=\dfrac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x)=3x^2+\dfrac{\cos 3x}{3}+1$. **B.** $F(x)=3x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}+\dfrac{2}{3}$.

C. $F(x)=3x^2+\dfrac{\cos 3x}{3}-1$. **D.** $F(x)=3x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}+1$.

Lời giải

Họ nguyên hàm của $f(x)$ là $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int(6x+\sin 3x)\,\mathrm{d}x = 3x^2 - \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Vì $F(0)=\frac{2}{3}$ nên $-\frac{1}{3}+C=\frac{2}{3} \Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=3x^2-\frac{1}{3}\cos 3x+1$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

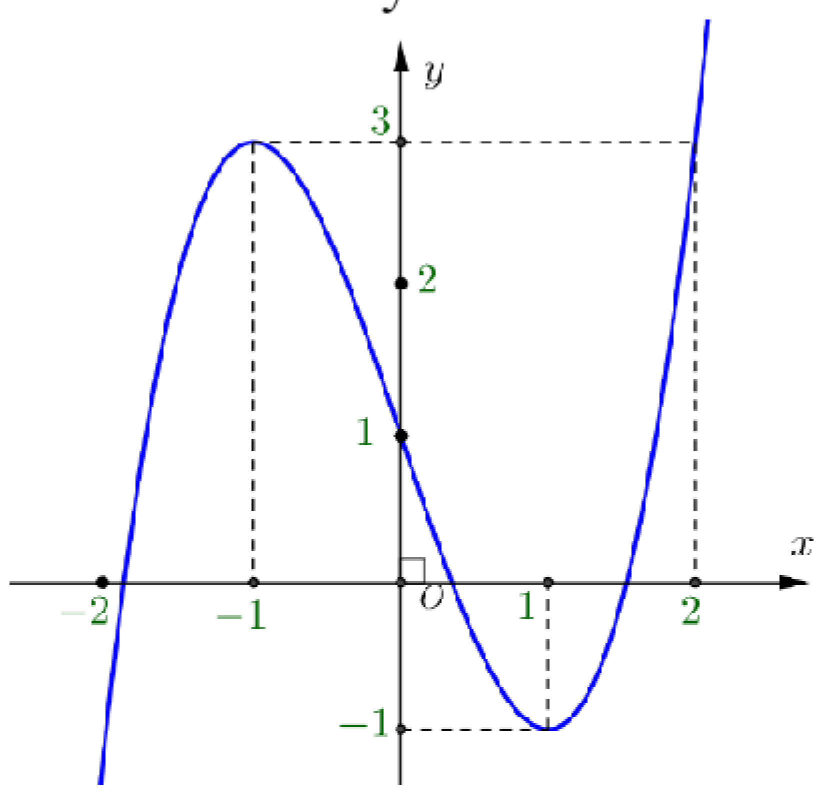
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 28: Với a,b là các số thực dương tùy ý, $\log_3(a.b^2)$ bằng

A. $\log_3 a + 2\log_3 b$. **B.** $2(\log_3 a+\log_3 b)$. **C.** $\log_3 a+\frac{1}{2}\log_3 b$. **D.** $2\cdot\log_3 a\cdot\log_3 b$.

Lời giải

$\log_3(a.b^2)=\log_3 a+2\log_3 b$.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{81}{10}\pi$. **B.** $V=\dfrac{81}{10}$. **C.** $V=\dfrac{9}{2}$. **D.** $V=\dfrac{9}{2}\pi$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $3x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$.

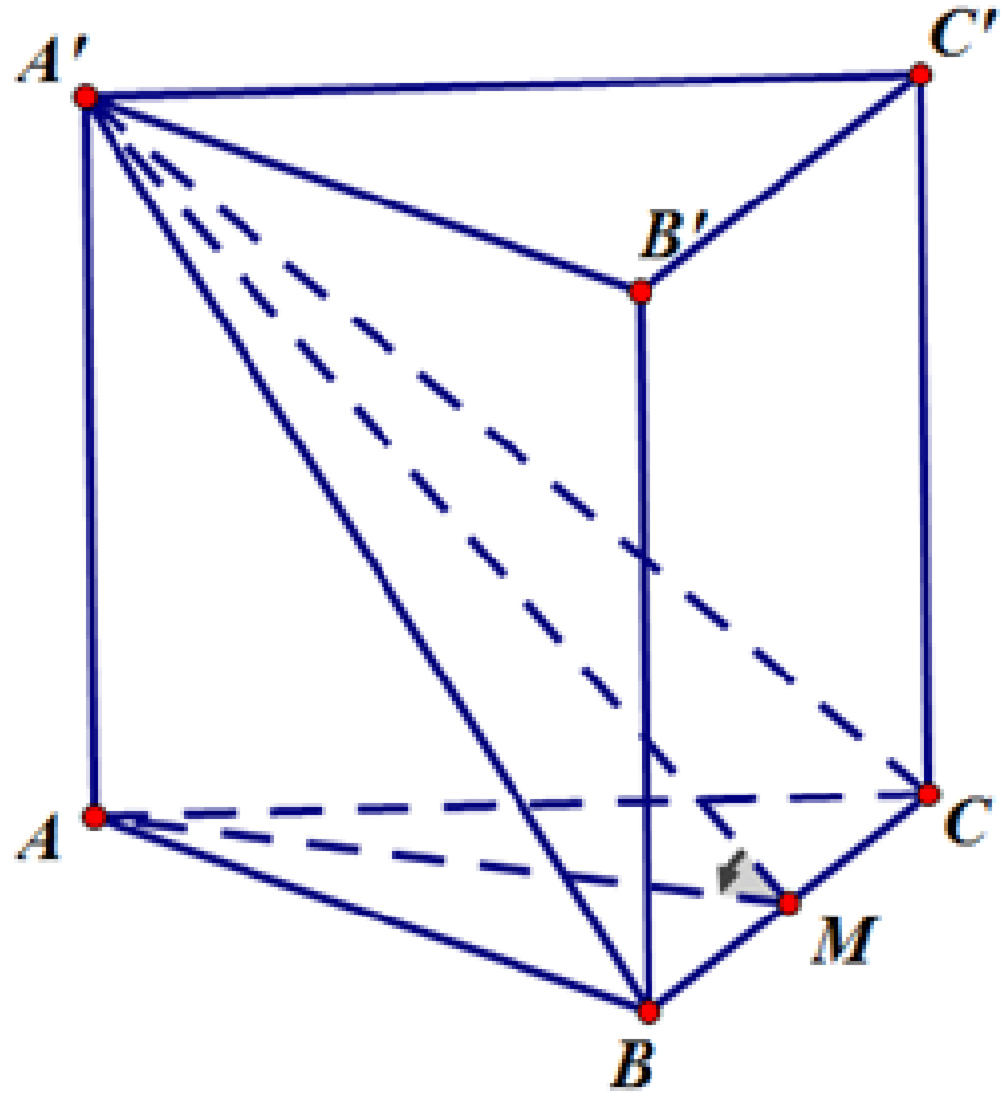
$V=\pi\int_0^3\left(3x-x^2\right)^2dx=\pi\int_0^3\left(9x^2-6x^3+x^4\right)dx=\pi\left(3x^3-\dfrac{3}{2}x^4+\dfrac{x^5}{5}\right)\Big|_0^3$

$=\pi\left(3.3^3-\dfrac{3}{2}.3^4+\dfrac{3^5}{5}\right)=\dfrac{81}{10}\pi$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\dfrac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của cạnh BC.

Tam giác ABC đều nên ta có: $AM\perp BC$.

$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $AA'\perp(ABC)\Rightarrow AA'\perp BC$.

Từ và ta suy ra $BC\perp(AA'M)\Rightarrow BC\perp A'M$.

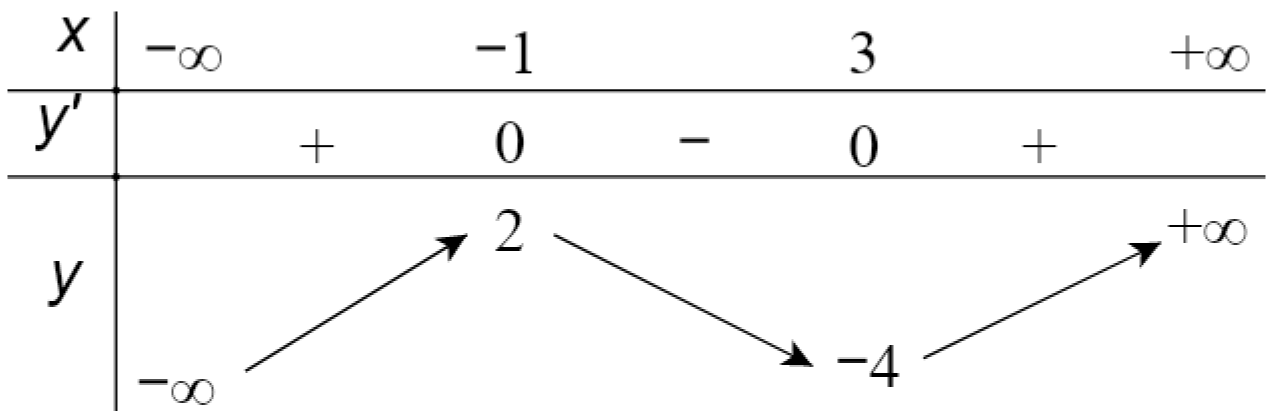
Ta lại có $(ABC)\cap(A'BC)=BC$.

$\Rightarrow\left(\widehat{(A'BC);(ABC)}\right)=\left(\widehat{AM;A'M}\right)=\widehat{A'MA}=\varphi$

Ta có: $\tan\varphi = \dfrac{AA'}{AM} = \dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\varphi = 30°$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

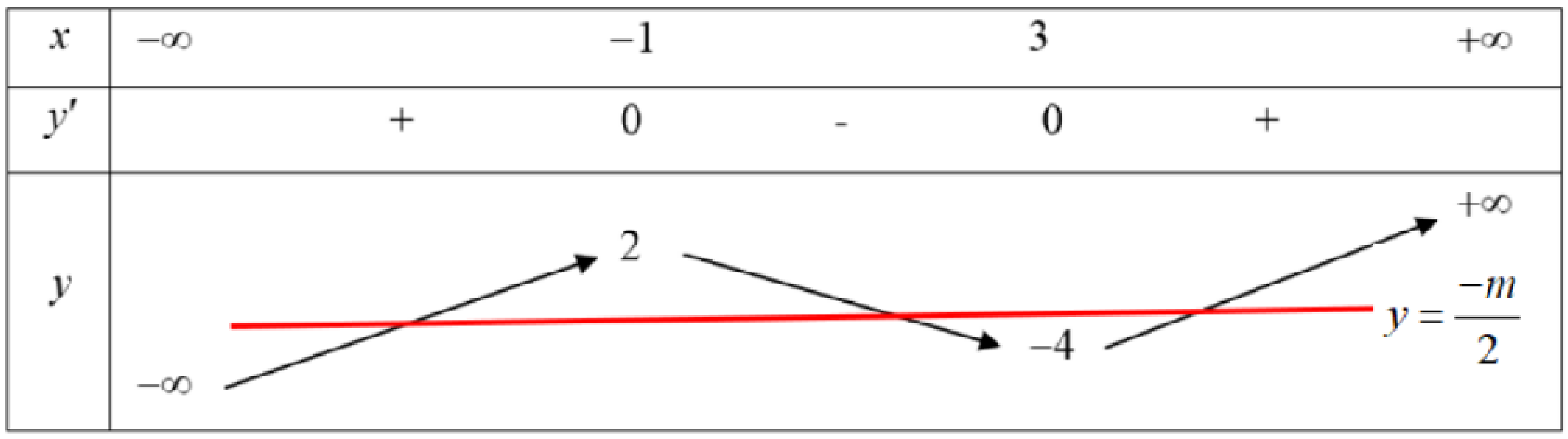


Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 13.

Lời giải

Phương trình: $2f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-m}{2}$



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{-m}{2}$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi:

$-4<\dfrac{-m}{2}<2 \Leftrightarrow 8>m>-4$.

Mà $m \in$ □$^+$

Suy ra: $m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên □ là $f'(x)=x^2(x-1)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 33: Từ một hộp có 15 viên bi trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 9 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để 3 viên bi có cả hai màu

A. $\dfrac{8}{35}$ **B.** $\dfrac{12}{65}$. **C.** $\dfrac{27}{35}$. **D.** $\dfrac{4}{91}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu : $n(\Omega)=C_{15}^{3}=455$

Gọi A là biến cố " Lấy ra 3 viên bi có đủ cả hai màu"

+ TH1: 1 viên đỏ và 2 viên xanh: $C_6^1.C_9^2=216$

+ TH2: 2 viên đỏ và 1 viên xanh: $C_6^2.C_9^1=135$

Suy ra: $n(A)=216+135=351$

Xác suất để lấy ra ba viên bi có đủ cả hai màu là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{351}{455}=\dfrac{27}{35}$.

Câu 34: Tích các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-\log_3(9x)-4=0$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 27.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$

$$\log_3^2 x-\log_3(9x)-4=0 \Leftrightarrow \log_3^2 x-\log_3 9-\log_3 x-4=0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x-\log_3 x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=3\\ \log_3 x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=27\\ x=\dfrac{1}{9}\end{array}\right..$$

Tích các nghiệm là: $27.\dfrac{1}{9}=3$

Câu 35: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|(1+i)z-5+i|=2$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3)$, $R=2$. **B.** $I(-2;3)$, $R=\sqrt{2}$. **C.** $I(2;-3)$, $R=\sqrt{2}$. **D.** $I(-2;3)$, $R=2$.

Lời giải

$|(1+i)z-5+i|=2 \Leftrightarrow \left|z+\dfrac{-5+i}{1+i}\right|=\sqrt{2} \Leftrightarrow |z-(2-3i)|=\sqrt{2} \Leftrightarrow IM=\sqrt{2}$, với $M(z)$, $I(2;-3)$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 36: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1;-3)$, $B(3;0;1)$?

A. $\begin{cases} x=4+t \\ y=1-t \\ z=5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-3-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-1-t \\ z=5+4t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A,B thì Δ nhận $\overrightarrow{AB}=(1;-1;4)$ làm vectơ chỉ phương. Do đó loại đáp án B và **C.**

Phương trình chính tắc của Δ là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+3}{4}$.

Ta thấy $M(4;-1;5)\in\Delta$ nên Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=4+t \\ y=-1-t \\ z=5+4t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-4=0$ và điểm $M(1;1;0)$. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng với M qua (P).

A. $M'(3;-3;0)$. **B.** $M'(-2;1;3)$. **C.** $M'(0;2;-1)$. **D.** $M'(-2;3;1)$.

Lời giải

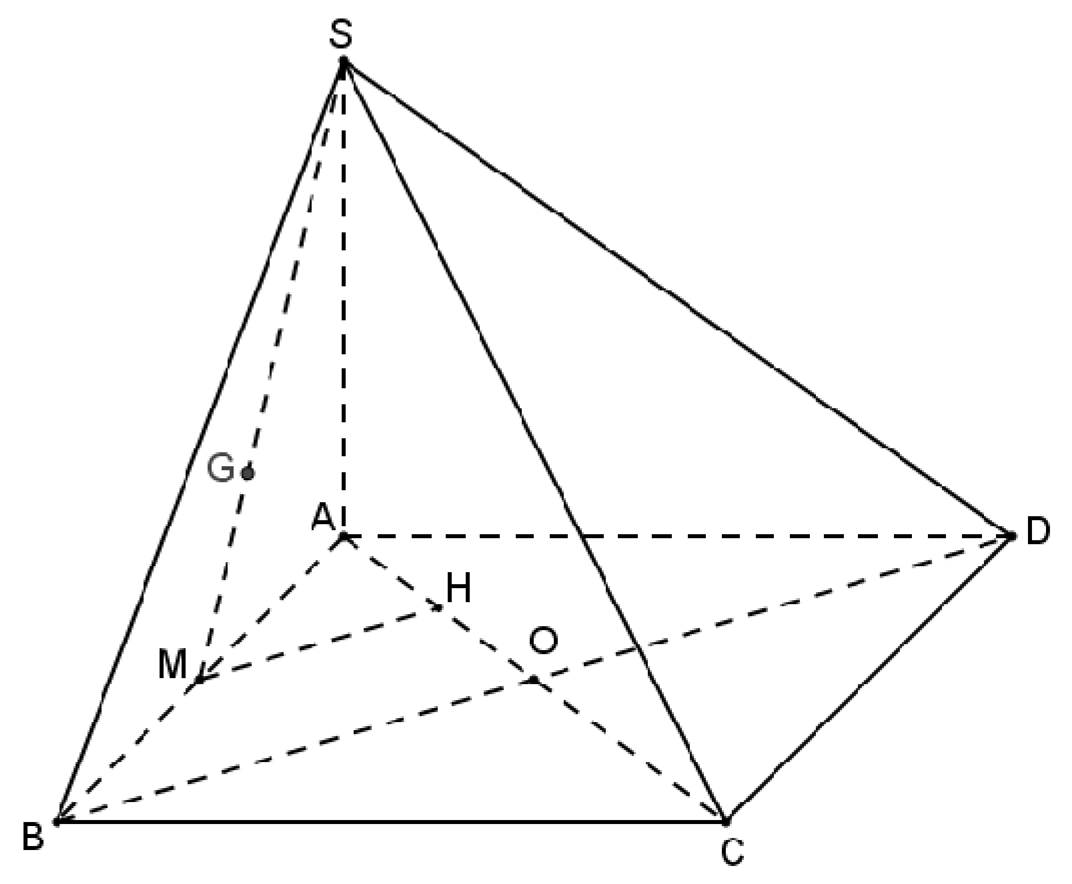
Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;1;0)$ trên mặt phẳng $(P):x-2y-4=0$. Khi đó có tọa độ điểm $H(2;-1;0)$.

Do điểm M' là điểm đối xứng với M qua (P) nên H là trung điểm của đoạn MM'. Vậy tọa độ điểm M' là $M'(3;-3;0)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC).

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB, và gọi AC cắt BD tại O.

Ta có $\dfrac{d\left(G,(SAC)\right)}{d\left(M,(SAC)\right)}=\dfrac{SG}{SM}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow d\left(G,(SAC)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(M,(SAC)\right)$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AC.

Khi đó $MH\perp(SAC)$ nên $d\left(M,(SAC)\right)=MH=\dfrac{1}{2}BO=\dfrac{1}{4}BD=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\Rightarrow d\left(G,(SAC)\right)=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{4}=\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2\log_2(x+2)}-\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}\ge(x+1)(x-5)$ là

A. 5. **<u>B</u>.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x+2>0\\2x^2-1>0\\\log_2(x+2)\ge0\\\log_2\left(2x^2-1\right)\ge0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\\left[\begin{array}{l}x>\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\\x+2\ge1\\2x^2-1\ge1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\\left[\begin{array}{l}x>\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\\x\ge-1\\\left[\begin{array}{l}x\ge1\\x\le-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có $x=-1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

Với $x\ge1$, bất phương trình $\sqrt{2\log_2(x+2)}-\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}\ge(x+1)(x-5)$

$\Leftrightarrow\sqrt{\log_2(x+2)^2}-\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}\ge x^2-4x-5\Leftrightarrow\sqrt{\log_2(x+2)^2}-\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}\ge\left(2x^2-1\right)-\left(x^2+4x+4\right)$

$\Leftrightarrow\sqrt{\log_2\left(x^2+4x+4\right)}+\left(x^2+4x+4\right)\ge\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}+\left(2x^2-1\right)\ (*)$

Đặt $\begin{cases}u=x^2+4x+4\\v=2x^2-1\end{cases}$, khi đó $(*)$ có dạng $\sqrt{\log_2 u}+u\ge\sqrt{\log_2 v}+v$.

Xét hàm số $f(\text{t})=\sqrt{\log_2 t}+t$ có $f'(t)=\dfrac{(\log_2 t)'}{2\sqrt{\log_2 t}}+1=\dfrac{1}{2t.\ln 2.\sqrt{\log_2 t}}+1>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$, do đó bpt $\sqrt{\log_2 u}+u\geq\sqrt{\log_2 v}+v\Leftrightarrow u\geq v$.

Khi đó $x^2+4x+4\geq 2x^2-1\Leftrightarrow x^2-4x-5\leq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 5$. Kết hợp với điều kiện ta có $x=-1\ v\ 1\leq x\leq 5$. Vì $x\in \mathbb{Z}$ nên $x\in\{-1;1;2;3;4;5\}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(8)+G(8)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int\limits_{-2}^{0}f(-4x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $G(x)=F(x)+C\Rightarrow\begin{cases}G(8)=F(8)+C\\G(0)=F(0)+C\end{cases}$

$\begin{cases}F(8)+G(8)=8\\F(0)+G(0)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2F(8)+C=8\\2F(0)+C=-2\end{cases}\Leftrightarrow F(8)-F(0)=5.$

Vậy: $\int\limits_{-2}^{0}f(-4x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\int\limits_{0}^{8}f(t)dt=\dfrac{1}{4}\left(F(8)-F(0)\right)=\dfrac{5}{4}.$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^3+(m+2)x^2-3$ có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $y'=4x^3-6mx^2+2(m+2)x=2x\left[2x^2-3mx+(m+2)\right]$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2-3mx+(m+2)=0\,(*)\end{array}\right.$

+) ***Trường hợp 1***: Phương trình có nghiệm $x=0$, khi đó $m=-2$. Thay $m=-2$ vào phương trình ta được: $2x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Ta thấy khi $m=-2$ hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

+) ***Trường hợp 2***: Phương trình có không có nghiệm $x=0$, khi đó $m\neq -2$.

Dễ thấy phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt, khi đó hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm cực tiểu.

Khi phương trình vô nghiệm hoặc có nghiệm kép thì phương trình $y'=0$ có 1 nghiệm đơn hoặc 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép, lúc này hàm số đã cho có 1 điểm cực tiểu $x=0$.

Như vậy, khi $m \neq -2$, hàm số đã cho có một điểm cực tiểu khi và chỉ khi phương trình vô nghiệm hoặc có nghiệm kép, điều này xảy ra khi và chỉ khi phương trình có $\Delta \le 0$.

$$\Delta \le 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 8(m+2) \le 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 8m - 16 \le 0 \Leftrightarrow \frac{4-4\sqrt{10}}{9} \le m \le \frac{4+4\sqrt{10}}{9}.$$

Mà $m \in \square$, suy ra $m \in \{0;1\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức $(1+i)\left|z^2-2iz-1\right| = \frac{\left|2022.\bar{z}+2022\right|}{w} + 2 - 2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. $\frac{2021\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{1011\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2023\sqrt{2}}{4}$. **D.** 2019.

Lời giải

Ta có: $|z-i| = |\bar{z}+i|$ nên $\left|z^2-2iz-1\right| = |z-i|^2 = |\bar{z}+i|^2$.

Phương trình $(1+i)\left|z^2-2iz-1\right| = \frac{\left|2022.\bar{z}+2022\right|}{w} + 2 - 2i \Leftrightarrow (1+i)|\bar{z}+i|^2 = \frac{\left|2022(\bar{z}+1)\right|}{w} + 2 - 2i$

$$\Leftrightarrow \left(|\bar{z}+i|^2 - 2\right) + \left(|\bar{z}+i|^2 + 2\right)i = \frac{\left|2022(\bar{z}+i)\right|}{w} \quad (1).$$

Điều kiện: $w \neq 0$ suy ra $\bar{z}+i \neq 0$ hay $|\bar{z}+i| > 0$.

Đặt $t = |\bar{z}+i|$, $t>0$ ta có phương trình (1) $\Leftrightarrow (t^2-2) + (t^2+2)i = \frac{\left|2022(\bar{z}+i)\right|}{w}$

$$\Rightarrow \sqrt{(t^2-2)^2 + (t^2+2)^2} = \frac{2022t}{|w|} \Leftrightarrow |w| = 2022\sqrt{\frac{t^2}{2(t^4+4)}} = 1011\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{t^2+\frac{4}{t^2}}}$$

$$\Leftrightarrow |w| \le 1011\sqrt{2}.\sqrt{\frac{1}{2\sqrt{t^2.\frac{4}{t^2}}}} = \frac{1011\sqrt{2}}{2}$$

dấu bằng xảy ra khi $t^2 = \frac{4}{t^2} \Leftrightarrow |\bar{z}+i| = \sqrt[2]{2}$

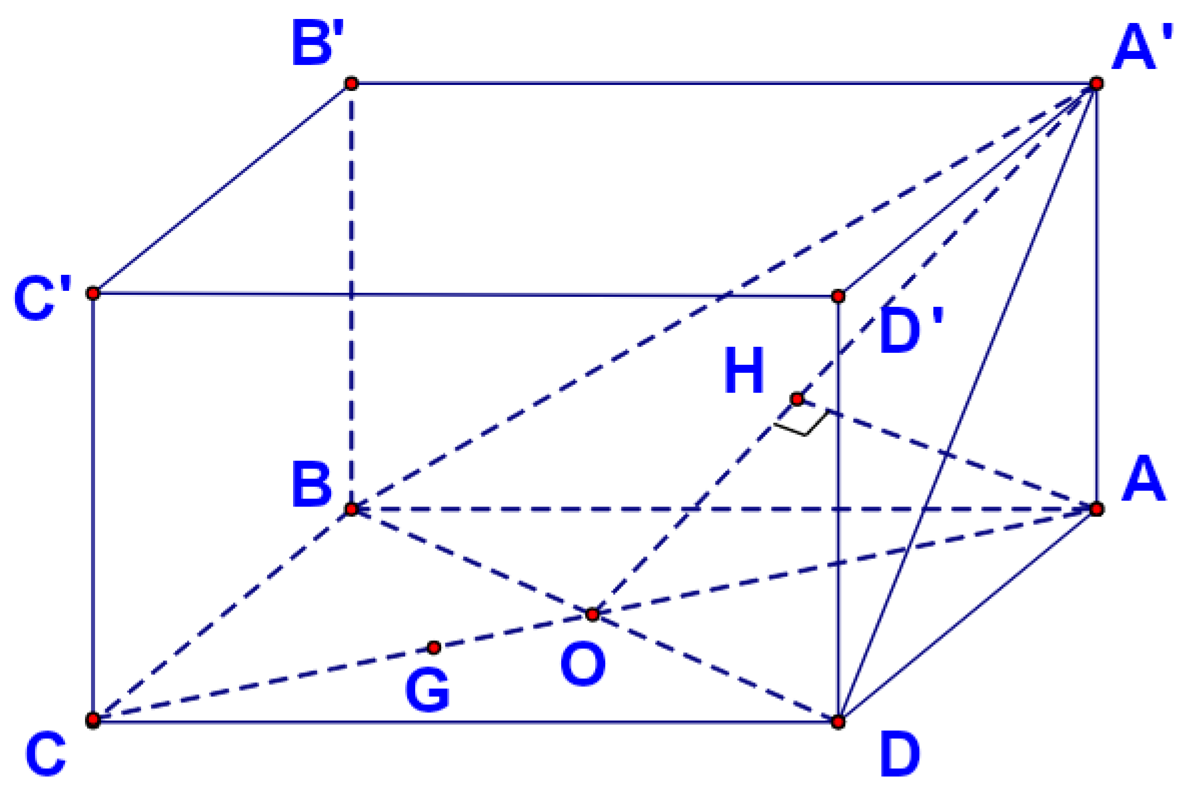
$$\Leftrightarrow w = -\frac{1011\sqrt{2}}{2}i.$$

Câu 43: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$ đồng thời $AA'=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Biết rằng khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. Tính thể khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Gọi O là giao điểm của AC và BD.



Ta có $AG\cap(A'BD)=O$ nên $d\left(G,(A'BD)\right)=\frac{GO}{AO}d\left(A,(A'BD)\right)=\frac{1}{3}d\left(A,(A'BD)\right)$.

Dễ thấy $BD\perp(AA'O)$, trong $(AA'O)$ vẽ $AH\perp A'O$ tại H.

Khi đó $\begin{cases}AH\perp BD\\AH\perp A'O\end{cases}\Rightarrow AH\perp(A'BD)\Rightarrow d\left(A,(A'BD)\right)=AH$.

Gọi x là cạnh hình thoi $ABCD$, ta có $\widehat{BAD}=60^\circ$ nên ΔABD đều.

Suy ra $AO=\frac{x\sqrt{3}}{2}$, khi đó $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{AA'^2}\Leftrightarrow\frac{7}{3a^2}=\frac{4}{3x^2}+\frac{1}{a^2}\Rightarrow x=a$.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AA'.S_{ABCD}=a.\left(2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $-xf'(x).\ln x+f(x)=2x^2f^2(x),\ \forall x\in(1;+\infty)$, $f(x)>0,\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(\mathrm{e})=\frac{1}{\mathrm{e}^2}$. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=xf(x), y=0, x=e, x=e^2$.

A. $S=\frac{3}{2}$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=\frac{5}{3}$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Ta có: $-xf'(x)\ln x+f(x)=2x^2f^2(x)\Leftrightarrow -x\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}\ln x+\dfrac{1}{f(x)}=2x^2$, $\forall x\in(1;+\infty)$.

$\Leftrightarrow xg'(x).\ln x+g(x)=2x^2,\ \forall x\in(1;+\infty)$ với $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

$\Leftrightarrow g'(x)\ln x+\dfrac{g(x)}{x}=2x$, $\forall x\in(1;+\infty)$ $\Rightarrow \int g'(x)\ln x\mathrm{d}x+\int\dfrac{g(x)}{x}\mathrm{d}x=\int 2x\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow g(x)\ln x-\int\dfrac{g(x)}{x}\mathrm{d}x+\int\dfrac{g(x)}{x}\mathrm{d}x=x^2+C$ $\Leftrightarrow g(x)\ln x=x^2+C$, $\forall x\in(1;+\infty)$.

Do $f(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}\Leftrightarrow g(e)=e^2\Leftrightarrow C=0$.

Suy ra $g(x)\ln x=x^2$, $\forall x\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow g(x)=\dfrac{x^2}{\ln x}>0,\ \forall x\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow y=xf(x)=\dfrac{x}{g(x)}=\dfrac{\ln x}{x}$, $\forall x\in(1;+\infty)$.

Ta có $S=\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2}xf(x)\mathrm{d}x=\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2}\dfrac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln^2x\Big|_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 45: Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1,z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$?

A. 12. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải

Ta có $\Delta=m^2-4m-32$ là biệt thức của phương trình.

TH1: Xét $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-4m-32>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>8\\m<-4\end{array}\right.$ khi đó phương trình có hai nghiệm thực phân biệt. Ta có $z_1^2=mz_1-m-8$ suy ra $z_1^2+mz_2=m(z_1+z_2)-m-8=m^2-m-8$ do đó $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$ $\Leftrightarrow\left|m^2-m-8\right||z_1|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$.

Nếu $z_1.z_2=0$ thì $m+8=0\Rightarrow m=-8$ không thỏa mãn. Khi đó $\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\|z_1|=|z_2|\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\z_1=-z_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\m=0\end{cases}$ hệ vô nghiệm.

TH2: Xét $\Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 8$ khi đó phương trình có hai nghiệm phức phân biệt và $|z_1| = |z_2|$, ta có $\left|z_1\left(z_1^2 + mz_2\right)\right| = \left(m^2 - m - 8\right)|z_2| \Leftrightarrow \left|m^2 - m - 8\right||z_1| = \left(m^2 - m - 8\right)|z_2|$

$\Leftrightarrow m^2 - m - 8 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \dfrac{1+\sqrt{33}}{2} \\ m \leq \dfrac{1-\sqrt{33}}{2} \end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện ta được $m \in \{-3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy có tất cả là 5 số nguyên cần tìm.

Câu 46: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{-2}$, $I(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d, đồng thời khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$.

A. $(P): x - y + z - 2 = 0$, $(P): 7x + 5y + z + 2 = 0$.

B. $(P): x - y + z + 2 = 0$, $(P): 7x + 5y + z + 2 = 0$.

C. $(P): x - y + z - 2 = 0$, $(P): 7x + 5y + z - 2 = 0$.

D. $(P): x - y + z + 2 = 0$, $(P): 7x + 5y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Lấy $M(-1;1;0)$, $N(0;0;-2)$ thuộc đường thẳng d.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz + d = 0, \left(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0\right)$.

Ta có: $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (P) \\ d\left(I,(P)\right) = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + d = 0 \\ -2c + d = 0 \\ \dfrac{|a+b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -a + b \\ d = 2c \\ \dfrac{|a+b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \sqrt{3} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2c = a - b \\ d = a - b \\ \left|a + b + \dfrac{a-b}{2} + a - b\right| = \sqrt{3}\sqrt{a^2 + b^2 + \left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2c = a - b \\ d = a - b \\ 5a^2 - 2ab - 7b^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2c = a - b \\ d = a - b \\ (a+b)(5a-7b) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -b \\ 2c = a - b \\ d = a - b \end{cases} \\ \begin{cases} 5a = 7b \\ 2c = a - b \\ d = a - b \end{cases} \end{array}\right.$$

Với $\begin{cases} a=-b \\ 2c=a-b \\ d=a-b \end{cases}$. **Chọn bộ số** $(a;b;c;d)=(1;-1;1;2)\Rightarrow (\mathrm{P}): x-y+z+2=0$.

Với $\begin{cases} 5a=7b \\ 2c=a-b \\ d=a-b \end{cases}$. **Chọn bộ số** $(a;b;c;d)=(7;5;1;2)\Rightarrow (\mathrm{P}): 7x+5y+z+2=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy.$

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện $\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}>0 \Leftrightarrow x+y>0.$

$$\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(x+y)-2\log_3\left(x^2+y^2+xy+2\right)=x^2+y^2+xy-3x-3y$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(x+y)+2-2\log_3\left(x^2+y^2+xy+2\right)=x^2+y^2+xy+2-3x-3y$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(3x+3y)+(3x+3y)=2\log_3\left(x^2+y^2+xy+2\right)+x^2+y^2+xy+2$$

Xét hàm đặc trưng $f(t)=2\log_3 t+t,\ t\in(0;+\infty),$ ta có $f'(t)=\dfrac{2}{t.\ln 3}+1>0, \forall t\in(0;+\infty).$

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Phương trình $\Leftrightarrow f(3x+3y)=f\left(x^2+y^2+xy+2\right)\Leftrightarrow x^2+y^2+xy+2=3x+3y$

$\Leftrightarrow x^2+(3-y)x+y^2-3y+2=0$.

Điều kiện của y để phương trình có nghiệm là $(3-y)^2-4\left(y^2-3y+2\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow -3y^2+6y+1\ge 0\Leftrightarrow \dfrac{3-2\sqrt{2}}{3}\le y\le \dfrac{3+2\sqrt{2}}{3}$.

Do $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{0;1;2\}$.

+ Với $y=0$, ta được $x^2-3x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

+ Với $y=1$, ta được $x^2+2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

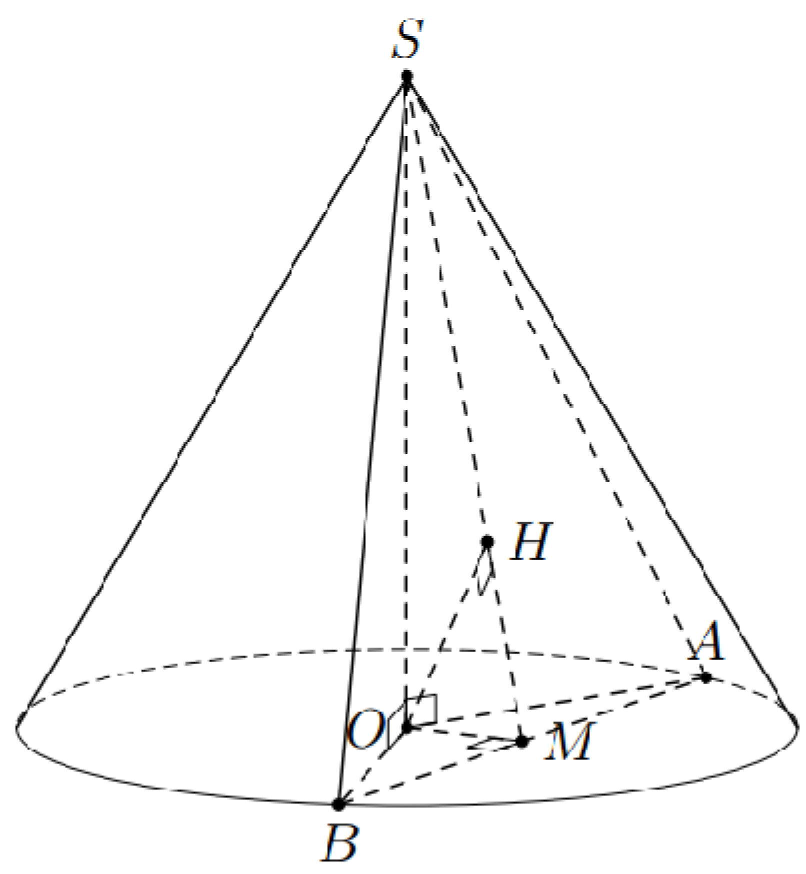
+ Với $y=2$, ta được $x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy có 6 cặp số thỏa mãn đề bài.

Câu 48: Cho hình nón đỉnh S, tâm mặt đáy O và có diện tích xung quanh bằng $20\pi a^2$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho độ dài cung $\overset\frown{AB}$ bằng $\frac{1}{3}$ lần chu vi của đường tròn đáy. Biết rằng bán kính đáy bằng $4a$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$. **B.** $\frac{\sqrt{13}}{13}a$. **C.** $\frac{12\sqrt{13}}{13}a$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$.

Lời giải



Ta có $S_{xq}=\pi rl=20\pi a^2 \Leftrightarrow \pi.4a.l=20\pi a^2 \Leftrightarrow l=5a$.

$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{(5a)^2-(4a)^2}=3a$.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $AB\perp(SOM)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên SM. Suy ra $OH\perp(SAB)$ hay $d(O,(SAB))=OH$.

Vì độ dài cung $\overset\frown{AB}$ bằng $\frac{1}{3}$ lần chu vi của đường tròn đáy nên góc $\widehat{AOB}=120^\circ \Rightarrow \widehat{MOB}=60^\circ$

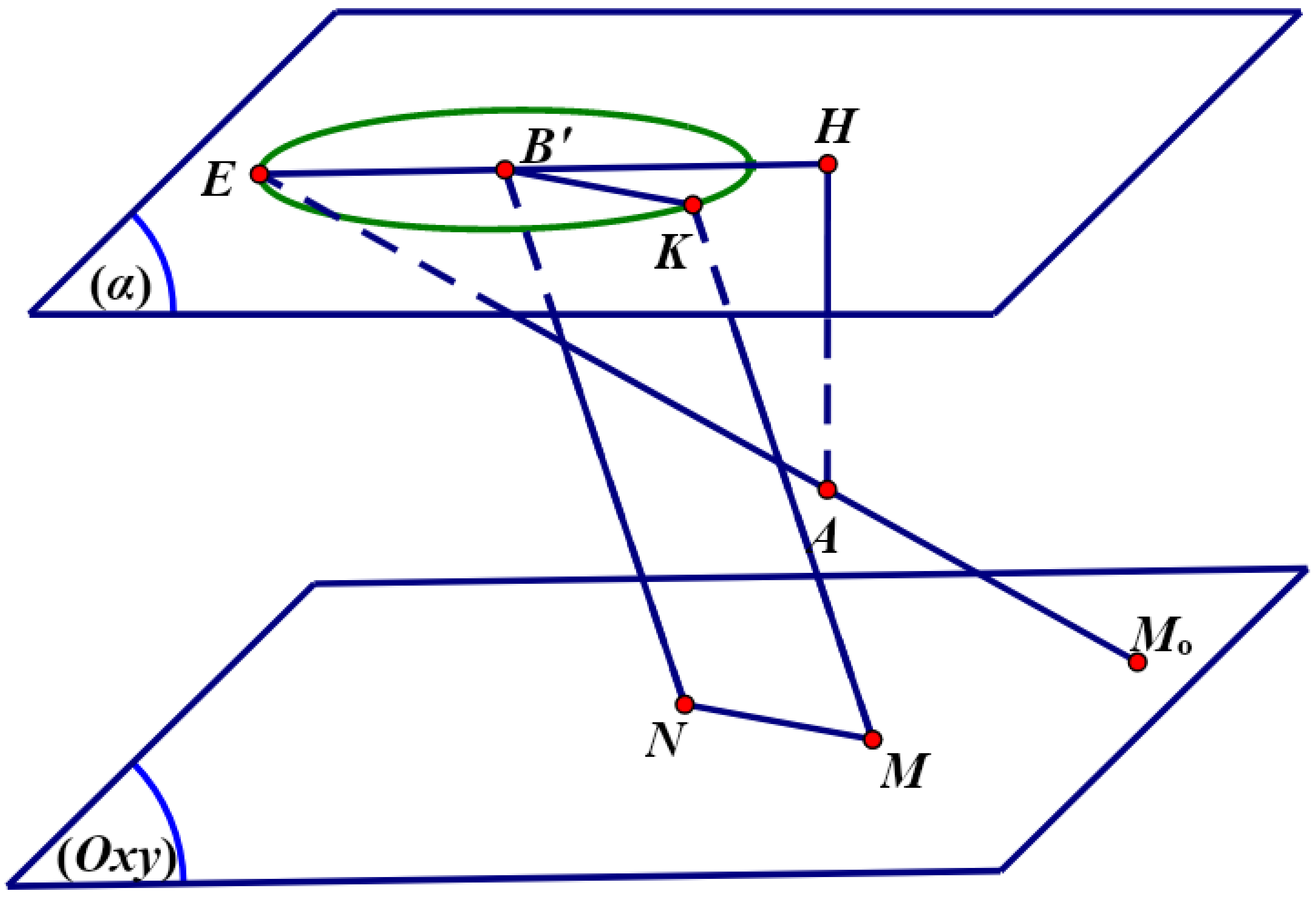
Ta có $\cos\widehat{MOB}=\frac{OM}{OB} \Rightarrow OM=OB.\cos\widehat{MOB}=4a.\cos 60^\circ=2a$.

Suy ra $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{(2a)^2}+\frac{1}{(3a)^2} \Leftrightarrow OH=\frac{6\sqrt{13}}{13}a$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;7;2)$ và $B(-1;3;-1)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{85}$. **D.** $\sqrt{65}$.

Lời giải



Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy), suy ra $B'(-1;3;1), BN = B'N$ và A, B' ở cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Lấy điểm K sao cho $\overrightarrow{B'K} = \overrightarrow{NM}$ ($B'NMK$ là hình bình hành), khi đó $B'K = MN = 3$, $B'N = MK$.

Do $B'K // MN$ nên $B'K$ nằm trên mặt phẳng (α) đi qua B' và song song với mặt phẳng (Oxy), suy ra (α) có phương trình $z = 1$.

Do $B'K = 3$ nên K thuộc đường tròn (C) nằm trên mặt phẳng (α) có tâm là B', bán kính $R = 3$.

Gọi H là hình chiếu của A lên $(\alpha) \Rightarrow H(2;7;1)$ và $HB' = 5 > R$, E là giao điểm của tia đối của tia $B'H$ với (C).

Ta có $|AM - BN| = |AM - B'N| = |AM - MK| \le AK = \sqrt{AH^2 + HK^2} \le \sqrt{AH^2 + HE^2}$.

Mà $AH = 1, HE = HB' + B'E = 5 + 3 = 8$ suy ra $|AM - BN| \le \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65}$.

Dấu ”=” xảy ra khi $\begin{cases} K \equiv E \\ M \in AK, |AM - MK| = AK \end{cases} \Leftrightarrow M = AE \cap (Oxy) = M_0$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{65}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2022; 2022)$ để hàm số $y = |x^3 + (2m+1)x - 2|$ đồng biến trên $(1;3)$?

A. 4034. **B.** 2022. **C.** 4030. **D.** 4032.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 + (2m+1)x - 2$

$f'(x) = 3x^2 + 2m + 1$

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$ khi và chỉ khi xảy ra 2 trường hợp sau:

TH1: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1;3)$ và $f(1) \ge 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (1;3) \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2m + 1 \geq 0 \quad \forall x \in (1;3) \\ 2m \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \geq -3x^2 \quad \forall x \in (1;3) \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \geq -3 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$

TH2: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(1;3)$ và $f(1) \leq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) \leq 0 \quad \forall x \in (1;3) \\ f(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2m + 1 \leq 0 \quad \forall x \in (1;3) \\ 2m \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \leq -3x^2 \quad \forall x \in (1;3) \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \leq -27 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -14.$

Kết hợp 2 trường hợp ta có $m \leq -14$ hoặc $m \geq 0$.

Mà $m \in (-2022; 2022)$ nên có 4030 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

---------- **HẾT** ----------