SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT NHO QUAN A

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề chẵn .....

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 2. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

A. A_{30}^4. **B.** 30.5. **C.** 30^5. **D.** C_{30}^5.

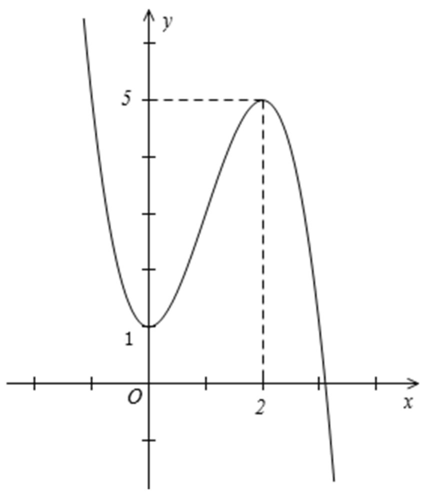
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(0;1)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới



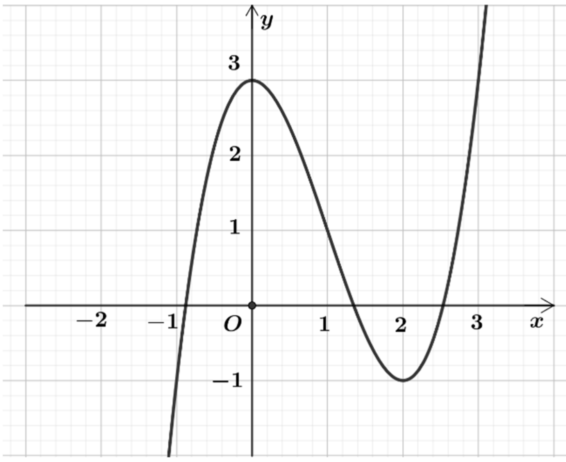
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

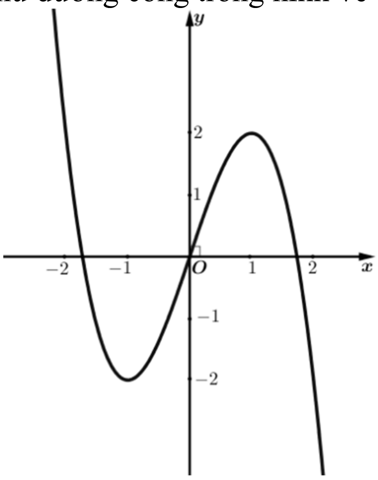
A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



A. $(0;-3)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(3a)$ bằng:

A. $\ln\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ **C.** $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ **D.** $\ln(2a)$

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ **B.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ **C.** $y'=\frac{2}{2x+1}$ **D.** $y'=\frac{1}{2x+1}$

Câu 10. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

A. $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **C.** $y'=x^{\frac{5}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 11. Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

A. $(-\infty;3]$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $[3:+\infty)$. **D.** $(1;3]$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13-x^2)\geq 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2:+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 13. Cho hai số phức $z=1-i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

A. $(1;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Câu 14. Cho hai số phức $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 1+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 7. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -7.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = -3+i$ là

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $-3+i$. **D.** $-3-i$.

Câu 16. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 + 2x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^3 + 4x + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.

C. $f(x) = 12x^2 + 4x$. **D.** $f(x) = x^4 + \dfrac{x^3}{3}$.

Câu 17. Tính $\int (x - \sin x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{x^2}{2} + \sin x + C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2} - \cos x + C$. **C.** $x^2 + \cos x + C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2} + \cos x + C$.

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $I = \int_1^2 [3f(x) - 2]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $I = 4$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 3$.

Câu 19. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 20. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $16a^3$ **B.** $4a^3$ **C.** $\dfrac{16}{3}a^3$ **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 2a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 20π. **B.** $\dfrac{20\pi}{3}$ **C.** 10π. **D.** $\dfrac{10\pi}{3}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3-t \\ z = 1+t \end{cases}$. Khi đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-2;-2;-1)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(1;3;1)$. **D.** $(-2;-1;1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (-2;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1} = (2;4;1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-5}{1} = \dfrac{z-2}{3}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Câu 26. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tâm mặt cầu (S) có toạ độ là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;-2;-1)$. **C.** $(-1;-2;-1)$. **D.** $(1;2;-1)$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 13.

Câu 30. Xét số phức thỏa mãn $|z|=3$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=z+i$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

A. $(0;1)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 31. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2(9x)-\log_3 x-2=0$ bằng

A. $-\frac{4}{9}$. **B.** -3. **C.** -12. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

A. 36. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 36π.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+4t \\ z=3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=3+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+3t \\ z=2t \end{cases}$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A=(-1;2;0)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d có tung độ là

A. $\frac{15}{7}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $-\frac{16}{7}$. **D.** $-\frac{1}{7}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60^o. **B.** 45^o. **C.** 30^o. **D.** 90^o.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60^{\circ}$, cạnh SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách từ O đến (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{57}}{18}$. **C.** $\frac{a\sqrt{45}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{52}}{16}$.

Câu 37. Cho tập $S=\{1;2;3;...;19;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A. $\frac{7}{38}$. **B.** $\frac{1}{14}$. **C.** $\frac{3}{38}$. **D.** $\frac{5}{38}$.

Câu 38. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1,z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 11.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)\left(x^2+2mx+5\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

A. 7. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3\frac{x^2-4}{125}<\log_5\frac{x^2-4}{27}$?

A. 117. **B.** 116. **C.** 112. **D.** 56.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x)$ và $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(3)+3G(2)=4$ và $2F(0)+3G(0)=1$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 g(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\cos xf'(x)-\sin xf(x)=2\cos 2x+2\sin x, \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $x=0$ và $x=\frac{\pi}{2}$ bằng

A. $2-\pi$. **B.** $2+\pi$. **C.** π. **D.** $4+\pi$.

Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 44. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và tạo với hình nón một thiết diện là tam giác có diện tích bằng $3\sqrt{2}$. Biết mặt phẳng đó tạo với trục của hình nón một góc 30°. Thể tích của hình nón đã cho là

A. $V=\frac{8\pi}{3}$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{9\pi\sqrt{2}}{4}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(0;-1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng AB và đường thẳng d. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết khoảng cách giữa d và (P) bằng $\sqrt{2}$ và (P) cắt Ox tại điểm có hoành độ âm.

A. $x-y-1=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x-z-3=0$. **D.** $x-z+1=0$.

Câu 46. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z+2w=8-6i$ và $|z-w|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z|+|w|$ thuộc khoảng nào sau đây:

A. $(3;5)$ **B.** $(-1;4)$ **C.** $(8;10)$ **D.** $(9;12)$

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[0\,;5]$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa

$3\left(81^y+4y\right)+2026\le -x^2+2024x+\log_3\left[(x-2023)^3(1-x)^3\right]$

A. 2021. **B.** 2003. **C.** 4042. **D.** 4024.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=\frac{mx+1}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=3$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M,N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

------------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT NHO QUAN A

HDG ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề chẵn …..

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 2. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

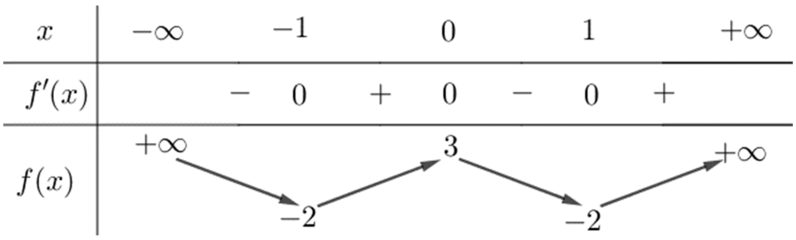
A. A_{30}^4. **B.** 30.5. **C.** 30^5. **D.** C_{30}^5.

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 5 phần tử của M chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử, nghĩa là bằng C_{30}^5.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

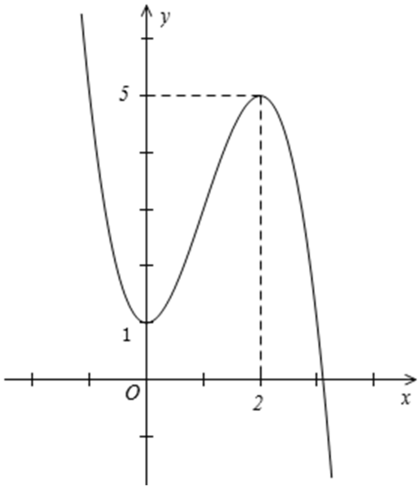
A. $(-1;0)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(0;1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(5;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 2$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

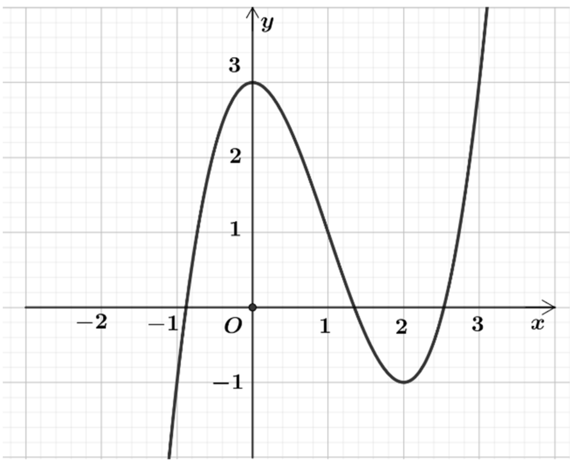
Lời giải

Chọn B

Ta thấy

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1\end{array}\right\}\Rightarrow \text{Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y=1.$$

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



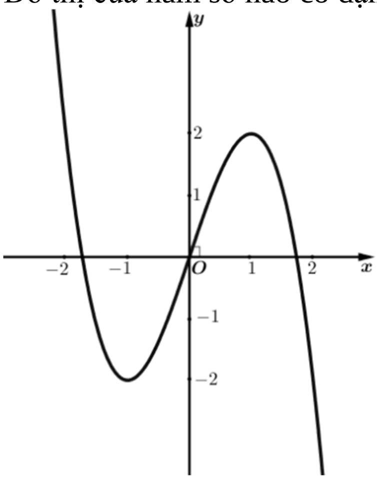
A. $(0;-3)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;3)$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào hình dáng đồ thị thì không phải đồ thị của hàm trùng phương.

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$.

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(3a)$ bằng:

A. $\ln\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ **C.** $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ **D.** $\ln(2a)$

Lời giải

Chọn A

$\ln(5a)-\ln(3a)=\ln\frac{5}{3}$.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ **B.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ **C.** $y'=\frac{2}{2x+1}$ **D.** $y'=\frac{1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(\log_2(2x+1)\right)'=\frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 10. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

A. $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **C.** $y'=x^{\frac{5}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 11. Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \ge \left(\frac{1}{2}\right)^{2}$.

A. $(-\infty;3]$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $[3:+\infty)$. **D.** $(1;3]$.

Lời giải

Chọn A

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \ge \left(\frac{1}{2}\right)^{2} \Leftrightarrow x-1 \le 2 \Leftrightarrow x \le 3$

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right) \ge 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2:+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

- Bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right) \ge 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 13-x^2 > 0 \\ 13-x^2 \ge 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 13 \\ x^2 \le 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13} \\ -2 \le x \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$.

- Vậy, tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right) \ge 2$ là $[-2;2]$.

Câu 13. Cho hai số phức $z = 1-i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

A. $(1;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14. Cho hai số phức $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 1+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 7. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2 = (2+i).(1+3i) = -1+7i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng -1.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = -3+i$ là

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $-3+i$. **D.** $-3-i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{z} = -3-i$.

Câu 16. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 + 2x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^3 + 4x + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.

C. $f(x)=12x^2+4x$. **D.** $f(x)=x^4+\dfrac{x^3}{3}$.

Lời giải

Có $f(x)=\left(4x^3+x^2+C\right)'=12x^2+4x$.

Câu 17. Tính $\int(x-\sin x)dx$ bằng

A. $\dfrac{x^2}{2}+\sin x+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-\cos x+C$. **C.** $x^2+\cos x+C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}+\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int(x-\sin 2x)dx=\int xdx-\int\sin xdx=\dfrac{x^2}{2}+\cos x+C$.

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=2$ thì $I=\int_1^2\left[3f(x)-2\right]dx$ bằng bao nhiêu?

A. $I=4$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_1^2\left[3f(x)-2\right]dx=\int_1^2 3f(x)dx-\int_1^2 2dx=6-2=4$.

Câu 19. Biết $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_1^2 g(x)dx=2$. Khi đó $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_1^2 f(x)dx-\int_1^2 g(x)dx=3-2=1$.

Câu 20. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $16a^3$ **B.** $4a^3$ **C.** $\dfrac{16}{3}a^3$ **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$

Lời giải

Chọn B

$V=S_{day}.h=a^2.4a=4a^3$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=2a, AC=2a, SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}AB.AC.SA=\dfrac{1}{6}.2a.2a.a=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 20π. **B.** $\frac{20\pi}{3}$. **C.** 10π. **D.** $\frac{10\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.5=10\pi$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=3-t\\z=1+t\end{cases}$. Khi đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-2;-2;-1)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(1;3;1)$. **D.** $(-2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=3-t\\z=1+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;-1;1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+4y-z+3=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n_1}=(2;4;-1)$. **B.** $\vec{n_2}=(2;-4;1)$. **C.** $\vec{n_3}=(-2;4;1)$. **D.** $\vec{n_1}=(2;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha):2x+4y-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z-2}{3}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Lời giải

Chọn A

Câu 26. Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tâm mặt cầu (S) có toạ độ là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;-2;-1)$. **C.** $(-1;-2;-1)$. **D.** $(1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(1\,;2\,;-2)\Rightarrow\left|\overrightarrow{IA}\right|=\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}=3$.

Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A nhận IA làm bán kính.

$\Rightarrow R=IA=3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là: $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x-2)(4-x)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1);(2;+\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Phương trình: $2f(x)+m=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-m}{2}$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	-	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$
							$y=\dfrac{-m}{2}$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{-m}{2}$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi:

$-4<\dfrac{-m}{2}<2\Leftrightarrow 8>m>-4$.

Mà $m \in \mathbb{Z}^+$

Suy ra: $m \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 30. Xét số phức thỏa mãn $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = z + i$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

A. $(0;1)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = z + i \Rightarrow z = w - i$.

Theo đề bài: $|z| = 3 \Leftrightarrow |w - i| = 3\,(*)$

Gọi $w = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$.

$(*) \Leftrightarrow |x + yi - i| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 9$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức w là đường tròn có tâm $I(0;1)$.

Câu 31. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2(9x) - \log_3 x - 2 = 0$ bằng

A. $-\frac{4}{9}$. **B.** -3. **C.** -12. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ $D = (0;+\infty)$. Ta có $\log_3^2(9x) - \log_3 x - 2 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 9 + \log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 = 0$.

Đặt $t = \log_3 x$, phương trình trên trở thành

$$(2+t)^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow 4 + 4t + t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -2 \end{array}\right.$$

Với $t = \log_3 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$. Với $t = \log_3 x = -2 \Leftrightarrow x = (3)^{-2} = \frac{1}{9}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. 36. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right..$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là:

$$S = \int_0^2 \left|(x^2 - 4) - (2x - 4)\right| \mathrm{d}x = \int_0^2 \left|x^2 - 2x\right| \mathrm{d}x = \int_0^2 (2x - x^2)\,\mathrm{d}x = \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

Gọi $M(0; m; 0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2; m-1; -3)$

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2(m-1) - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2; -4; -3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A = (-1; 2; 0)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d có tung độ là

A. $\dfrac{15}{7}$. **B.** $\dfrac{4}{7}$. **C.** $-\dfrac{16}{7}$. **D.** $-\dfrac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Đưa đường thẳng d về dạng tham số $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

Gọi hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d là điểm $H = (1 + 3t; 2 - t; -2 + 2t)$.

Vectơ $\overrightarrow{AH} = (3t + 2; -t; -2 + 2t)$ và vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (3; -1; 2)$

Ta có $\overrightarrow{AH}.\vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 3(3t+2) - 1(-t) + 2(-2+2t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{-1}{7} \Rightarrow H = \left(\dfrac{4}{7}; \dfrac{15}{7}; \dfrac{-16}{7}\right)$

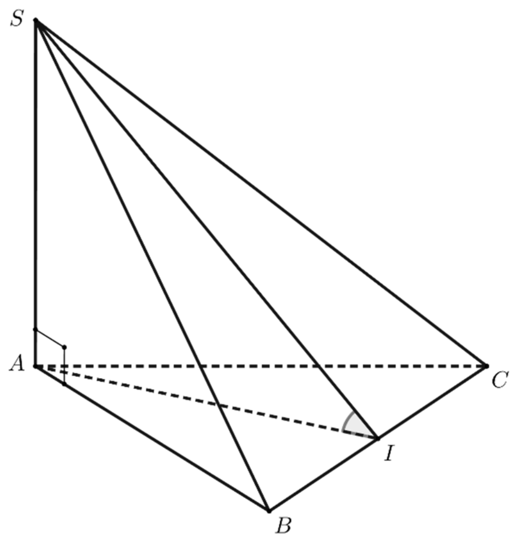
Suy ra tung độ của điểm H là $\dfrac{15}{7}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = 1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60^o. **B.** 45^o. **C.** 30^o. **D.** 90^o.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC, ta có ABC là tam giác đều nên $AI \perp BC$

Ta có $\begin{cases} AI \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SI$

Xét hai mặt phẳng (SBC) và (ABC):

$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AI \perp BC \\ SI \perp BC \end{cases}$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(SBC),(ABC)$ là góc giữa hai đt SI, AI. Tức là góc $\widehat{SIA}$

Xét tam giác SAI vuông tại A: $\tan \widehat{SIA} = \dfrac{SA}{IA} = \dfrac{1}{\dfrac{2\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 30^o$

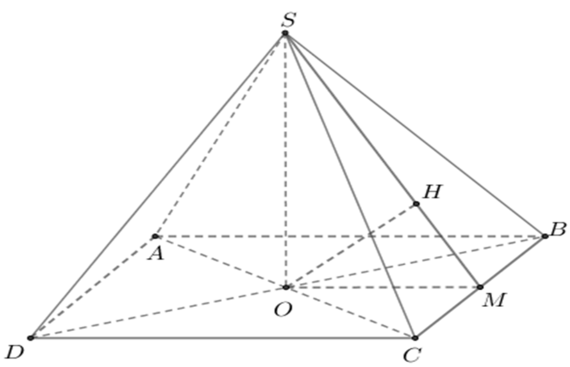
Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là 30^o.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $\widehat{BAD} = 60^o$, cạnh SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến (SBC) là

A. $\dfrac{a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{57}}{18}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{45}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{52}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Vẽ $OM \perp BC$ tại M thì $(SMO) \perp BC \Rightarrow (SMO) \perp (SBC)$, vẽ $OH \perp SM$ tại H

$\Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O,(SBC)) = OH$

Ta có $AC = a\sqrt{3}$, $OC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $OB = \dfrac{a}{2}$, $OM.BC = OB.OC \Rightarrow OM = \dfrac{OB.OC}{BC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$OH=\frac{SO.MO}{\sqrt{SO^2+MO^2}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{a^2+\frac{3a^2}{16}}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{a^2+\frac{3a^2}{16}}}=\frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

Câu 37. Cho tập $S=\{1;2;3;...;19;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A. $\frac{7}{38}$. **B.** $\frac{1}{14}$. **C.** $\frac{3}{38}$. **D.** $\frac{5}{38}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ba số thuộc S là $n(\Omega)=C_{20}^3$.

Giả sử ba số chọn được là a,b,c.

Để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng thì $2b=a+c$ nên $a+c$ là số chẵn.

+ TH1: a,c chẵn

Số cách chọn a,c là C_{10}^2.

+ TH2: a,c lẻ

Số cách chọn a,c là C_{10}^2.

Nên xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2C_{10}^2}{C_{20}^3}=\frac{3}{38}.$$

Câu 38. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1,z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 11.

Lời giải

Ta có $\Delta=m^2-4m-32$ là biệt thức của phương trình.

TH1: Xét $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-4m-32>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>8\\m<-4\end{array}\right.$ khi đó phương trình có hai nghiệm thực phân biệt. Ta có $z_1^2=mz_1-m-8$ suy ra $z_1^2+mz_2=m(z_1+z_2)-m-8=m^2-m-8$ do đó $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|\Leftrightarrow\left|m^2-m-8\right||z_1|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$.

Nếu $z_1.z_2=0$ thì $m+8=0\Rightarrow m=-8$ không thỏa mãn. Khi đó $\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\|z_1|=|z_2|\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\z_1=-z_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\m=0\end{cases}$ hệ vô nghiệm.

TH2: Xét $\Delta<0\Leftrightarrow-4<m<8$ khi đó phương trình có hai nghiệm phức phân biệt và $|z_1|=|z_2|$, ta có $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|\Leftrightarrow\left|m^2-m-8\right||z_1|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$

$\Leftrightarrow m^2-m-8\ge0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge\frac{1+\sqrt{33}}{2}\\m\le\frac{1-\sqrt{33}}{2}\end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện ta được $m\in\{4;5;6;7\}$.

Vậy có tất cả là 4 số nguyên dương cần tìm.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

A. 7. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+2mx+5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x^2+2mx+5=0(1) \end{array}\right.$$

Để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị có các trường hợp sau:

+ Phương trình (1) vô nghiệm: khi đó $m^2-5<0 \Leftrightarrow -\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

+ Phương trình (1) có nghiệm kép bằng -1: khi đó $\begin{cases} m^2-5=0 \\ -2m+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm\sqrt{5} \\ m=3 \end{cases} \Rightarrow m\in\varnothing$.

+ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng -1: $\begin{cases} m^2-5>0 \\ -2m+6=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{5} \\ m<-\sqrt{5} \end{array}\right. \\ m=3 \end{cases} \Leftrightarrow m=3.$$

Vậy giá trị nguyên $m\in\{-2;-1;0;1;2;3\}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3\frac{x^2-4}{125}<\log_5\frac{x^2-4}{27}$?

A. 117. **B.** 116. **C.** 112. **D.** 56.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Ta có:

$$\log_3\frac{x^2-4}{125}<\log_5\frac{x^2-4}{27}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 5.\log_5(x^2-4)-3\log_3 5<\log_5(x^2-4)-3\log_5 3$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 5-1).\log_5(x^2-4)<3\log_3 5-3\log_5 3 \Leftrightarrow \log_5(x^2-4)<\frac{3(\log_3 5-\log_5 3)}{\log_3 5-1}$$

$$\Leftrightarrow \log_5(x^2-4)<3(1+\log_5 3) \Leftrightarrow \log_5(x^2-4)<\log_5 15^3$$

$$\Leftrightarrow x^2-4<15^3 \Leftrightarrow -\sqrt{3379}<x<\sqrt{3379}$$

Kết hợp điều kiện ta có $x\in\{-58;-57;...;-3;3;...;57;58\}$. Vậy có 112 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F\left(x\right), G\left(x\right)$ lần lượt là nguyên hàm của $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F\left(3\right)+3G\left(2\right)=4$ và $2F\left(0\right)+3G\left(0\right)=1$. Khi đó $\int_0^1 f\left(3x\right)\mathrm{d}x+\int_0^1 g\left(2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2F\left(3\right)+3G\left(2\right)-\left[2F\left(0\right)+3G\left(0\right)\right]=3$

$$\Leftrightarrow 2\left[F\left(3\right)-F\left(0\right)\right]+3\left[G\left(2\right)-G\left(0\right)\right]=3 \Leftrightarrow 2\int_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+3\int_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=3.$$

Lại có: $\int_0^1 f\left(3x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\int_0^3 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{3}\int_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

$$\int_0^1 g\left(2x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^2 g\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x.$$

Vậy: $\int_0^1 f\left(3x\right)\mathrm{d}x+\int_0^1 g\left(2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\int_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\dfrac{1}{2}\int_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{6}\left[2\int_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+3\int_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x\right]$

Vậy: $\int_0^1 f\left(3x\right)\mathrm{d}x+\int_0^1 g\left(2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\cos x f'(x)-\sin x f(x)=2\cos 2x+2\sin x, \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $x=0$ và $x=\dfrac{\pi}{2}$ bằng

A. $2-\pi$. **B.** $2+\pi$. **C.** π. **D.** $4+\pi$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos x f'(x)-\sin x f(x)=2\cos 2x+2\sin x, \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \cos x\cdot f'(x)+\left(\cos x\right)'.f(x)=2\cos 2x+2\sin x$$

$$\Leftrightarrow [\cos x.f(x)]'=2\cos 2x+2\sin x \Leftrightarrow \cos x.f(x)=\sin 2x-2\cos x+C$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{\sin 2x-2\cos x+C}{\cos x}=\frac{2\sin x.\cos x-2\cos x+C}{\cos x}$$

Vì do $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $C=0$. Do đó $f(x)=2\sin x-2 \Rightarrow f'(x)=2\cos x$

Vậy diện tích phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $x=0$ và $x=\dfrac{\pi}{2}$ là:

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left|f(x)-f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left|2\sin x-2\cos x-2\right|\mathrm{d}x=\left|\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2\sin x-2\cos x-2\right)\mathrm{d}x\right|$$

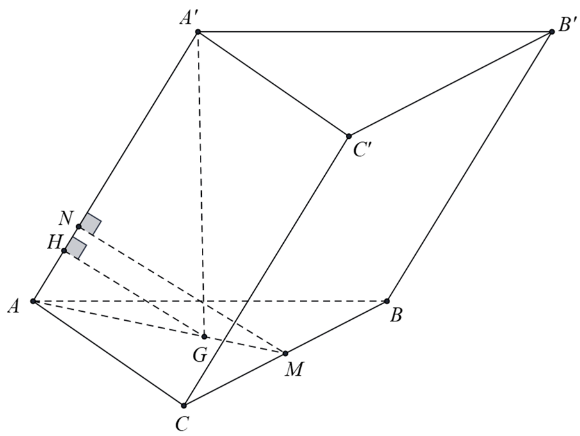
$$=\left|\left(-2\cos x-2\sin x-2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}\right|=\pi.$$

Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G là trọng tâm của ΔABC, M là trung điểm của BC.

$\Rightarrow A'G \perp (ABC)$.

Trong $(AA'M)$ dựng $MN \perp AA'$, ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'G) \Rightarrow BC \perp MN$.

$\Rightarrow d(AA', BC) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là hình chiếu của G lên AA'.

Ta có: $GH // MN \Rightarrow \frac{GH}{MN} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G, ta có:

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Rightarrow \frac{1}{GA'^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{GA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow GA' = \frac{a}{3}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = S_{ABC}.A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và tạo với hình nón một thiết diện là tam giác có diện tích bằng $3\sqrt{2}$. Biết mặt phẳng đó tạo với trục của hình nón một góc 30°. Thể tích của hình nón đã cho là

A. $V = \frac{8\pi}{3}$. **B.** $V = 9\pi$. **C.** $V = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{9\pi\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

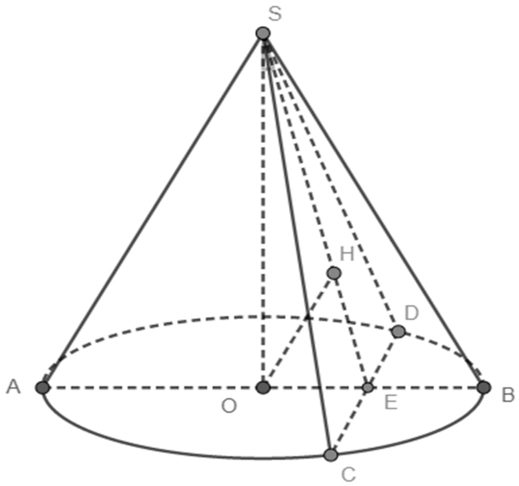
Gọi thiết diện qua trục của hình nón là ΔSAB, mặt phẳng qua đỉnh hình nón là (SCD)

$SO \cap (SCD) = \{S\}$

Gọi E là trung điểm của CD.

ΔOCD cân tại O nên $OE \perp CD$

Vẽ $OH \perp SE$ (1)



Ta có:

$$\left.\begin{matrix} CD \perp OE \\ CD \perp SO \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (SOE) \text{ mà } OH \subset (SOE) \text{ nên } CD \perp OH \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (SCD) \Rightarrow (SO,(SCD)) = \widehat{OSH} = \widehat{OSE} = 30^\circ$

Gọi $SO = x$, ΔSOE vuông tại O: $OE = SO \cdot \tan 30^\circ = x \tan 30^\circ = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$

$$\cos 30^\circ = \frac{SO}{SE} \Rightarrow SE = \frac{x}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}x}{3}$$

ΔSAB vuông tại S nên $SO = OB = OD = x$

$$ED = \sqrt{OD^2 - OE^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{x\sqrt{6}}{3}$$

$$CD = 2ED = \frac{2x\sqrt{6}}{3}$$

Ta có: $S_{SCD} = \dfrac{1}{2} SE \cdot CD \Leftrightarrow 3\sqrt{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2\sqrt{3}x}{3} \cdot \dfrac{2x\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{9}{2} \Rightarrow x = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$$V_n = \frac{1}{3}\pi \cdot OB^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(0;-1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng AB và đường thẳng d. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết khoảng cách giữa d và (P) bằng $\sqrt{2}$ và (P) cắt Ox tại điểm có hoành độ âm.

A. $x - y - 1 = 0$. **B.** $x - y - 3 = 0$. **C.** $x - z - 3 = 0$. **D.** $x - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d đi qua $M(2;1;1)$ và có vtcp $\vec{u}(2;1;2)$

Vì (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng AB và đường thẳng d nên vtpt $\vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB};\vec{u}\right] = (-7;0;7)$. Chọn $\vec{n}_{(P)} = (1;0;-1)$.

Phương trình $(P): x - z + D = 0$ (vì (P) cắt Ox tại điểm có hoành độ âm nên $D > 0$).

Vì d song song với (P) nên $d\left(d,(P)\right) = d\left(M,(P)\right) = \dfrac{|1+D|}{\sqrt{2}}$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{|1+D|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |1+D| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=1 \\ D=-3 \end{array}\right. \Rightarrow D = 1$.

Vậy phương trình $(P): x - z + 1 = 0$.

Câu 46. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ thuộc khoảng nào sau đây:

A. $(3;5)$ **B.** $(-1;4)$ **C.** $(8;10)$ **D.** $(9;12)$

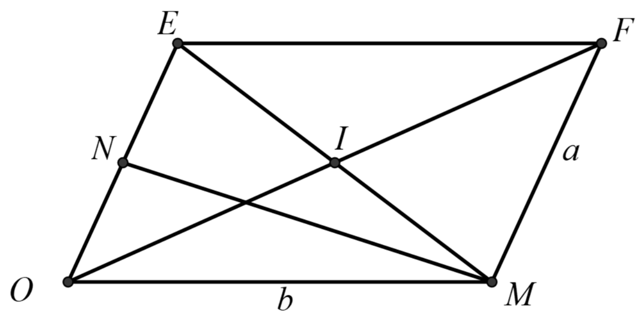
Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Giả sử M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z và w. Suy ra $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OF} = 2\overrightarrow{OI}$, $|z - w| = MN = 4$ và $OF = 2OI = 10$.

Đặt $|z| = ON = \dfrac{a}{2}; |w| = OM = b$. Dựng hình bình hành $OMFE$



Ta có $\begin{cases} \dfrac{a^2+b^2}{2} - \dfrac{ME^2}{4} = 25 \\ \dfrac{b^2+ME^2}{2} - \dfrac{a^2}{4} = 16 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 2b^2 = \dfrac{264}{3}$

$$\left(|z|+|w|\right)^2 = \left(\frac{a}{2}+b\right)^2 \le \left(a^2+2b^2\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) = 66$$

Suy ra $a + b \le \sqrt{66}$, dấu "=" xảy ra khi $a = b = \dfrac{2\sqrt{66}}{3}$.

Vậy $(a+b)_{\max}=\sqrt{66}.$

Cách 2:

Gọi A, B là điểm biểu diễn z, w

$\widehat{AOB}=\varphi; OA=a; OB=b \Rightarrow AB=4$

Ta có :

$\widehat{OAC}=180^0-\varphi \Rightarrow \cos\widehat{OAC}=-\cos\varphi$

C là điểm biểu diễn $z+2w \Rightarrow OC=10$

Ta có:

$$\begin{cases} a^2+b^2-2ab\cos\varphi=16 \\ a^2+4b^2+4ab\cos\varphi=100 \end{cases} \Rightarrow 3a^2+6b^2=132$$

Ta có $\left(a+\frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}b\right)^2 \le \left(1+\frac{1}{2}\right)\left(a^2+2b^2\right) \Leftrightarrow (a+b)^2 \le \frac{3}{2}.44=66 \Rightarrow a+b\le\sqrt{66}$.

Dấu ‘’ = ‘’ xảy ra $a=2b=\frac{2\sqrt{66}}{3}$

Cách 3:

Ta có $|z+2w|=|8+6i|=10$

$|z+2w|^2+2|z-w|^2=3|z|^2+6|w|^2 \Leftrightarrow 10^2+2.4^2=3|z|^2+6|w|^2 \Leftrightarrow |z|^2+2|w|^2=\frac{132}{3}$

Mà $|z|+|w| =|z|+\frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}|w| \le \sqrt{\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)\left(|z|^2+2|w|^2\right)} =\sqrt{\frac{3}{2}.\frac{132}{3}} =\sqrt{66}$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[0;5]$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x$.

$f'(x)=3x^2-6(m+2)x+3m(m+4)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-2(m+2)x+m(m+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$		m		$m+4$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(m)$	$\searrow$	$f(m+4)$	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;3\right)$ thì xảy ra 2 trường hợp

+ Trường hợp 1: Hàm số $y=f\left(x\right)$ luôn đồng biến trên khoảng $\left(0;3\right)$ và $f\left(0\right)\geq 0$.

Vì $f\left(0\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 3 \\ m+4\leq 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 3 \\ m\leq -4 \end{array}\right.$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in\left[0;5\right]\Rightarrow m\in\left\{3,4,5\right\}$

+ Trường hợp 2: Hàm số $y=f\left(x\right)$ luôn nghịch biến trên khoảng $\left(0;3\right)$ và $f\left(0\right)\leq 0$.

Vì $f\left(0\right)=0 \Rightarrow \left(0;3\right)\subset\left(m;m+4\right)\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m+4\geq 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow -1\leq m\leq 0$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ và

$m\in\left[0;5\right]\Rightarrow m=0$.

Vậy $m\in\left\{0,3,4,5\right\}$ nên có 4 giá trị của m.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa
$3\left(81^y+4y\right)+2026\leq -x^2+2024x+\log_3\left[(x-2023)^3(1-x)^3\right]$

A. 2021. **B.** 2003. **C.** 4042. **D.** 4024.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $(x-2023)^3(1-x)^3>0 \Leftrightarrow (x-2023)(1-x)>0 \Leftrightarrow 1<x<2023$

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow 2\leq x\leq 2022$

$3\left(81^y+4y\right)+2026\leq -x^2+2024x+\log_3\left[(x-2023)^3(1-x)^3\right]$

$\Leftrightarrow 3.3^{4y}+3.4y+3\leq -x^2+2024x-2023+3\log_3\left[(x-2023)(1-x)\right]$

$\Leftrightarrow 3^{4y+1}+3(4y+1)\leq (x-2023)(1-x)+3\log_3\left[(x-2023)(1-x)\right]$

$\Leftrightarrow 3^{4y+1}+3(4y+1)\leq 3^{\log_3\left[(x-2023)(1-x)\right]}+3\log_3\left[(x-2023)(1-x)\right]$ (*)

Xét hàm số $f(t)=3^t+3t,\ t\in\mathbb{R}$

Ta có $f'(t)=3^t\ln 3+3>0 \quad \forall t\in\mathbb{R}$

Suy ra $f(t)=3^t+3t,\ t\in\mathbb{R}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Khi đó: (*) $\Leftrightarrow f(4y+1)\leq f\left[\log_3(x-2023)(1-x)\right]\Leftrightarrow 4y+1\leq \log_3\left[(x-2023)(1-x)\right]$ (1)

Ta có:
$(x-2023)(1-x)\leq 1022121, \forall x\in(1;2023)$
$\Rightarrow \log_3\left[(x-2023)(1-x)\right]\leq \log_3 1022121\sim 12,59$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $4y+1\le 12,59 \Rightarrow y\le 2,89,\ y\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow y\in\{1,2\}$

Ta có: $(1)\Leftrightarrow (x-2023)(1-x)\ge 3^{4y+1} \Leftrightarrow -x^2+2024x-2023-3^{4y+1}\ge 0$

Với $y=1$: $-x^2+2024x-2266\ge 0 \Leftrightarrow 1,12\le x\le 2022,8 \Rightarrow 2\le x\le 2022$: có 2021 giá trị x

Với $y=2$: $-x^2+2024x-21706\ge 0 \Leftrightarrow 10,78\le x\le 2013,2 \Rightarrow 11\le x\le 2013$: có 2003 giá trị x

Vậy có $2021+2003=4024$ cặp $(x;y)$ thỏa yêu cầu bài toán

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{mx+1}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=3$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

* Nếu $m=1$ thì $f(x)=1;\forall x\in[1;2]$ đây là hàm hằng nên $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=1$

$\Rightarrow \max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=2\ne 3$ (loại).

* Nếu $m=0$ thì $f(x)=\dfrac{1}{x+1};\forall x\in[1;2]$, có $f'(x)=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0;\forall x\in[1;2]$ nên

$\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=f(1)=\dfrac{1}{2};\ \min\limits_{[1;2]}|f(x)|=f(2)=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|\ne 3$ (loại).

*Nếu $m\ne 1;m\ne 0$ ta thấy hàm số $f(x)=\dfrac{mx+1}{x+1}$ liên tục trên đoạn $[1;2]$,

$f(1)=\dfrac{m+1}{2};f(2)=\dfrac{2m+1}{3}$ và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x=-\dfrac{1}{m}$

TH1: Nếu $1\le -\dfrac{1}{m}\le 2 \Leftrightarrow -1\le m\le -\dfrac{1}{2}$ thì $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=\max\left\{\left|\dfrac{m+1}{2}\right|;\left|\dfrac{2m+1}{3}\right|\right\};\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=0$.

Do đó $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left|\dfrac{m+1}{2}\right|=3\\ \left|\dfrac{2m+1}{3}\right|=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m+1=\pm 6\\ 2m+1=\pm 9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=5\\ m=-7\\ m=4\\ m=-5\end{array}\right.$ (loại).

TH2: Nếu $-\dfrac{1}{m}<1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>0\end{array}\right.$ thì

+) $m>0$: $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=\max\left\{\dfrac{m+1}{2};\dfrac{2m+1}{3}\right\};\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=\min\left\{\dfrac{m+1}{2};\dfrac{2m+1}{3}\right\}$

Do đó $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=3 \Leftrightarrow \dfrac{2m+1}{3}+\dfrac{m+1}{2}=3 \Leftrightarrow m=\dfrac{13}{7}$ (thỏa mãn).

+) $m<-1$: $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|=\max\left\{-\dfrac{m+1}{2};-\dfrac{2m+1}{3}\right\};\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=\min\left\{-\dfrac{m+1}{2};-\dfrac{2m+1}{3}\right\}$

Do đó $\max\limits_{[1;2]}|f(x)|+\min\limits_{[1;2]}|f(x)|=3 \Leftrightarrow -\dfrac{2m+1}{3}-\dfrac{m+1}{2}=3 \Leftrightarrow m=-\dfrac{23}{7}$ (thỏa mãn).

TH3: Nếu $-\dfrac{1}{m} > 2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < m < 0$ thì

$$\max_{[1;2]}\left|f(x)\right| = \max\left\{\frac{m+1}{2};\frac{2m+1}{3}\right\};\min_{[1;2]}\left|f(x)\right| = \min\left\{\frac{m+1}{2};\frac{2m+1}{3}\right\}$$

Do đó $\max_{[1;2]}\left|f(x)\right| + \min_{[1;2]}\left|f(x)\right| = 3 \Leftrightarrow \dfrac{2m+1}{3} + \dfrac{m+1}{2} = 3 \Leftrightarrow m = \dfrac{13}{7}$ (không thỏa mãn).

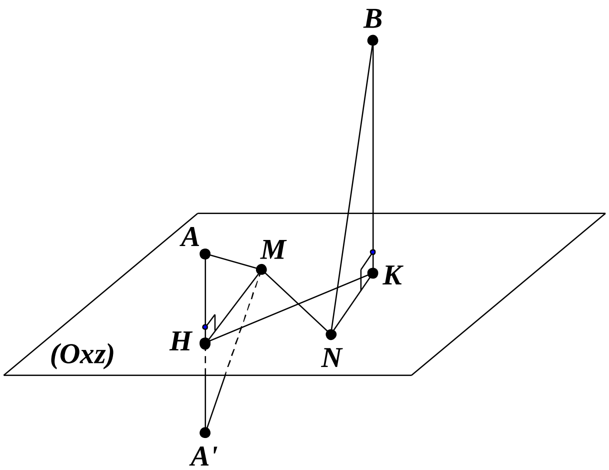
Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A



Ta có $H(1;0;-3)$, $K(-2;0;1)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$ xuống mặt phẳng (Oxz).

Nhận xét: A, B nằm về cùng một phía với mặt phẳng (Oxz).

Gọi A' đối xứng với A qua (Oxz), suy ra H là trung điểm đoạn AA' nên $AM = A'M$.

Mà $A'H = AH = 1; BK = 3; HK = 5$.

Do đó $AM + BN = A'M + BN = \sqrt{HA'^2 + HM^2} + \sqrt{BK^2 + KN^2}$

$\geq \sqrt{(HA' + BK)^2 + (HM + KN)^2} = \sqrt{16 + (HM + KN)^2}$

Lại có $HM + MN + NK \geq HK \Rightarrow HM + NK \geq HK - MN = 5 - 2 = 3$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi H, M, N, K thẳng hàng và theo thứ tự đó.

Suy ra $AM + BN \geq \sqrt{16 + (HM + KN)^2} \geq \sqrt{16 + (3)^2} = 5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng 5.