TRƯỜNG THPT ĐÀO SƠN TÂY
TỔ TOÁN

ĐỀ MINH HỌA
(Đề này có 18 trang)

ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN - Lớp 12 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 123

Họ và tên thí sinh: .... SBD: ....

Câu 1. Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AM thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=6\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=8\pi a^2$.

Câu 2. Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao $4a$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$.

Câu 3. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x+3}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{2x+3}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{2x+3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^{2+3}+C$.

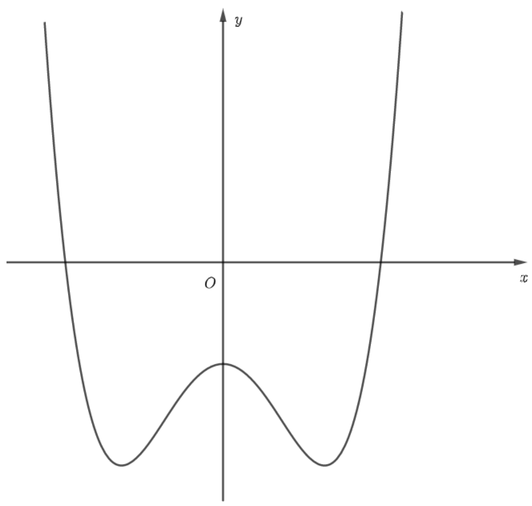
Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\frac{3}{4}}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $[-2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n}=(1;-1;-3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây ?

A. $x+y-3z-3=0$. **B.** $x-y+3z-3=0$. **C.** $x-y-3z-3=0$. **D.** $x-3z-3=0$.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-2x^2-1$. **D.** $y=-x^2+2x-1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u}=(1;1;0)$ và $\vec{v}=(2;0;-1)$. Tính độ dài $|\vec{u}+2\vec{v}|$.

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{30}$. **D.** $\sqrt{22}$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 180. **D.** 30.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là

A. $(0;9)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(9;+\infty)$. **D.** $(-\infty;9)$.

Câu 10. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 11. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \ge 3$, công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **B.** $A_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{n!}$. **D.** $A_n^3 = \dfrac{3!(n-3)!}{n!}$.

Câu 12. Phương trình $\log(4x+1) = \log(2x+5)$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 13. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi r^2$. **B.** $S=4\pi r^2$. **C.** $S=2\pi r^2$. **D.** $S=\dfrac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-4=0$ và đi qua điểm $M(1;1;0)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M ?

A. $3y+z-3=0$. **B.** $2x+3y+z-5=0$.

C. $3y+z-2=0$. **D.** $2x+3y+z+5=0$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 17. **B.** 250. **C.** 12. **D.** 22.

Câu 16. Nếu $\int\limits_0^1 [f(x)+2x]dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 17. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 3. **D.** $-4i$.

Câu 18. Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{x}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+3}{-x+1}$.

Câu 19. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{313}{625}$. **B.** $\dfrac{12}{25}$. **C.** $\dfrac{13}{25}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 20. Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

A. $x=0$. **B.** $x=9$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 21. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \dfrac{a^2}{4}$ bằng

A. $\log_2 a-2$. **B.** $2(\log_2 a-1)$. **C.** $\log_2 a-1$. **D.** $2\log_2 a-1$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 23. Cho $\log_2 3 = a$. Tính $P=\log_8 6$ theo a.

A. $P=3(1+a)$. **B.** $P=\frac{1}{3}(1+a)$. **C.** $P=1+a$. **D.** $P=2+a$.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-6x^2$ là

A. $\cos x-12x+C$. **B.** $-\sin x-2x^3+C$. **C.** $-\cos x-2x^3+C$. **D.** $\sin x-12x+C$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $P(1;3;2)$. **B.** Điểm $N(1;-3;2)$.

C. Điểm $M(-1;3;2)$. **D.** Điểm $Q(1;-3;-2)$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z+1+7i=0$. Tổng phần thực và phần ảo của z là

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -6.

Câu 27. Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=\frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{u}du$. **B.** $I=\int_1^2\sqrt{u}du$. **C.** $I=2\int_0^3\sqrt{u}du$. **D.** $I=\int_0^3\sqrt{u}du$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1=2-3i$, $z_2=4+i$. Số phức $z=z_1-z_2$ bằng

A. $-2-4i$. **B.** $2-4i$. **C.** $6+2i$. **D.** $2-2i$.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x-2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

A. $M(0;-1)$. **B.** $P(-2;0)$. **C.** $Q(0;-2)$. **D.** $N(-1;0)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-6)^2+z^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-1;3;0)$. **B.** $(2;-6;0)$. **C.** $(-2;6;0)$. **D.** $(1;-3;0)$.

Câu 31. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x+1$. **B.** $y=\frac{x-3}{x+2}$. **C.** $y=x^3+x+1$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Câu 32. Đạo hàm của hàm số $y=\ln(x^2-2x+1)$ bằng

A. $y'=\frac{1}{x-1}$. **B.** $y'=\frac{1}{x^2-2x+1}$. **C.** $y'=\frac{2}{x-1}$. **D.** $y'=2x-2$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho là

A. $y_{CT}=-1$. **B.** $y_{CT}=0$. **C.** $y_{CT}=-2$. **D.** $y_{CT}=-3$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục $Ox;Oy;Oz$ theo thứ tự là $M;N;P$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}+\frac{z}{2}+1=0$. **B.** $4x-3y+2z-5=0$.

C. $3x-4y+6z-12=0$. **D.** $2x-3y+4z-1=0$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

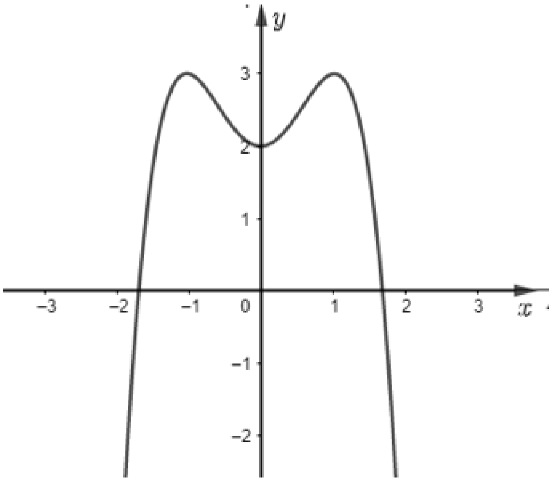
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+2i$ có tọa độ là

A. $(-3;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 38. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 39. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z-3-2i|=|\overline{z}-1|$, $|z_1-z_2|=2\sqrt{2}$ và số phức w thoả mãn $|\text{w}-2-4i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-2-3i|+|z_1-\text{w}|$ bằng:

A. $\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{17}-1$. **D.** 4.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

A. 25. **B.** Vô số. **C.** 26. **D.** 24.

Câu 41. Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để tồn tại các số thực $x;y$ thỏa mãn $e^{x^2+y^2-m}+e^{x+y+xy-m}=x^2+y^2+x+y+xy-2m+2$.

A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 42. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$, $(Q):x+2y-2z-5=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $9+5\sqrt{3}$. **B.** 14. **C.** 28. **D.** $3+5\sqrt{3}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a-b+2c|$.

A. $\dfrac{3+\sqrt{41}}{15}$. **B.** $\dfrac{3+\sqrt{41}}{5}$. **C.** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{15}$. **D.** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\vdots$	$+$	0	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

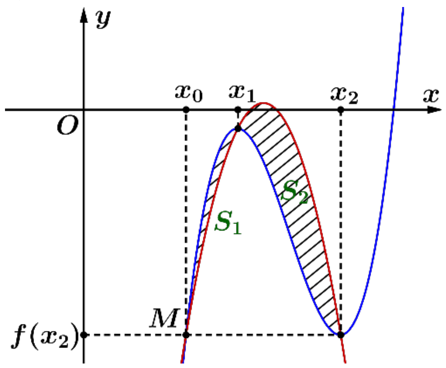
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left[f\left(|x+1|\right)-2\right]=m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;3]$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, BC=2a$ và góc $\widehat{ABC}=60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45°. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

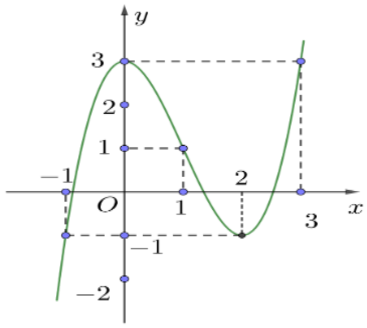
Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới.



Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)-3f(x_2)=0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0;f(x_0))$ trong đó $x_0=x_1-1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x), g(x)$ như hình vẽ).

A. $\dfrac{4}{29}$. **B.** $\dfrac{5}{32}$. **C.** $\dfrac{7}{33}$. **D.** $\dfrac{6}{35}$.

Câu 47. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ là

A. 7. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trinh $z^2-6z+m=0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$. Trong khoảng $(0;20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên m_0 ?

A. 13. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N). Khi thể tích khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A. $T=12$. **B.** $T=18$. **C.** $T=24$. **D.** $T=36$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int_0^1 x\,f(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^5 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. -25. **B.** 23. **C.** 15. **D.** $\dfrac{123}{5}$.

------------- HẾT -------------

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1.

Lời giải

Chọn A

Hình nón có bán kính đáy $r = a$, đường sinh $l = AB = 2a$. Suy ra: $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Diện tích đáy $B = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, suy ra: $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.4a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \mathrm{e}^{2x+3}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+3} + C$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị là của hàm số trùng phương có hệ số bậc bốn dương.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} + 2\vec{v} = (5;1;-2) \Rightarrow \left|\vec{u} + 2\vec{v}\right| = \sqrt{30}$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = Vh = 5.6 = 30$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3 x < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9$

Câu 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -2-3=-5$

Câu 11.

Lời giải

Chọn B

Câu 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log(4x+1)=\log(2x+5) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+1>0 \\ 4x+1=2x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{1}{4} \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn B

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$.

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại M có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{IM}=(0;3;1)$.

Câu 15.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$.

Câu 16.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\limits_0^1 [f(x)+2x]dx=2 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+1=2 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng -4.

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

Câu 19.

Lời giải

Chọn B

Trong 25 số nguyên dương đầu tiên có 12 số chẵn và 13 số lẻ.

Để tổng hai số được chọn là chẵn thì hai số được chọn phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ, suy ra xác suất cần tìm là $\dfrac{C_{12}^2+C_{13}^2}{C_{25}^2}=\dfrac{12}{25}$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=4x^3-4x$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Khi đó: $f(0)=1$, $f(1)=0$, $f(2)=9$.

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

Câu 21.

Lời giải

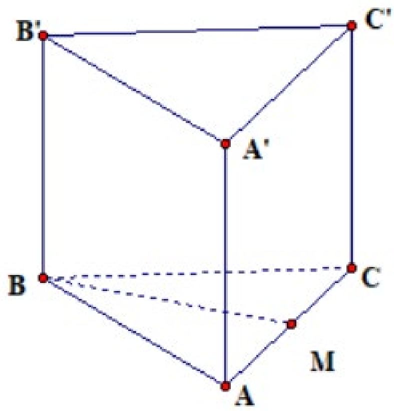
Chọn B

Ta có $\log_2 \frac{a^2}{4} = \log_2 a^2 - \log_2 4 = 2\log_2 a - 2 = 2(\log_2 a - 1)$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AC, ta có: $d(B;(ACC'A')) = BM = \frac{(2a)\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P=\log_8 6 = \log_{2^3} 6 = \frac{1}{3}\log_2 2.3 = \frac{1}{3}(1+\log_2 3) = \frac{1}{3}(1+a)$

Câu 24.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int(\sin x - 6x^2)\mathrm{d}x = -\cos x - 2x^3 + C$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn B

Câu 26.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z=-\frac{1+7i}{1-3i}=2-i$. Vậy $2+(-1)=1$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2xdx$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow u = 0 \\ x = 2 \Rightarrow u = 3 \end{cases}$.

Vậy $I = \int_0^3 \sqrt{u}\,\mathrm{d}u$.

Câu 28.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = z_1 - z_2 = -2 - 4i$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = -2$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn C

Câu 31.

Lời giải

Chọn C

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \dfrac{\left(x^2 - 2x + 1\right)'}{x^2 - 2x + 1} = \dfrac{2x - 2}{\left(x - 1\right)^2} = \dfrac{2}{x - 1}$.

Câu 33.

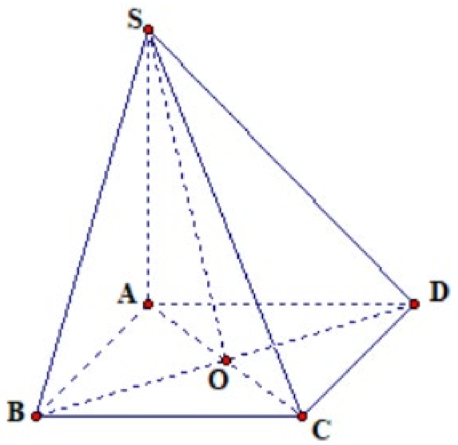
Lời giải

Chọn D

Câu 34.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\left(\left(SBD\right);\left(ABCD\right)\right) = \widehat{AOS}$.

$\tan \widehat{AOS} = \dfrac{SA}{AO} = \dfrac{2SA}{AC} = \dfrac{2.a\sqrt{6}}{2a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AOS} = 60°$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(4;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;2)$.

Mặt phẳng (MNP) có phương trình: $\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1 \Leftrightarrow 3x-4y+6z=12$.

Câu 36.

Lời giải

Chọn D

Câu 37.

Lời giải

Chọn A

Câu 38.

Lời giải

Chọn C

Câu 39.

Lời giải

Chọn C

Đặt

$|z-3-2i|=|\bar{z}-1| \quad (1)$

$|z_1-z_2|=2\sqrt{2} \quad (2)$

$|\mathrm{w}-2-4i|=1 \quad (3)$

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Từ $(1)\Rightarrow |x+yi-3-2i|=|x-yi-1|$

$\Leftrightarrow |(x-3)+(y-2)i|=|(x-1)-yi| \Leftrightarrow (x-3)^2+(y-2)^2=(x-1)^2+y^2$

$\Leftrightarrow x^2-6x+9+y^2-4y+4=x^2-2x+1+y^2 \Leftrightarrow 4x+4y-12=0$

$\Leftrightarrow x+y-3=0 \quad (d)$

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1, N là điểm biểu diễn số phức z_2.

Từ $(2)\Rightarrow |z_1-z_2|=2\sqrt{2}\Rightarrow MN=2\sqrt{2}$.

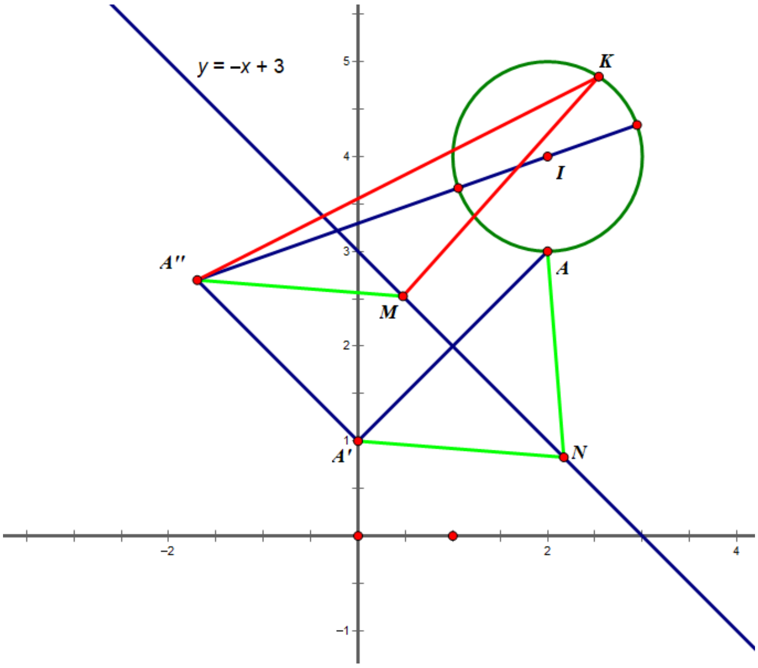
Gọi K là điểm biểu diễn số phức w, $\mathrm{w}=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Từ $(3)\Rightarrow |x+yi-2-4i|=1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2=1$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(2;4)$ bán kính $R=1$.

Từ biểu thức đề bài ta có

$P=|z_2-(2+3i)|+|z_1-\mathrm{w}|=NA+MK$ với $A(2;3)$.

Ta đi tìm $MinP=NA+MK$



Gọi A' là điểm đối xứng với $A(2;3)$ qua đường thẳng $(d) \Rightarrow A'(0;1)$

Dựng $\overrightarrow{A'A''} = \overrightarrow{NM} \Rightarrow A''(-2;3)$.

Ta có

$P = NA + MK$

$= NA' + MK$

$= A''M + MK \geq A''K \geq A''I - R = \sqrt{17} - 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt{17} - 1$.

Câu 40.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(2^{x^2} - 4^x\right)\left[\log_3(x+25) - 3\right] \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^{x^2} \geq 2^{2x} \\ \log_3(x+25) \leq 3 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^{x^2} \leq 2^{2x} \\ \log_3(x+25) \geq 3 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x > -25 \\ x + 25 \leq 27 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x + 25 \geq 37 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{array}\right. \\ -25 < x \leq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -25 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$, suy ra: $x \in \{-24; -23 \ldots; -1; 0; 2\}$.

Câu 41.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(t) = e^t - t - 1; \forall t \in \mathbb{R}$.

$f'(t) = e^t - 1$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Ta thấy $f'(t)$ đổi dấu từ "–" sang "+" khi qua $t = 0$ nên $f(t) \geq f(0) = 0; \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó $\begin{cases} e^{x^2+y^2-m}-\left(x^2+y^2-m\right)-1\ge 0, \forall x,y\in\mathbb{R} \\ e^{x+y+xy-m}-\left(x+y+xy-m\right)-1\ge 0, \forall x,y\in\mathbb{R} \end{cases}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2+y^2=m \\ x+y+xy=m \end{cases}$.

Hay $e^{x^2+y^2-m}+e^{x+y+xy-m}=x^2+y^2+x+y+xy-2m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=m & (1) \\ x+y+xy=m & (2) \end{cases}$

Đặt $S=x+y; P=x.y$, ta có: $\begin{cases} S^2-2P=m \\ S+P=m \end{cases} \Rightarrow S^2-S-3P=0$. Vì $S^2\ge 4P \Rightarrow S\in[0;4]$

Lấy $(1)+2.(2)$ vế theo vế ta được: $S^2+2S=3m$ (3)

Xét hàm số $f(S)=S^2+2S;\ S\in[0;4]$, có $f'(S)=2S+2>0;\ \forall S\in[0;4]$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (3)$ có nghiệm $\Leftrightarrow f(0)\le m\le f(4) \Leftrightarrow 0\le m\le 8$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 42.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$, mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;-2)$.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm M,N nhận $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;-2)$ làm VTCP, Δ luôn cắt (P), gọi φ là góc giữa Δ và (P), H là hình chiếu vuông góc của M lên (P).

Ta có $\sin\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

ΔMNH vuông tại H $\Rightarrow MN.\sin\varphi=MH \Rightarrow MN=\dfrac{MH}{\sin\varphi}=\sqrt{3}.MH$

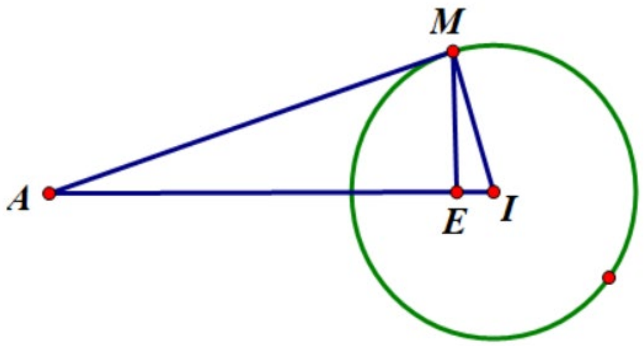
$MH=d\left(M,(P)\right)\le R+d\left(I,(P)\right)=5+3\sqrt{3},\ \forall M\in(S) \Rightarrow MN=\sqrt{3}MH\le 9+5\sqrt{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của MN bằng $9+5\sqrt{3}$.

Câu 43.

Lời giải

Chọn D



Do AM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên $AM\perp IM$ nên tam giác IAM vuông tại M

Xét ΔIAM, có : $IA=\sqrt{5},\ IM=1 \Rightarrow MA=\sqrt{IA^2-R^2}=2$

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm A bán kính là 2.

Khi đó M thuộc đường tròn giao tuyến (C) của mặt cầu tâm I bán kính $R=1$ và mặt cầu tâm A bán kính $R=2$.

$$(C)\subset(P):\begin{cases}(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1\\ (x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4\end{cases}\Leftrightarrow(C)\subset(P):2x-z+2=0$$

Ta có $IA:\begin{cases}x=1-2t\\ y=1\\ z=t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$, gọi E là tâm đường tròn giao tuyến, khi đó:

$E=IA\cap(P)\Rightarrow E\left(\frac{-3}{5};1;\frac{4}{5}\right)$. Xét ΔIAM, có : $r=EM=\frac{MA.MI}{IA}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm $E\left(\frac{-3}{5};1;\frac{4}{5}\right)$ bán kính $R=\frac{2}{\sqrt{5}}$ hay $\left(a+\frac{3}{5}\right)^2+(b-1)^2+\left(c-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{4}{5}$

Do $M\in(P)\Rightarrow 2a-c+2=0\Leftrightarrow c=2a+2$

Khi đó ta có được $\begin{cases}\left(a+\frac{3}{5}\right)^2+(b-1)^2+\left(2a+\frac{6}{5}\right)^2=\frac{4}{5}\\ T=|6a-b+4|\end{cases}$

$$\left(a+\frac{3}{5}\right)^2+(b-1)^2+\left(2a+\frac{6}{5}\right)^2=\frac{4}{5}\Leftrightarrow\left(\sqrt{5}a+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2+(b-1)^2=\frac{4}{5}.$$

Ta có $6a-b+4=\frac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)-\frac{3}{5}$.

Áp dụng bất đẳng thức bunhiacopski:

$$\left|\frac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)\right|\le\sqrt{\left[\left(\sqrt{5}a+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2+(b-1)^2\right]\left[\left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2+(-1)^2\right]}=\frac{2\sqrt{41}}{5}$$

$$\frac{-2\sqrt{41}}{5}\le\frac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)\le\frac{2\sqrt{41}}{5}$$

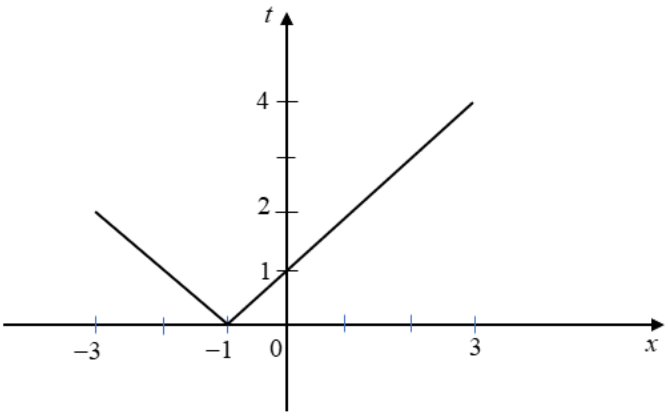
$$\Leftrightarrow\frac{-2\sqrt{41}}{5}-\frac{3}{5}\le 6a-b+4\le\frac{2\sqrt{41}}{5}-\frac{3}{5}\Rightarrow|6a-b+4|\le\frac{3}{5}+\frac{2\sqrt{41}}{5}.$$

Câu 44.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=|x+1|$. Vì $x\in[-3;3]$ suy ra $t\in[0;4]$.



Với mỗi giá trị $t\in(0;2]$ cho ta 2 nghiệm $x\in[-3;3]$.

Với mỗi giá trị $t\in\{0\}\cup(2;4]$ cho ta 1 nghiệm $x\in[-3;3]$.

Phương trình trở thành $f\left(f\left(t\right)-2\right)=m$.

Xét hàm $g\left(t\right)=f\left(f\left(t\right)-2\right)$ trên đoạn $\left[0;4\right]$.

$g'\left(t\right)=f'\left(t\right).f'\left(f\left(t\right)-2\right)$.

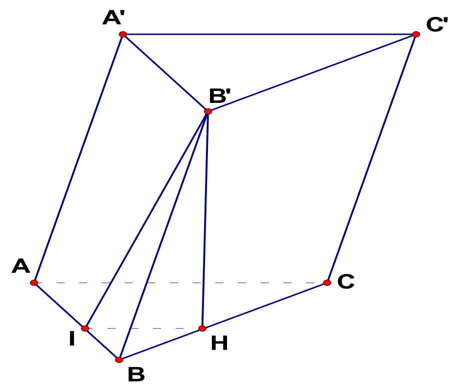
$$g'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(t\right)=0\\f'\left(f\left(t\right)-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\text{ (L)}\\f\left(t\right)-2=-1\\f\left(t\right)-2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\f\left(t\right)=1\\f\left(t\right)=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=t_1>2\\t=t_2>t_1>2\end{array}\right..$$

Vậy hàm số $g\left(t\right)=f\left(f\left(t\right)-2\right)$ có 3 cực trị trên đoạn $\left[0;4\right]$. Suy ra phương trình $f\left(f\left(t\right)-2\right)=m$ có tối đa 4 nghiệm t. Giả sử cả 4 nghiệm t đó đều không âm thì cho tối đa 8 nghiệm x. Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Câu 45.

Lời giải

Chọn C



Ta có: ABC là tam giác vuông tại $A, BC=2a$ và góc $\widehat{ABC}=60^\circ$ nên $AB=a, AC=a\sqrt{3}$.

Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi nên $BC=BB'=2a$.

Kẻ $B'H\perp BC,\ HI//AC$.

Vì mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ vuông góc mặt phẳng $\left(ABC\right)$nên $B'H\perp\left(ABC\right)$.

Suy ra $AB\perp\left(B'IH\right)$nên góc giữa hai mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$và $\left(ABC\right)$ là góc $\widehat{B'IH}=45^\circ$.

Do đó tam giác $B'IH$ vuông cân tại H, suy ra $HI=HB'$.

Giả sử $HI=HB'=x\Rightarrow BH=\sqrt{BB'^2-B'H^2}=\sqrt{4a^2-x^2}$.

Xét tam giác vuông $\Delta IBH:\widehat{IBH}=60^\circ\Rightarrow IH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{4a^2-x^2}$.

Suy ra $\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{4a^2-x^2}=x\Rightarrow x=\dfrac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$, suy ra $B'H=\dfrac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V=S_{\Delta ABC}.B'H=\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{3}.\dfrac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}=\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 46.

Lời giải

Chọn B

Tịnh tiến cả hai đồ thị sao cho điểm $\left(x_1;0\right)$ trùng với gốc tọa độ O suy ra S_1,S_2 không thay đổi. Khi đó $x_0=-1, x_1=0$ và $x_2=2$.

Vì đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ và $f\left(x\right)$ cùng đi qua các điểm có hoành độ x_0,x_1 và x_2

Suy ra $f\left(x\right)-g\left(x\right)=k\left(x-x_0\right)\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)=kx\left(x+1\right)\left(x-2\right)$.

Khi đó $\begin{cases} S_1 = \int\limits_{-1}^{0}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x = k\int\limits_{-1}^{0} x(x+1)(x-2)\,\mathrm{d}x \\ S_2 = \int\limits_{0}^{2}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x = -k\int\limits_{0}^{2} x(x+1)(x-2)\,\mathrm{d}x \end{cases}$.

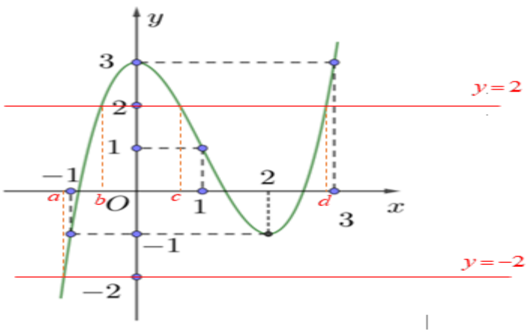
Vậy $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{k\int\limits_{-1}^{0} x(x+1)(x-2)\,\mathrm{d}x}{-k\int\limits_{0}^{2} x(x+1)(x-2)\,\mathrm{d}x} = \dfrac{\int\limits_{-1}^{0} x(x+1)(x-2)\,\mathrm{d}x}{-\int\limits_{0}^{2} x(x+1)(x-2)\,\mathrm{d}x} = \dfrac{5}{32}$.

Câu 47.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^4-2x^2\right)=2 \\ f\left(x^4-2x^2\right)=-2 \end{array}\right.$.



* Phương trình $f\left(x^4-2x^2\right)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4-2x^2=b,(-1<b<0) \\ x^4-2x^2=c,(0<c<1) \\ x^4-2x^2=d,(2<d<3) \end{array}\right.$.

* Phương trình $f\left(x^4-2x^2\right)=-2 \Leftrightarrow x^4-2x^2=a,(-2<a<-1)$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=x^4-2x^2$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT trên ta có:

- Phương trình $x^4-2x^2=a,(-2<a<-1)$ không có nghiệm thực.
- Phương trình $x^4-2x^2=b,(-1<b<0)$ có 4 nghiệm thực phân biệt.
- Phương trình $x^4-2x^2=c,(0<c<1)$ có 2 nghiệm thực phân biệt.
- Phương trình $x^4-2x^2=d,(2<d<3)$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ có 8 nghiệm thực phân biệt.

Câu 48.

Lời giải

Chọn B

Xét $z^2-6z+m=0$

Ta có: $\Delta' = 3^2 - m = 9 - m$.

TH1: Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt $z_1, z_2 \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - m < 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phức thỏa mãn: $\begin{cases} z_1 = \overline{z_2} \\ z_2 = \overline{z_1} \end{cases}$.

Ta có: $z_1.\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2} \Leftrightarrow z_1.z_2 = z_2.z_1$ (luôn đúng)

Vậy $m \in (9; +\infty)$.

Mà $m \in \mathbb{Z}; m \in (0;20) \Rightarrow m \in \{10;.....;19\}$.

TH2: Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z_1, z_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$.

Ta có: $z_1.\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2} \Leftrightarrow z_1.z_1 = z_2.z_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z_1 = z_2 & (L) \\ z_1 = -z_2 & (N) \end{array}\right.$

$\Rightarrow z_1 + z_2 = 0$ (vô lý)

Vậy có 10 giá trị thỏa mãn.

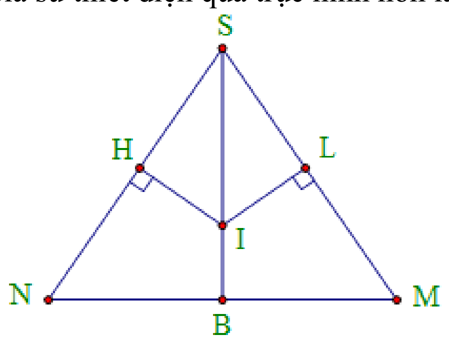
Câu 49.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = 3$.

Giả sử thiết diện qua trục hình nón là tam giác SMN.



Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình nón ($h > 6$).

I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác SMN ta có:

$$R = \frac{S_{SMN}}{P_{SMN}}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{\frac{1}{2}MN.SB}{\frac{1}{2}(SM + SN + MN)}$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{r.h}{r + \sqrt{r^2 + h^2}}$$

$$\Leftrightarrow 3\left(r + \sqrt{r^2 + h^2}\right) = rh$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{9h}{h-6}.$$

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}.\frac{9h^2}{h-6} = f(h)$.

$$f'(h) = 3\pi.\frac{h^2 - 12h}{(h-6)^2}.$$

$$f'(h) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h = 0 \\ h = 12. \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

h	6		12		$+\infty$
$f'(h)$		$-$	0	$+$	
$f(h)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(12)$	$\nearrow$	$+\infty$

V đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow h=12$.

Ta có $\overrightarrow{IS}=3\overrightarrow{BI}\Rightarrow S(-2;-3;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua $S(-2;-3;1)$, có vec-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=2(2;2;1)$ là $2x+2y+z+9=0$.

Suy ra $b=2$; $c=1$; $d=9$. Vậy $T=b+c+d=12$.

Câu 50.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x=1$

Đặt $u=5x\Rightarrow \mathrm{d}u=5\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=0$

$x=1\Rightarrow u=5$.

$$\int_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x=1\Rightarrow \int_0^5 \frac{u}{5}f(u)\frac{\mathrm{d}u}{5}=1\Leftrightarrow \frac{1}{25}\int_0^5 uf(u)\,\mathrm{d}u=1\Leftrightarrow \int_0^5 uf(u)\,\mathrm{d}u=25.$$

Suy ra $\int_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x=25$.

Gọi $I=\int_0^5 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}$.

$$I=x^2f(x)\Big|_0^5-\int_0^5 f(x).2x\mathrm{d}x=25f(5)-2\int_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x=25-2.25=-25.$$

--------------- TOANMATH.com ---------------