

Bài I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{9\sqrt{x}-10}{x-4}$
(với $x \geq 0; x \neq 4, x \neq 9$)

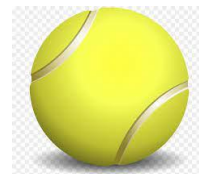
- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = B:A$ có giá trị nguyên.

Bài II. (2,0 điểm):

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ca nô chuyển động xuôi dòng từ A đến B sau đó ngược dòng từ B về A hết tổng cộng 5 giờ. Biết quãng đường sông từ A đến B dài 60 km và vận tốc của dòng nước là 5km/h. Tính vận tốc thực của ca nô (Vận tốc thực của ca nô khi nước đứng yên).

2) Một quả bóng tennis có đường kính 6,5 cm. Tính diện tích nguyên liệu cần dùng để làm mặt xung quanh của quả bóng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2, giả thiết rằng nguyên liệu làm các mối nối là không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$).



Bài III. (2,5 điểm) 1) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 2$
 - Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) sao cho x, y có giá trị nhỏ nhất.
- 2) Cho ba đường thẳng: $d_1: y_1 = 5x + 1$; $d_2: y_2 = 2x + 4$; $d_3: y_3 = (m^2 + 1)x + m - 1$
- Tìm giá trị của m để $d_1 \parallel d_3$
 - Tìm các giá trị của m để 3 đường thẳng trên cắt nhau tại 1 điểm.

Bài IV: (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I.

- Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $\angle BAD = \angle CAQ$.
- Gọi P là giao điểm của AH và EF. Chứng minh $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI$ và $PI \parallel HQ$.

Bài V. (0,5 điểm)

Cho 3 số a, b, c dương. Chứng minh rằng:
$$\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} \geq 1.$$

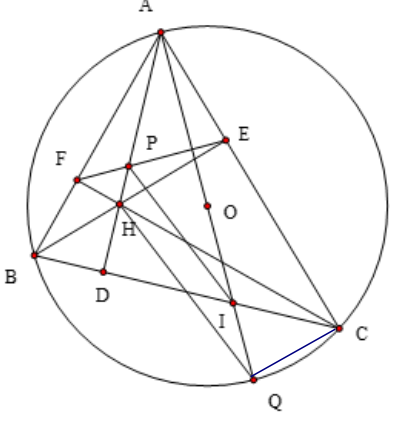
~~~~~HẾT~~~~~

# HƯỚNG DẪN CHẤM THI RÀ SOÁT LỚP 9

NĂM HỌC 2022 - 2023

| Bài                 | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Biểu<br>điểm                 |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| <b>Bài I</b><br>2 đ | <p><b>a) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 36</b></p> <p>Ta có x = 9 (TMĐK) thay vào biểu thức A ta đc</p> $A = \frac{\sqrt{36} - 2}{\sqrt{36} - 3}$ $A = \frac{4}{3}$ <p>Vậy giá trị của biểu thức <math>A = \frac{4}{3}</math> khi x = 36</p>                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25                         |
|                     | <p><b>b) Rút gọn B</b></p> $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{9\sqrt{x}-10}{x-4}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{9\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$ $\frac{x+2\sqrt{x}+3\sqrt{x}-6-9\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ <p><b>Vậy .....</b></p> | 0,25<br><br>0,25<br><br>0,25 |
|                     | <p><b>c) Tìm các giá trị của x để biểu thức P = B:A có giá trị nguyên:</b></p> $P = B : A$ $= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ $= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ $P = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+2}$ <p>Để <math>P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z}</math></p> <p>Xét <math>\frac{5}{\sqrt{x}+2} &gt; 0</math> và có <math>\sqrt{x}+2 \geq 2</math> với mọi <math>x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9</math></p>               |                              |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                           | $\Rightarrow 0 < \frac{5}{\sqrt{x+2}} \leq \frac{5}{2}$ <p>Mà <math>\frac{5}{\sqrt{x+2}} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x+2}} = 1</math> hoặc <math>\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2</math></p> $\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 1 \Rightarrow x = 9(\text{TM})$ $\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}(\text{TM})$ <p>Kết luận: Vậy <math>x = 9</math> hoặc <math>x = \frac{1}{4}</math></p> | 0,25 |
|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
| <b>Bài II</b><br>2,0 đ    | 1) 1,5 đ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|                           | Gọi vận tốc thực của ca nô là $x$ ( km/h) ( $x > 5$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|                           | Vận tốc xuôi dòng của ca nô là $x + 5$ (km/h)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|                           | Vận tốc ngược dòng của ca nô là $x - 5$ (km/h)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                           | Thời gian ca nô đi xuôi dòng là : $\frac{60}{x+5}$ ( giờ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|                           | Thời gian ca nô đi ngược dòng là : $\frac{60}{x-5}$ ( giờ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|                           | Theo bài ra ta có PT: $\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} = 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|                           | $\Leftrightarrow 60(x-5) + 60(x+5) = 5(x^2 - 25)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|                           | $\Leftrightarrow 5x^2 - 120x - 125 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|                           | $\Rightarrow x_1 = -1$ ( không TMDK)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
|                           | $\Rightarrow x_2 = 25$ ( TMDK)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|                           | Vậy vận tốc thực của ca nô là 25 km/h.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                           | <b>2. 0,5</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|                           | Áp dụng công thức: $S_{xq} = 4\pi R^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                           | Thay số tính được :                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|                           | $S_{xq} = 4\pi.(6,5 : 2)^2 \approx 4.3,14.10,5625 = 132,665 \approx 132,67(\text{cm}^2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|                           | Diện tích nguyên liệu cần dùng để làm mặt xung quanh của quả bóng tennis khoảng $132,67\text{cm}^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
| <b>Bài III</b><br>(2,0 đ) | 1) a. Thay $m = 2$ hệ đã cho trở thành:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                           | $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|                           | $\dots\dots\dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,5  |
|                           | Vậy.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|                           | <b>b.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|                           | .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|                           | Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|                           | Giá trị nhỏ nhất của $S = -1$ khi $m=0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                 |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | <p><b>2a,</b><br/>.....<br/>Vậy <math>m = -2</math> là giá trị cần tìm</p> <p><b>b.</b><br/>Tìm được tọa độ giao điểm <math>A(1;6)</math> của <math>d_1</math> và <math>d_3</math><br/>Vậy <math>m = -3</math> là giá trị cần tìm</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>0,25<br/>0,25</p> <p>0,25<br/>0,25</p>                                                       |
| <p>Bài IV</p> | <p>Vẽ hình đúng đến câu a</p>  <p>1.</p> <p><math>BE \perp AC</math> (gt) <math>\Rightarrow AEH = 90^\circ</math></p> <p><math>CF \perp AB</math> (gt) <math>\Rightarrow HFA = 90^\circ</math></p> <p>Xét tứ giác AFHE có:</p> <p><math>AEH + HFA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math></p> <p>Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác AFHE nội tiếp.</p> <p>Vậy bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.</p> <p>Xét đường tròn (O) ta có:</p> <p><math>\angle ABC = \angle AQC</math> ( hai góc nt cùng chắn AC )</p> <p><math>\angle ACQ = 90^\circ</math> ( góc nt chắn nửa đường tròn )</p> <p>Xét <math>\triangle ABD</math> và <math>\triangle ACQ</math> có:</p> <p><math>\angle ABC = \angle AQC</math></p> <p><math>\angle ADB = \angle ACQ = 90^\circ</math></p> <p>Suy ra <math>\triangle ABD</math> đồng dạng <math>\triangle ACQ</math></p> <p>Suy ra <math>\angle BAD = \angle CAQ</math>.</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
|               | <p>Vì</p> <p><math>\angle BAD = \angle CAQ \Rightarrow \angle BAD + \angle DAQ = \angle DAQ + \angle QAC</math></p> <p><math>\Rightarrow \angle BAI = \angle PAE</math></p> <p>Hoặc c/m tứ giác BFEC nt <math>\Rightarrow \angle ABI = \angle AEP</math></p> <p>C/m <math>\triangle AEP</math> đồng dạng <math>\triangle ABI</math> (g-g)</p> <p>Vì <math>\triangle AEP</math> đồng dạng với <math>\triangle ABI</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AP}{AI}</math> (1)</p> <p>C/m <math>\triangle AEH</math> đồng dạng với <math>\triangle ABQ</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>0.25</p>                                                                                     |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                       | $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AQ} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>\frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AQ} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AQ}</math><br/> <math>\Rightarrow PI \parallel HQ</math></p> <p>(định lí Ta Lét đảo)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25 |
| <b>Bài V</b><br>0,5 đ | <p>Ta có:</p> $(b+2c)(b+2a) \geq \frac{(2a+2b+2c)^2}{4} = (a+b+c)^2$ $\frac{a}{b+2c} = \frac{a(b+2a)}{(b+2c)(b+2a)} \geq \frac{a(b+2a)}{(a+b+c)^2}$ <p>Tương tự ta được:</p> $\frac{b}{c+2a} \geq \frac{b(c+2b)}{(a+b+c)^2}$ $\frac{c}{a+2b} \geq \frac{c(a+2c)}{(a+b+c)^2}$ <p>Suy ra:</p> $\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} \geq \frac{a(b+2a)}{(a+b+c)^2} + \frac{b(c+2b)}{(a+b+c)^2} + \frac{c(a+2c)}{(a+b+c)^2}$ $\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)}{(a+b+c)^2} = 1$ <p>Vậy bất đẳng thức đã được c/m.</p> | 0,25 |
|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |