

Câu 1 (2,5 điểm):

a) Tính: $A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

c) Viết phương trình đường thẳng (d): $y=ax+b$, biết đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình: $6x^2 + 7x - 3 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $A = \left| |x_1 - 2| - \sqrt{x_2 + 1} \right|$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m. Nếu tăng chiều dài 4m và tăng chiều rộng 3m thì diện tích mảnh vườn là $112m^2$. Tính chu vi của mảnh vườn lúc đầu.

b) Một cái ly có phần phía trên dạng hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng 3cm. Người ta rót nước vào cái ly, biết chiều cao của nước trong ly bằng 6cm và bán kính r của đường tròn đáy hình nón tạo thành khi rót nước vào ly bằng $\frac{2}{3}$ bán kính đáy cái ly (hình bên). Tính thể tích của nước có trong ly.
(Giả sử độ dày của thành ly không đáng kể; $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Câu 4 (3,0 điểm):

Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, trên đoạn OA lấy điểm I sao cho $AI = \frac{2}{3}OA$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN (C không trùng M, N, B). Nối AC cắt MN tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác IECB nội tiếp.

b) Chứng minh: $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$

c) Xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 điểm): Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = x^2 - 1$

----- Hết -----

Bài 3 (2,0đ)	a) Gọi chiều dài mảnh vườn là x (m). Đk: $x > 5 ; x \in \mathbb{R}$	0,25
	Chiều rộng mảnh vườn là: $x - 5$ (m)	
	Chiều dài sau khi nếu thay đổi là: $x + 4$ (m)	0,25
	Chiều rộng sau khi nếu thay đổi là: $x - 5 + 3 = x - 2$ (m)	
	Diện tích mảnh vườn nếu thay đổi chiều dài và chiều rộng là $(x + 4)(x - 2)$ (m^2)	0,25
	Theo bài ra ta có phương trình: $(x + 4)(x - 2) = 112$	0,25
$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$		
$\Leftrightarrow x = -12$ (không thỏa mãn đk) hoặc $x = 10$ (thỏa mãn)	0,25	
Vậy chiều dài mảnh vườn là 10 m.		
Chiều rộng mảnh vườn là $10 - 5 = 5$ m	0,25	
Chu vi mảnh vườn là: $(10 + 5) \cdot 2 = 30$ m.		
		0,25
	b) Bán kính r của đường tròn đáy hình nón tạo thành khi rót nước vào ly là: $r = 2$ cm Thể tích của nước có trong ly là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi 2^2 \cdot 6 \approx 8.3,14 \approx 25,12 (cm^3)$	0,25
Câu 4 (3,0đ)		0,5
	a) Ta có: $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $\angle BIE = 90^\circ$ (giả thiết). $\Rightarrow \angle ACB + \angle BIE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Tứ giác IECB có tổng hai góc đối nhau bằng 180° nên nội tiếp	0,25 0,25 0,25 0,25

<p>b) Xét hai tam giác AIE và tam giác ACB có: Góc A chung và $AIE = ACB = 90^\circ$ Suy ra: $\Delta AIE \sim \Delta ACB$ (g – g) $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AI}{AC} \Rightarrow AI \cdot AB = AC \cdot AE$ Do đó: $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI \cdot AB - AI \cdot IB = AI(AB - IB) = AI^2$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p>
<p>c) + Gọi H là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC . Ta có: $HM = HE \Rightarrow \Delta MHE$ cân tại H . $\Rightarrow HME = \frac{180^\circ - MHE}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2} \cdot MHE$ Mà $MCE = \frac{1}{2} MHE$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung ME của đường tròn tâm H) Do đó: $HME = 90^\circ - MCE \Leftrightarrow HME + MCE = 90^\circ$ (1) Mặt khác: đường kính AB vuông góc dây MN nên AB là trung trực của MN, do đó A là điểm chính giữa cung MN suy ra $AM = AN \Rightarrow \angle AMN = \angle MCA \Rightarrow \angle AMN = \angle MCE$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $HME + \angle AMN = 90^\circ \Rightarrow \angle AMH = 90^\circ \Rightarrow AM \perp HM$ nên AM là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC. + Do AM là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC mà AM vuông góc BM nên H thuộc MB khi đó NH nhỏ nhất khi $NH \perp BM$. Tứ giác IHBN nội tiếp đường tròn. $\Rightarrow \angle HBI = \angle HNI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung HI) $\Rightarrow \Delta MHN \sim \Delta MIB$ (g – g) $\frac{MH}{MI} = \frac{MN}{MB}$ $\Rightarrow MH \cdot MB = MI \cdot MN$ Mà $MN = 2 \cdot MI$ nên $\Rightarrow MH \cdot MB = 2MI^2$. Xét tam giác vuông OIM , có: $MI^2 = MO^2 - OI^2 = R^2 - \left(\frac{R}{3}\right)^2 = \frac{8R^2}{9}$ Xét tam giác vuông BIM , có: $MB^2 = MI^2 + IB^2 = \frac{8R^2}{9} + \left(\frac{4R}{3}\right)^2 = \frac{8R^2}{9} \Rightarrow MB = \frac{2\sqrt{6} \cdot R}{3}$ Do đó: $MH \cdot \frac{2\sqrt{6} \cdot R}{3} = 2 \cdot \frac{8R^2}{9} \Rightarrow MH = \frac{8R}{3\sqrt{6}}$ \Rightarrow Điểm H thuộc tia MB sao cho $MH = \frac{8R}{3\sqrt{6}}$ Vì H là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC nên $MH = HC = \frac{8R}{3\sqrt{6}}$</p>	<p>0,25</p> <p>0.25</p>

	Vậy điểm C là giao điểm của đường tròn $(O; R)$ và đường tròn $\left(H; \frac{8R}{3\sqrt{6}}\right)$	
Câu 5 (0,5đ)	$\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1} = x^2 - 1 \quad \text{Đkxd: } x \geq 1$ $\text{nx: } \left(\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x-1}\right) = x^2 - 1$ <p>Nên pt \Leftrightarrow</p> $\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1} = \left(\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x-1}\right)$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x-1} - 1\right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1} = 0 \\ \sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x-1} - 1 = 0 \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> Với $\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x^2+x-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1 \text{ (tm)}$ Với $\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow$ $\sqrt{x^2+x-2} = \sqrt{x-1} + 1 \Leftrightarrow x^2+x-2 = x-1+1+2\sqrt{x-1}$ $\Leftrightarrow x^2 - 2 = 2\sqrt{x-1}$ <p>Đk: $x \geq \sqrt{2}$. Pt $\Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 4x - 4$</p> $\Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^3 + 2x^2 - 4) = 0$ <p>Do $x \geq \sqrt{2} \Rightarrow x^3 + 2x^2 - 4 \geq 2\sqrt{2} > 0$ nên $x-2=0 \Rightarrow x=2$(tm)</p> <p>Vậy $S = \{1; 2\}$</p> 	<p>0.25</p> <p>0.25</p>

Lưu ý: Học sinh làm cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.