

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)**

Trong các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

**Câu 1.** Biểu thức  $P = \frac{2024}{-\sqrt{x-2023}}$  có nghĩa khi và chỉ khi:

- A.  $x \geq 2023$ .                      B.  $x > 2023$ .                      C.  $x \leq 2023$ .                      D.  $x < 2023$ .

**Câu 2.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ :

- A.  $(2; -2)$ .                      B.  $(2; 2)$ .                      C.  $(4; -2)$ .                      D.  $(4; 2)$ .

**Câu 3.** Cho nửa đường tròn (O), đường kính  $AB = 2R$ . Trên nửa đường tròn lấy điểm E và F sao cho  $EF = R$ . Số đo cung EF bằng:

- A.  $120^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $180^\circ$ .

**Câu 4.** Cho hình trụ có chiều cao 8 cm và thể tích bằng  $200\pi \text{ cm}^3$ . Diện tích xung quanh hình trụ là:

- A.  $25\text{cm}^2$ .                      B.  $40\pi \text{ cm}^2$ .                      C.  $80\pi \text{ cm}^2$ .                      D.  $80 \text{ cm}^2$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)**

**Câu 5** (2,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức:  $\sqrt{27} - \sqrt{75} + \sqrt{12} - \frac{1}{3}\sqrt{3}$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 5x - 4y = 4 \\ 3x - 5y = -21 \end{cases}$$

**Câu 6** (1,5 điểm). Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -2(m-1)x + 2m - 5$  (m là tham số).

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) khi  $m = \frac{5}{2}$ .

b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  sao cho biểu thức  $Q = y_1 + y_2 - x_1x_2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 7** (1,0 điểm). Một công nhân được giao làm 64 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhưng thực tế, người đó lại được giao làm thêm 6 sản phẩm nữa. Do đó mỗi ngày người công nhân đã làm vượt mức 2 sản phẩm và hoàn thành sớm hơn dự định 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày người công nhân làm được bao nhiêu sản phẩm?

**Câu 8** (3,0 điểm). Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E, tia AE nằm giữa AB và AO). Gọi H là trung điểm của DE, AE cắt BC tại I. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.

b) HA là phân giác của góc  $\widehat{BHC}$ .

c)  $\frac{2}{AI} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$

**Câu 9** (0,5 điểm). Cho hai số thực a và b thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = 3(a+b) + ab$$

..... Hết .....

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giáo viên coi khảo sát không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh:.....Số báo danh:.....

**\*Lưu ý:**

- Sau đây chỉ gợi ý một phương án làm bài. HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.  
Điểm tổng bài: Lấy đến 2 chữ số sau dấu phẩy.

- Bài Hình học: HS vẽ hình đúng đến đâu thì chấm điểm đến đó.

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:** (2,0 điểm)

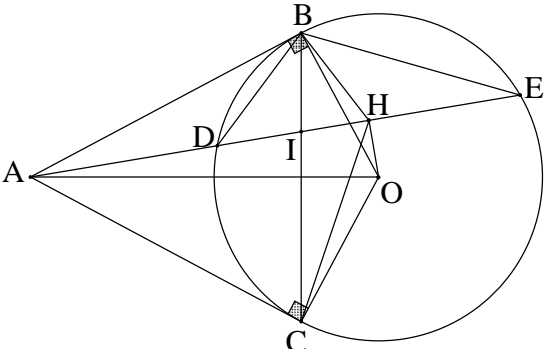
Mỗi câu trả lời đúng, được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	B	A	C	C

**II. PHẦN TỰ LUẬN:** (8,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
5 2,0đ	a) Rút gọn biểu thức: $\sqrt{27} - \sqrt{75} + \sqrt{12} - \frac{1}{3}\sqrt{3}$	1,0đ
	$\begin{aligned} & \sqrt{27} - \sqrt{75} + \sqrt{12} - \frac{1}{3}\sqrt{3} \\ &= \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} - \frac{1}{3}\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \frac{1}{3}\sqrt{3} \\ &= -\frac{1}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$	0,5
		0,5
	b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5x - 4y = 4 \\ 3x - 5y = -21 \end{cases}$	1,0đ
	$\begin{cases} 5x - 4y = 4 \\ 3x - 5y = -21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 12y = 12 \\ 15x - 25y = -105 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 13y = 117 \\ 5x - 4y = 4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 9 \\ 5x - 4 \cdot 9 = 4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 9 \\ x = 8 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 8 \\ y = 9 \end{cases}$	0,25
6 1,5đ	Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2(m-1)x + 2m - 5$ (m là tham số).	0,75đ
	a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) khi $m = \frac{5}{2}$ .	
	Khi $m = 2$ đường thẳng (d) có dạng $y = -2\left(\frac{5}{2} - 1\right)x + 2 \cdot \frac{5}{2} - 5 = -3x$	
	Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:	

	$x^2 = -3x$ $\Leftrightarrow x^2 + 3x = 0$ $\Leftrightarrow x(x + 3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$	0,25
	Với $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 = 0$	0,25
	Với $x = -3 \Rightarrow y = (-3)^2 = 9$	
	Vậy khi $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm $(0; 0), (-3; 9)$ .	0,25
	b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $Q = y_1 + y_2 - x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.	<b>0,75đ</b>
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:</p> $x^2 = -2(m-1)x + 2m - 5$ $\Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x - 2m + 5 = 0 \quad (1)$ <p>Ta có: <math>\Delta' = (m-1)^2 - 1 \cdot (-2m+5) = m^2 - 2m + 1 + 2m - 5 = m^2 - 4</math></p> <p>Để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm <math>(x_1; y_1), (x_2; y_2)</math> thì phương trình (1) có hai nghiệm</p> $\Rightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow  m  \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases} \quad (*)$ <p>Theo hệ thức Vi-et ta có: <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2(m-1)}{1} = -2(m-1) \\ x_1 x_2 = \frac{-2m+5}{1} = -2m+5 \end{cases}</math></p> <p>Theo bài ra ta có:</p> $Q = y_1 + y_2 - x_1 x_2 = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2$ $\Rightarrow Q = [-2(m-1)]^2 - 3 \cdot (-2m+5) = 4(m^2 - 2m + 1) + 6m - 15 = 4m^2 - 2m - 11$ <p>*) Nếu <math>m \geq 2 \Leftrightarrow m - 2 \geq 0</math> thì: <math>Q = 4(m-2)^2 + 14(m-2) + 1 \geq 1</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2</math></p> <p>*) Nếu <math>m \leq -2 \Leftrightarrow -m - 2 \geq 0</math> thì: <math>Q = 4(-m-2)^2 + 18(-m-2) + 9 \geq 9</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>-m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2</math></p> <p>Vậy <math>\text{Min}Q = 1</math> khi <math>m = 2</math></p>	0,25
<b>7</b>	Một công nhân được giao làm 64 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhưng thực tế, người đó lại được giao làm thêm 6 sản phẩm nữa. Do đó mỗi ngày người công nhân đã làm vượt mức 2 sản phẩm và hoàn thành sớm hơn dự định 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày người công nhân làm được bao nhiêu sản phẩm?	<b>1,0đ</b>
<b>1,0đ</b>	Gọi số sản phẩm trong một ngày người công nhân làm được theo kế hoạch là x (sản phẩm) ( $x \in \mathbb{N}^*$ )	
	Thời gian người công nhân dự định làm 64 sản phẩm là: $\frac{64}{x}$ (ngày)	0,25

	<p>Thực tế, số sản phẩm người công nhân phải làm là: <math>64 + 6 = 70</math> (sản phẩm)  Số sản phẩm trong một ngày người công nhân làm được theo thực tế là: <math>x + 2</math> (sản phẩm)  Thời gian người công nhân thực tế làm 70 sản phẩm là: <math>\frac{70}{x+2}</math> (ngày)  Vì thực tế người công nhân hoàn thành sớm hơn dự định 1 ngày nên ta có phương trình:</p> $\frac{64}{x} - \frac{70}{x+2} = 1$ $\Rightarrow 64(x+2) - 70x = x(x+2)$ $\Leftrightarrow 64x + 128 - 70x = x^2 + 2x$ $\Leftrightarrow x^2 + 8x - 128 = 0$ $\Leftrightarrow (x-8)(x+16) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \\ x = -16 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \end{cases}$ <p>Vậy số sản phẩm trong một ngày người công nhân làm được theo kế hoạch là 8 sản phẩm.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>8 3,0đ</p>	<p>Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E, tia AE nằm giữa AB và AO). Gọi H là trung điểm của DE, AE cắt BC tại I. Chứng minh rằng:</p> <p>a) Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.  b) HA là phân giác của góc BHC.  c) <math>\frac{2}{AI} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}</math></p>	<p>3,0đ</p>
		
	<p>a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.</p>	<p>1,0đ</p>
	<p>Ta có: <math>\begin{cases} \widehat{ABO} = 90^\circ \text{ (AB là tiếp tuyến của đường tròn (O))} \\ \widehat{ACO} = 90^\circ \text{ (AC là tiếp tuyến của đường tròn (O))} \end{cases}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>Suy ra: <math>\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math>  Mà hai góc này ở vị trí đối diện  Vậy tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) HA là phân giác của góc BHC.</p>	<p>1,0đ</p>
	<p>Vì H là trung điểm của DE nên <math>OH \perp DE</math> tại H (quan hệ giữa đường kính và dây)  Tứ giác ABHO có: <math>\begin{cases} \widehat{ABO} = 90^\circ \\ \widehat{AHO} = 90^\circ \text{ (OH} \perp \text{DE)} \end{cases}</math>  Suy ra: <math>\widehat{ABO} = \widehat{AHO} = 90^\circ</math></p>	

	<p>Mà đỉnh B và H là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh AO dưới một góc <math>90^\circ</math>  Nên tứ giác ABHO nội tiếp đường tròn đường kính AO.</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{BHA} = \widehat{BOA}</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn <math>\widehat{AB}</math> của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABHO) (1)</p> <p>Tứ giác ACOH có: <math>\begin{cases} \widehat{ACO} = 90^\circ \\ \widehat{AHO} = 90^\circ (OH \perp DE) \end{cases}</math></p> <p>Suy ra: <math>\widehat{ACO} = \widehat{AHO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math>  Mà hai góc này ở vị trí đối diện  Nên tứ giác ACOH nội tiếp đường tròn đường kính AO.</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{CHA} = \widehat{COA}</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn <math>\widehat{AC}</math> của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ACOH) (2)</p> <p>Lại có: AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) nên <math>\widehat{BOA} = \widehat{COA}</math> (t/c) (3)</p> <p>Từ (1), (2) và (3) suy ra <math>\widehat{AHB} = \widehat{CHA}</math></p> <p>Vậy HA là phân giác của <math>\widehat{BHC}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>c) <math>\frac{2}{AI} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}</math></p>	<p>1,0đ</p>
	<p>Xét <math>\triangle ABD</math> và <math>\triangle AEB</math> có:</p> <p><math>\begin{cases} \widehat{BAD} = \widehat{EAB} \\ \widehat{ABD} = \widehat{AEB} \text{ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung nội tiếp cùng chắn } \widehat{BD} \text{ của } (O)) \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEB</math> (g.g)</p> <p><math>\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD</math> (4)</p> <p>Vì tứ giác ABHO, ACOH nội tiếp đường tròn đường kính AO nên 5 điểm A, B, H, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO.</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{CHA}</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn <math>\widehat{AC}</math> của đường tròn <math>\widehat{AO}</math>)</p> <p>Mà <math>\widehat{CHA} = \widehat{AHB}</math> (ytb) <math>\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AHB}</math> hay <math>\widehat{ABI} = \widehat{AHB}</math></p> <p>Xét <math>\triangle ABI</math> và <math>\triangle AHB</math> có: <math>\begin{cases} \widehat{BAI} = \widehat{HAB} \\ \widehat{ABI} = \widehat{AHB} \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow \triangle ABI \sim \triangle AHB</math> (g.g)</p> <p><math>\Rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{AI}{AB} \Rightarrow AB^2 = AH \cdot AI</math> (5)</p> <p>Từ (4) và (5) suy ra <math>AE \cdot AD = AH \cdot AI \Rightarrow \frac{1}{AE \cdot AD} = \frac{1}{AH \cdot AI} \Rightarrow \frac{1}{AI} = \frac{AH}{AE \cdot AD}</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{2}{AI} = \frac{2AH}{AE \cdot AD} = \frac{2(AD + DH)}{AE \cdot AD} = \frac{AD + AD + ED}{AE \cdot AD} = \frac{AD + AE}{AE \cdot AD} = \frac{1}{AE} + \frac{1}{AD}</math></p> <p>Vậy <math>\frac{2}{AI} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>9 0,5đ</p>	<p>Cho hai số thực a và b thỏa mãn <math>a^2 + b^2 = 2</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  <math>S = 3(a + b) + ab</math></p> <p>Ta có: <math>a^2 + b^2 = 2 \Leftrightarrow (a + b)^2 - 2ab = 2 \Rightarrow ab = \frac{1}{2}(a + b)^2 - 1</math></p>	<p>0,5đ</p>

<p>Đặt <math>x = a + b</math>. Khi đó: <math>S = 3x + \frac{1}{2}x^2 - 1 = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - \frac{11}{2}</math></p> <p>Có <math>(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2</math></p> <p>Do đó: <math>x + 3 \geq 1 \Rightarrow (x + 3)^2 \geq 1 \Rightarrow S \geq \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{11}{2} = -5</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b = -1</math></p> <p>Vậy <math>\text{Min} S = -5</math> khi <math>a = b = -1</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
--	-------------------------