SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HÀ NAM** Đề thi gồm 04 trang	ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CUỐI NĂM NĂM HỌC 2022 - 2023 | MÔN TOÁN 12 *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1: Trong không gian cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(4;-2;2)$. **C.** $(-4;2;-2)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2e}$ là

A. $y'=2x^{2e-1}$. **B.** $y'=2e.x^{2e}$. **C.** $y'=2e.x^{2e-1}$. **D.** $y'=2e.x^{e-1}$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ có một véc tơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-2;3;-4)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

Câu 5: Nếu $\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_{-2}^{3} g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_{-2}^{3}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -5. **D.** 3.

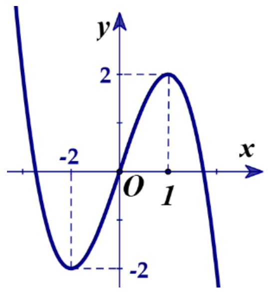
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc (d)?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $P(-3;1;0)$. **C.** $Q(0;-1;3)$. **D.** $N(2;-1;4)$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-3$ và công sai $d=-2$. Giá trị u_4 bằng

A. -9. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số hàm số đã cho có toạ độ là



A. $(1;0)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+3=0$?

A. $D(2;2;-1)$. **B.** $A(2;-2;-1)$. **C.** $B(-2;-2;1)$. **D.** $C(2;-2;1)$.

Câu 10: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+4i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(-3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;-3)$.

Câu 11: Số phức $z = 5 - 12i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 7. **C.** 17. **D.** 13.

Câu 12: Trên khoảng $(3;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x-3)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{(x-3)\ln 5}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 5}{x-3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x-3}$. **D.** $y' = \dfrac{3}{(x-3)\ln 5}$.

Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Câu 14: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $I(\neq O)$, bán kính r. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OI^2 = r^2 + R^2$. **B.** $r^2 = R^2 + OI^2$. **C.** $R^2 = r^2 + OI^2$. **D.** $R^2 = r^2 - OI^2$.

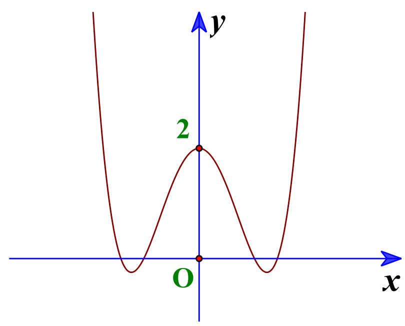
Câu 15: Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng 6, diện tích đáy bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 22. **D.** 30.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^4 + 4x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = -x^4 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC = 3\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA = 4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 12. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. πrh. **B.** $2\pi r(r+h)$. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\pi r^2 h$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 9$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 21: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(e^{2x} - 5e^x + 7\right) = 1$ bằng

A. $e+4$. **B.** $4e$. **C.** $\ln 4$. **D.** 4.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+3i| = |z|\sqrt{2}$ là một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 18.

Câu 23: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. 24. **B.** 360. **C.** 68. **D.** 120.

Câu 24: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+3\right)\left(x-1\right)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;+\infty\right)$ thỏa mãn $f\left(x\right)>0,\forall x\geq 0$ và $\left(x+1\right)f'\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{f\left(x\right)}}{x+2},\forall x\geq 0$. Tính $\sqrt{f\left(2\right)}-\sqrt{f\left(1\right)}$.

A. $\ln\dfrac{9}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{9}{8}$. **C.** $\ln\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{4}{3}$.

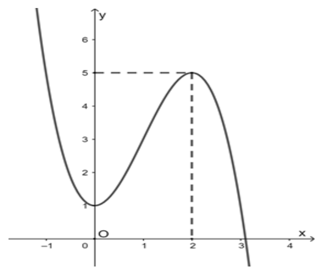
Câu 26: Gọi x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) là các nghiệm của phương trình $\log_5\dfrac{4x^2-4x+1}{2x}+4x^2=6x-1$. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $a\leq 4x_1+x_2$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=1-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16}{15}$. **C.** $\dfrac{9\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{9}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 29: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và $\int f(x)dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}F(2x-3)+C$. **B.** $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}F(2x-3)+C$.

C. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}F(2x-3)+C$. **D.** $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=2F(2x-3)+C$

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-3\right)<3$ là

A. $\left(-\infty;6\right)$ **B.** $\left(3;9\right)$ **C.** $\left(-\infty;11\right)$ **D.** $\left(3;11\right)$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

A. $K\left(1;-1;1\right)$. **B.** $E\left(1;1;2\right)$. **C.** $F\left(0;1;2\right)$. **D.** $H\left(1;2;0\right)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là

A. $(2;-3;-3)$. **B.** $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(-2;3;3)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Câu 33: Với x, y là các số thực dương và $0<a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$. **D.** $\log_a x^n=n\log_a x \ (n\in\mathbb{R})$.

Câu 34: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+2x^2$ là

A. $3x^2+4x+C$. **B.** $\frac{x^4}{3}+\frac{x^3}{4}+C$. **C.** $\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+C$. **D.** x^4+x^3+C.

Câu 35: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}-\cos x+C$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;5)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;-5)$ và $N(5;4;1)$. Mặt phẳng trung trực của MN là

A. $3x+y+3z-3=0$. **B.** $2x+3y-3z-3=0$.

C. $x+3y+3z-3=0$. **D.** $3x+y+3z-6=0$.

Câu 39: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_1^2\left[\frac{1}{3}f(x)-2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2;3;-1)$ và $Q(4;-1;7)$. Đường thẳng PQ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3+2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=2-3t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3-2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-2t\\z=1+4t\end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, gọi T là tập tất cả các số nguyên m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+4m^2-15=0$ là phương trình của một mặt cầu. Số phần tử của T là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x)=4x^3+k$ với $k=\int_0^1 x^2f(x^2)\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+1=2z+m$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm z thỏa mãn $|z|=3$. Tổng các phần tử của T bằng

A. 15. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $4\left(z-\overline{z}\right)-15i=i\left(z+\overline{z}-1\right)^2$ và $|2z-1+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.Tính $|8z-5i|$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{29}$. **C.** 12. **D.** $4\sqrt{13}$.

Câu 45: Biết phương trình $\log_2\frac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có một nghiệm có dạng $x=a+b\sqrt{2}$ với a,b là hai số nguyên. Tính a^2-b^2.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\overrightarrow{u_4}(1;0;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;1;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}(5;-2;3)$.

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=2a$, $BC=\frac{3a}{2}$. Biết tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và $(SAB)\perp(ABCD)$. Gọi I là trung điểm của AB. Tính thể tích khối chóp $S.ICD$.

A. $\frac{7a^3}{4}$. **B.** $\frac{7a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{7a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{7a^3}{12}$.

Câu 48: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 5. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 6π. Xét tứ diện $ABCD$ có đáy ABC là tam giác đều nội tiếp đường tròn (C) còn D di chuyển trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng.

A. $21\sqrt{3}$. **B.** $\frac{81\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{41\sqrt{3}}{2}$. **D.** $20\sqrt{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0), B(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi M là điểm nằm trên (P) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất. Hoành độ của điểm M bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-x^3-2x^2+12x+m-1\right|$ trên đoạn [0; 2] không vượt quá 15?

A. 19. **B.** 27. **C.** 17. **D.** 24.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.C	5.B	6.A	7.**A**.D	8.D	9.D	10.A
11.D	12.A	13.C	14.C	15.D	16.C	17.B	18.C	19.B	20.D
21.**C.**	22.**C.**	23.D	24.D	25.**B.**	26.B	27.A	28.A	29.B	30.D
31.C	32.B	33.B	34.C	35.A	36.A	37.B	38.A	39.D	40.C
41.A	42.B	43.D	44.B	45.C	46.A	47.D	48.B	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(4;-2;2)$. **C.** $(-4;2;-2)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-1;1)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2e}$ là

A. $y'=2x^{2e-1}$. **B.** $y'=2e.x^{2e}$. **C.** $y'=2e.x^{2e-1}$. **D.** $y'=2e.x^{e-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(x^{2e}\right)'=2e.x^{2e-1}$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=3$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=3$.

Vậy $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ có một véc tơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-2;3;-4)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ có một véc tơ pháp tuyến có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Câu 5: Nếu $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int\limits_{-2}^{3} g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_{-2}^{3}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^{3}\left[f(x)+g(x)\right]dx=\int_{-2}^{3}f(x)dx+\int_{-2}^{3}g(x)dx=-1+5=4$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc (d)?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $P(-3;1;0)$. **C.** $Q(0;-1;3)$. **D.** $N(2;-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-3$ và công sai $d=-2$. Giá trị u_4 bằng

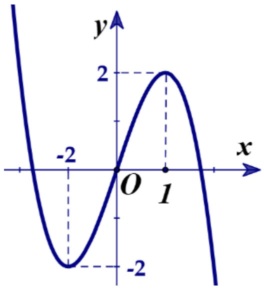
A. -9. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1=-3$ và công sai $d=-2$. Suy ra $u_4=u_1+3d=-3+3.(-2)=-9$.

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số hàm số đã cho có toạ độ là



A. $(1;0)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P):2x+3y-z+3=0$?

A. $D(2;2;-1)$. **B.** $A(2;-2;-1)$. **C.** $B(-2;-2;1)$. **D.** $C(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay $D(2;2;-1)$ vào (P), ta có $VT=2.2+3.2-(-1)+3=14\neq 0$, suy ra $D\notin(P)$.

Thay $A(2;-2;-1)$ vào (P), ta có $VT=2.2+3.(-2)-(-1)+3=2\neq 0$, suy ra $A\notin(P)$.

Thay $B(-2;-2;1)$ vào (P), ta có $VT=2.(-2)+3.(-2)-1+3=-8\neq 0$, suy ra $B\notin(P)$.

Thay $C(2;-2;1)$ vào (P), ta có $VT=2.2+3.(-2)-1+3=0$, suy ra $C\in(P)$.

Vậy điểm $C(2;-2;1)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 10: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+4i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(-3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Số phức $z = 5 - 12i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 7. **C.** 17. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z| = |5 - 12i| = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = 13$.

Câu 12: Trên khoảng $(3;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x-3)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{(x-3)\ln 5}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 5}{x-3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x-3}$. **D.** $y' = \dfrac{3}{(x-3)\ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{1}{(x-3)\ln 5}$.

Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

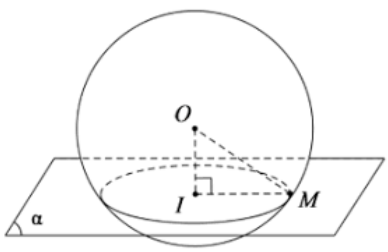
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình $x = -3$.

Câu 14: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $I(\neq O)$, bán kính r. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OI^2 = r^2 + R^2$. **B.** $r^2 = R^2 + OI^2$. **C.** $R^2 = r^2 + OI^2$. **D.** $R^2 = r^2 - OI^2$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác OIM vuông tại I. Khi đó, $OM^2 = IM^2 + OI^2 \Leftrightarrow R^2 = r^2 + OI^2$.

Câu 15: Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng 6, diện tích đáy bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 22. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V = S.h = 30$

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

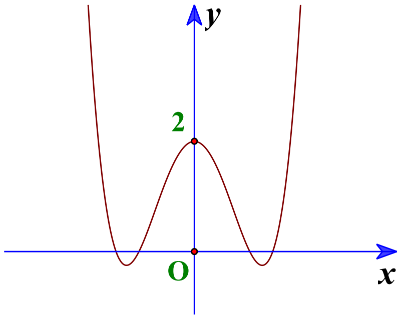
A. -5. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1.z_2=(2-3i).(1+i)=5-i$ nên số phức $z_1.z_2$ có phần thực bằng 5.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=-x^4+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có dạng của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$, nhánh cuối đi lên hệ số $a>0$ và có ba cực trị nên chọn đáp án **B.**

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=3\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA=4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 12. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AB=AC=\frac{BC}{\sqrt{2}}=3$ nên thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}AB^2\right).SA=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}.3^2\right).4=6$.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. πrh. **B.** $2\pi r\left(r+h\right)$. **C.** $2\pi rh$. **D.** πr^2h.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=S_{day}+S_{xq}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r\left(r+h\right)$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1}>9$ là

A. $\left(-\infty;3\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x-1}>9\Leftrightarrow x-1>\log_3 9\Leftrightarrow x>3$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(3;+\infty\right)$.

Câu 21: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(e^{2x}-5e^x+7\right)=1$ bằng

A. $e+4$. **B.** $4e$. **C.** $\ln 4$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3\left(e^{2x}-5e^x+7\right)=1\Rightarrow e^{2x}-5e^x+7=3\Rightarrow e^{2x}-5e^x+4=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}e^x=1\\ e^x=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\ln 4\end{array}\right.$.

Thay lần lượt vào phương trình ta nhận cả 2 nghiệm.

Khi đó $0+\ln 4=\ln 4$.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+3i|=|z|\sqrt{2}$ là một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z+3i|=|z|\sqrt{2}\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=2\left(x^2+y^2\right)\Leftrightarrow x^2+y^2-6y-9=0$.

Khi đó tâm $I(0;3)\Rightarrow R=\sqrt{0^2+3^2-(-9)}=3\sqrt{2}$.

Câu 23: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. 24. **B.** 360. **C.** 68. **D.** 120.

Lời giải

Chọn D

Số cách lập được số có ba chữ số khác nhau đôi một là $\mathrm{A}_6^3=120$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+3)(x-1)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+3)(x-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-3\end{array}\right.$.

Khi đó $f''(-3)=-48<0$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)>0,\forall x\geq 0$ và $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2},\forall x\geq 0$. Tính $\sqrt{f(2)}-\sqrt{f(1)}$.

A. $\ln\dfrac{9}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{9}{8}$. **C.** $\ln\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2}\Rightarrow\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}=\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\Rightarrow\left(\sqrt{f(x)}\right)'=\dfrac{1}{2(x+1)(x+2)}$.

Suy ra

$\int\limits_1^2\left(\sqrt{f(x)}\right)'\mathrm{d}x=\int\limits_1^2\dfrac{1}{2(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x\Rightarrow\sqrt{f(2)}-\sqrt{f(1)}=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{9}{8}$.

Câu 26: Gọi x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) là các nghiệm của phương trình $\log_5 \dfrac{4x^2-4x+1}{2x} + 4x^2 = 6x-1$. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $a \le 4x_1 + x_2$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq \dfrac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases}$

$\log_5 \dfrac{4x^2-4x+1}{2x} + 4x^2 = 6x-1 \Leftrightarrow \log_5(4x^2-4x+1) + (4x^2-4x+1) = \log_5(2x) + (2x)$ (1)

Xét hàm số đặc trưng: $f(t) = \log_5 t + t$ $(t > 0)$

Có $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 5} + 1 > 0$ $\forall t > 0$. Hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

Phương trình $(1) \Rightarrow f(4x^2-4x+1) = f(2x) \Leftrightarrow 4x^2-4x+1 = 2x \Leftrightarrow 4x^2-6x+1 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{4} \\ x_2 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{4} \end{array}\right.$

Khi đó: $a \le 4x_1 + x_2 \Leftrightarrow a \le \dfrac{15-3\sqrt{5}}{4}$

Lại có a nguyên dương nên $a \in \{1; 2\}$

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 1-x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16}{15}$. **C.** $\dfrac{9\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{9}{15}$.

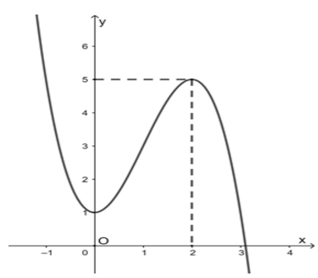
Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $1-x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Ta có $V = \pi\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2 \mathrm{d}x = \pi\int_{0}^{1}\left(x^4 - 2x^2 + 1\right)\mathrm{d}x = \pi.\left(\dfrac{x^5}{5} - \dfrac{2x^3}{3} + x\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \dfrac{16\pi}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $f(x) = m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện để phương trình có ba nghiệm phân biệt là:

$1 < m < 5$. $m \in \mathbb{Z}$; $m \in \{2;3;4\}$

Có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}F(2x-3) + C$.

B. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}F(2x-3) + C$.

C. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}F(2x-3) + C$.

D. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x = 2F(2x-3) + C$

Lời giải

Chọn B

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) < 3$ là

A. $(-\infty;6)$ **B.** $(3;9)$ **C.** $(-\infty;11)$ **D.** $(3;11)$

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x > 3$

$\log_2(x-3) < 3 \Leftrightarrow x - 3 < 8 \Leftrightarrow x < 11$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $3 < x < 11$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $(3;11)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $F(0;1;2)$. **D.** $H(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là

A. $(2;-3;-3)$. **B.** $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(-2;3;3)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 33: Với x, y là các số thực dương và $0 < a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a x^n = n\log_a x \; (n \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn B

Câu 34: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2$ là

A. $3x^2 + 4x + C$.

B. $\frac{x^4}{3} + \frac{x^3}{4} + C$.

C. $\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} + C$.

D. $x^4 + x^3 + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 35: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 6.

D. -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3 + (-2) = 1$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = e^x - \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + \cos x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - \cos x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}e^{2x} + \cos x + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}e^{2x} - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (e^x - \sin x)\mathrm{d}x = e^x + \cos x + C$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$.

B. $(-2;3)$.

C. $(-\infty;-2)$.

D. $(-3;5)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số trên đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;-5)$ và $N(5;4;1)$. Mặt phẳng trung trực của MN là

A. $3x+y+3z-3=0$. **B.** $2x+3y-3z-3=0$.
C. $x+3y+3z-3=0$. **D.** $3x+y+3z-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của MN

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(6;2;6)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) và (P) đi qua trung điểm $I(2;3;-2)$ của MN.

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là $3x+y+3z-3=0$.

Câu 39: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_1^2\left[\frac{1}{3}f(x)-2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2\left[\frac{1}{3}f(x)-2x\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.3-3=-2.$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2;3;-1)$ và $Q(4;-1;7)$. Đường thẳng PQ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3+2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=2-3t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3-2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-2t\\z=1+4t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Một véctơ chỉ phương của đường thẳng PQ là $\vec{u}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}.(6;-4;8)=(3;-2;4)$.

Mà đường thẳng PQ đi qua $P(-2;3;-1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3-2t\\z=-1+4t\end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, gọi T là tập tất cả các số nguyên m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+4m^2-15=0$ là phương trình của một mặt cầu. Số phần tử của T là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+4m^2-15=0$ là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow (m+2)^2+(m-1)^2-(4m^2-15)>0 \Leftrightarrow -2m^2+2m+20>0 \Leftrightarrow \dfrac{1-\sqrt{41}}{2}<m<\dfrac{1+\sqrt{41}}{2}$

$\Rightarrow T=\{-2;-1;...;3\}$. Tập T có 6 phần tử.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x)=4x^3+k$ với $k=\int_0^1 x^2 f(x^2)\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $k=\int_0^1 x^2 f(x^2)\mathrm{d}x=\int_0^1 x^2(4x^6+k)\mathrm{d}x=\left(\dfrac{4x^9}{9}+\dfrac{kx^3}{3}\right)\Big|_0^1=\dfrac{4}{9}+\dfrac{k}{3}\Rightarrow k=\dfrac{2}{3}$

Do đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(4x^3+\dfrac{2}{3}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{5}{3}$.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+1=2z+m$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm z thỏa mãn $|z|=3$. Tổng các phần tử của T bằng

A. 15. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

$z^2+1=2z+m \Leftrightarrow z^2-2z-m+1=0$

$\Delta'=m$.

TH1: $m>0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số thực.

$|z|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3 \\ z=-3 \end{array}\right.$

$z=3\Rightarrow m=4$ (t/m)

$z=-3\Rightarrow m=16$ (t/m)

TH2: $m<0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số phức liên hợp và $|z_1|=|z_2|=3$.

Ta có $z_1.z_2=-m+1\Rightarrow |z_1.z_2|=|z_1|.|z_2|=9=|-m+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-8 \\ m=10 \end{array}\right.$

Vậy $4+16+(-8)=12$

TH3: $m=0$

Phương trình có nghiệm kép $z_1=z_2=1$ (loại)

Vậy $4+16+(-8)=12$

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $4\left(z-\bar{z}\right)-15i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2$ và $\left|2z-1+i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.Tính $\left|8z-5i\right|$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{29}$. **C.** 12. **D.** $4\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

$4\left(z-\bar{z}\right)-15i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2\Leftrightarrow 8yi-15i=i\left(2x-1\right)^2\Leftrightarrow 8y-15=\left(2x-1\right)^2$.

Suy ra $y\geq\frac{15}{8}$

$T=\left|2z-1+i\right|=\sqrt{\left(2x-1\right)^2+\left(2y+1\right)^2}=\sqrt{\left(8y-15\right)+\left(2y+1\right)^2}=\sqrt{4y^2+12y-14}$.

Xét hàm số $f(y)=4y^2+12y-14$.

Lập bảng biến thiên

T min khi $y=\frac{15}{8}\Rightarrow x=\frac{1}{2}$.

$\left|8z-5i\right|=\left|4+10i\right|=2\sqrt{29}$

Câu 45: Biết phương trình $\log_2\frac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có một nghiệm có dạng $x=a+b\sqrt{2}$ với a,b là hai số nguyên. Tính a^2-b^2.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $\log_2\frac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ (1)

Điều kiện: $x>1$

$(1)\Leftrightarrow\log_2\left(2\sqrt{x}+1\right)+2\log_3\left(2\sqrt{x}\right)=\log_2\left[\left(x-1\right)+1\right]+2\log_3\left(x-1\right)$

$\Leftrightarrow f\left(2\sqrt{x}\right)=f\left(x-1\right)$, với $f\left(t\right)=\log_2\left(t+1\right)+2\log_3 t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

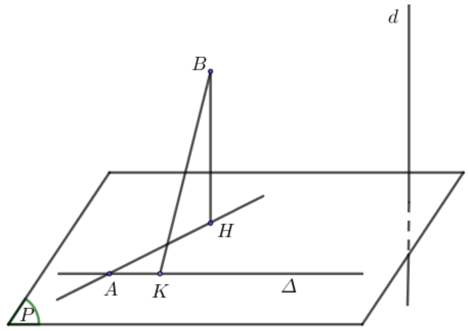
Suy ra, $(1)\Leftrightarrow 2\sqrt{x}=x-1\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}-1=0\overset{x>1}{\Leftrightarrow}x=3+2\sqrt{2}\Rightarrow a=3,b=2$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;-2;1\right)$, $B\left(1;2;-3\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\overrightarrow{u_4}\left(1;0;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}\left(2;2;-1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}\left(2;1;6\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}\left(5;-2;3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với d. Suy ra, (P) có vectơ pháp tuyến là vectơ chỉ phương của d: $\vec{u}(2;2;-1)$ $\Rightarrow (P): 2x+2y-z+9=0$.

Δ là đi qua A, vuông góc với d, suy ra Δ thuộc (P).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B trên (P) và Δ.

Ta có: $d(B,\Delta)=BK \ge d(B,(P))=BH=const$, đẳng thức xảy ra khi $H \equiv K$.

Vậy khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất khi Δ đi qua A và H.

Đường thẳng BH đi qua $B(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(2;2;-1)$. Suy ra:

$$BH: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t \end{cases} \Rightarrow H(1+2t;2+2t;-3-t).$$

$$H \in (P) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow H(-3;-2;-1).$$

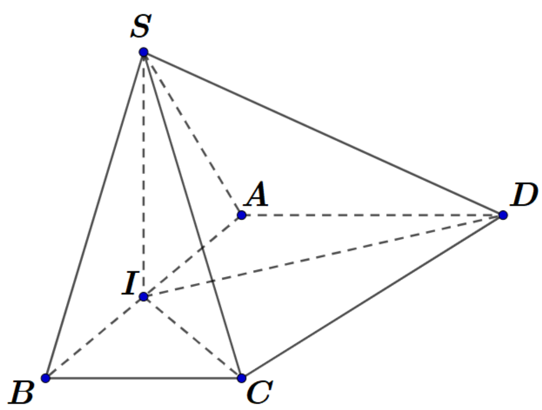
Vậy đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AH}(-1;0;-2)$.

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=2a$, $BC=\dfrac{3a}{2}$. Biết tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và $(SAB)\perp(ABCD)$. Gọi I là trung điểm của AB. Tính thể tích khối chóp $S.ICD$.

A. $\dfrac{7a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{7a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{7a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{7a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Do I là trung điểm của AB nên $SI \perp AB$, mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Do tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S nên $SI = \frac{AB}{2} = a$.

$S_{ICD} = S_{ABCD} - S_{IAD} - S_{IBC} = \frac{1}{2}AB(AD + BC) - \frac{1}{2}IA.AD - \frac{1}{2}IB.BC = \frac{7}{4}a^2 \Rightarrow V_{S.ICD} = \frac{7a^3}{12}$.

Câu 48: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 5. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 6π. Xét tứ diện $ABCD$ có đáy ABC là tam giác đều nội tiếp đường tròn (C) còn D di chuyển trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng.

A. $21\sqrt{3}$. **B.** $\frac{81\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{41\sqrt{3}}{2}$. **D.** $20\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường tròn (C) có chu vi bằng 6π nên bán kính đường tròn (C) là $r = 3$ nên khoảng cách từ tâm mặt cầu đến (P) là $d(I,(ABC)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$.

Do tam giác ABC đều nên $3 = r = \frac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \frac{AB^3}{4\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}} \Leftrightarrow AB = 3\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $d(D,(ABC)) \le d(I,(ABC)) + R = 9$.

Khi đó giá trị lớn nhất của V_{ABCD} là $V_{ABCD} = \frac{1}{3}d(D,(ABC))S_{ABC} = \frac{1}{3}9.\frac{27\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0), B(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Gọi M là điểm nằm trên (P) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất. Hoành độ của điểm M bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

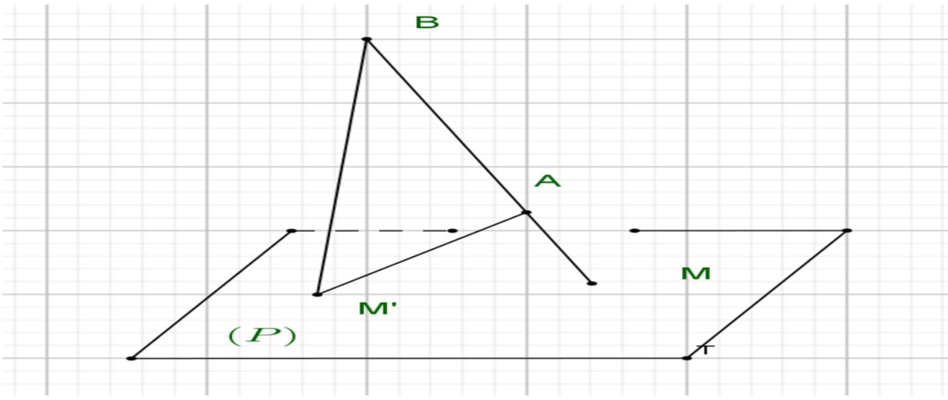
Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x;y) = x - y + z + 1$.

Ta có $\begin{cases} f(A) = 1 \\ f(B) = 9 \end{cases} \Rightarrow f(A)f(B) = 9 > 0 \Rightarrow A, B$ cùng phía so với (P).

Ta có $|MA - MB| = MB - MA \le BA$. (Do $\begin{cases} f(A) = 1 \\ f(B) = 9 \end{cases} \Rightarrow f(A) < f(B)$).



$|MA - MB|$ lớn nhất khi $M = AB \cap (P)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-2;4) \Rightarrow \vec{u} = (1;-1;2)$ là véc tơ chỉ phương của $AB \Rightarrow$ phương trình tham số của $AB: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$.

Xét phương trình $1+t-1+t+2t+1=0 \Leftrightarrow t = \dfrac{-1}{4} \Rightarrow M\left(\dfrac{3}{4}; \dfrac{-5}{4}; \dfrac{-1}{2}\right) \Rightarrow x = \dfrac{3}{4}$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\dfrac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 + 12x + m - 1\right|$ trên đoạn [0; 2] không vượt quá 15?

A. 19. **B.** 27. **C.** 17. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 + 12x + m - 1 \Rightarrow f'(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \notin [0;2] \\ x = 2 \in [0;2] \\ x = -2 \notin [0;2] \end{array}\right.$.

x	0		2
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	$m-1$	↗	$m+11$

Ta có $m + 11 - (m-1) = 12$.

+ Trường hợp 1: $\begin{cases} m - 1 \geq 0 \\ m + 11 \leq 15 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 4 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = 1, m = 2, m = 3, m = 4$.

,+ Trường hợp 2: $\begin{cases} m + 11 \leq 0 \\ -m + 1 \leq 15 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -14 \leq m \leq -11 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = -14, m = -13, m = -12, m = -11$.

+ Trường hợp 3: $\begin{cases} m+11\ge 0 \\ m+11\ge 1-m \\ m+11\le 15 \\ m\in\mathbb{Z}, m-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5\le m<1 \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m\in\{-5,-4,-3,-2,-1,0\}.$

+ Trường hợp 4: $\begin{cases} m+11>0 \\ m+11<1-m \\ 1-m\le 15 \\ m\in\mathbb{Z}, m-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11<m<-5 \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m\in\{-10,-9,-8,-7,-6\}.$

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.