

Bài I. (2,0 điểm) Cho các biểu thức:

$$P = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \quad \text{và} \quad Q = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad \text{với} \quad x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$$

1) Tính giá trị biểu thức Q khi $x = 64$.

2) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3) Cho biểu thức $K = Q.(P-1)$. Tìm số tự nhiên m nhỏ nhất để phương trình $K = m+1$ có nghiệm.

Bài II. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

1) Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ.

2) Một thùng đựng sơn hình trụ có đường kính đáy là 16cm và chiều cao là 24cm. Tính diện tích vật liệu để tạo nên một vỏ thùng đựng sơn đó (cho biết phần mép nối không đáng kể và lấy $\pi \approx 3,14$)



Bài III (2,5 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+2=5-\sqrt{x}$

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx + 3$

a) Tìm các điểm nằm trên parabol (P) có tung độ bằng 4.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $S_{AOB} = 6$ (đvdt).

Bài IV (3,0 điểm). Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Đường cao BN và CM cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác BMNC nội tiếp.

2) Chứng minh $BM.BA + CN.CA = BC^2$.

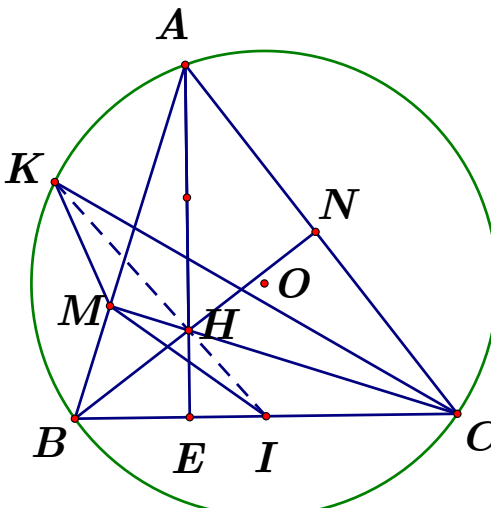
3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường tròn đường kính AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K (K khác A). Chứng minh MI là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$ và ba điểm K, H, I thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{7a+9} + \sqrt{7b+9} + \sqrt{7c+9}$.

----- Hết -----

Bài	Ý	Nội dung	Điểm	
Bài I (2,0 điểm)	1. (0,5 điểm)	$Q = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$		
		Thay $x = 64$ (tmdk): $Q = \frac{\sqrt{64}-2}{\sqrt{64}-3}$	0,25	
		$Q = \frac{6}{5}$	0,25	
	2. (1,0 điểm)	$P = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$		
		$P = \frac{x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$	0,25	
		$P = \frac{x+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$		
			$P = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,5
	3. (0,5 điểm)		$K = Q.(P-1) = \frac{2}{\sqrt{x}-3}$ $K = m+1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-3} = m+1 \Leftrightarrow (m+1)\sqrt{x} = 3m+5$ $m = -1$ (L) $m \neq -1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3m+5}{m+1}$	0,25
			Để phương trình có nghiệm thì $\begin{cases} \frac{3m+5}{m+1} \geq 0 \\ \frac{3m+5}{m+1} \neq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \leq \frac{-5}{3} \end{cases} \\ \frac{3m+5}{m+1} \neq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \end{cases} \end{cases}$ Mà m là số tự nhiên nhỏ nhất nên $m = 0$ (TM)	0,25
			Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/h). Điều kiện: $x > 2$.	0,25

Bài II (2,0 điểm)	1. (1,5 điểm)	Vận tốc lúc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là $x + 2$; $x - 2$ (km/h).	0,25
		Thời gian khi xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là $\frac{48}{x+2}$ (giờ) và $\frac{60}{x-2}$ (giờ) .	0,25
		Vì thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ nên ta có phương trình: $\frac{60}{x-2} - \frac{48}{x+2} = 1$	0,25
		$\Rightarrow 60(x+2) - 48(x-2) = (x-2)(x+2)$ $\Leftrightarrow 60x + 120 - 48x + 96 = x^2 - 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 12x - 220 = 0$ $\Leftrightarrow x_1 = 22$ (T/m); $x_2 = -10$ (L)	0,25
		Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22 (km/h).	0,25
	2. (0,5 điểm)		Diện tích vật liệu để tạo nên vỏ thùng đựng sơn là diện tích toàn phần của thùng sơn. Bán kính đáy của thùng sơn là: $r = 16 : 2 = 8$ (cm) Diện tích xung quanh của thùng sơn là : $S_1 = 2\pi.h = 2\pi.24 = 48\pi$ (cm ²)
		Diện tích hai đáy của thùng sơn là: $S_2 = 2.\pi.r^2 = 2.\pi.64 = 128\pi$ (cm ²)	0,25
		Diện tích vật liệu để tạo nên một vỏ thùng đựng sơn là: $S = S_1 + S_2 = 48\pi + 128\pi = 176\pi$ $S \approx 552,64$ (cm ²)	
		Vậy diện tích vật liệu để tạo nên một vỏ thùng đựng sơn xấp xỉ 552,64 cm ²	
Bài III (2,5 điểm)	1. (1,0 điểm)	$\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+2=5-\sqrt{x}$ $\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}=3$ $\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}-3=0$ Đk: ... $\Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)=0$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+1=0 \\ \sqrt{x}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=-1(L) \\ \sqrt{x}=3 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow x=9$ (tmdk) Vậy pt có nghiệm $x=9$ (Thiếu ĐKXD hoặc không đối chiếu nghiệm trừ 0,25đ)	0,25
	2a. (0,5 điểm)	Điểm $M(x_M; 4) \in (P) \Leftrightarrow x_M^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ x_M = -2 \end{cases}$	0,25
		Vậy hai điểm cần tìm là $(-2; 4)$ và $(2; 4)$	0,25
2b.	Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) là	0,25	

	(1,0 điểm)	$x^2 = 2mx + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 3 = 0$ (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A; B \Leftrightarrow PT có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$	
		Tính $\Delta' = m^2 + 3$ $\Leftrightarrow m^2 + 3 > 0$ (Đúng với mọi m)	0,25
		Theo hệ thức Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -3 < 0 \end{cases}$ Ta có x_1, x_2 trái dấu nên A($x_A; y_A$) và B($x_B; y_B$) nằm về hai phía so với trục tung Giao điểm của d và Oy là E (0;3), H và K lần lượt là hình chiếu của của A và B trên Oy $S_{AOB} = S_{AOE} + S_{EOB} = \frac{1}{2} OE \cdot AH + \frac{1}{2} OE \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (x_1 + x_2) = 6$	0,25
		Ta có: $ x_1 + x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2 x_1 x_2 = 16$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 2(-3) + 2 -3 = 16 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$	0,25
Bài IV (3,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	 <p>Vẽ hình đúng ý 1</p>	0,25
		Có BN, CM là các đường cao của tam giác ABC $\Rightarrow BN \perp AC$ tại N, $CM \perp AB$ tại M	0,25
		$\Rightarrow \angle BNC = \angle CMB = 90^\circ$ \Rightarrow N và M cùng nhìn BC dưới một góc vuông	0,25
		\Rightarrow Bốn điểm M, N, B, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC \Rightarrow Tứ giác BMNC là tứ giác nội tiếp (đhnb)	0,25
	2. (1,0 điểm)	Gọi giao điểm AH với BC là E. Ta có H là trực tâm của tam giác ABC Chứng minh $AE \perp BC$	0,25
		Chứng minh $\triangle BMC$ đồng dạng $\triangle BEA$ Suy ra $BM \cdot BA = BE \cdot BC$ Chứng minh tương tự $CN \cdot CA = CE \cdot CB$ Suy ra $BM \cdot BA + CN \cdot CA = BC^2$	0,5

		<p>Đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$ chính là đường tròn đường kính AH Xét đường tròn đường kính AH có $MKH = MAH$ Mà $MCI = MAH$ (cùng phụ ABC) $\Rightarrow MKH = MCI \Rightarrow MKH = IMH \Rightarrow MI$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$</p>	0,5
	3. (1,0 điểm)	<p>Chứng minh MKIC nội tiếp Vì $ANH = 90^\circ \Rightarrow N$ thuộc đường tròn đường kính AH $\Rightarrow AKM + ANM = 180^\circ$ $\Rightarrow MKC + CKA + ANM = 180^\circ$ $\Rightarrow MKC + 2ABC = 180^\circ$ Mà $MIC = 2ABC \Rightarrow MKC + MIC = 180^\circ$ Suy ra MKIC nội tiếp</p>	0,25
		<p>$\Rightarrow MKI = MCI \Rightarrow MKI = MKH$ Suy ra K, H, I thẳng hàng</p>	0,25
Bài V (0,5 điểm)		<p>Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{7a+9} + \sqrt{7b+9} + \sqrt{7c+9}$.</p> $\text{Do } a, b, c \geq 0; a+b+c=1 \Rightarrow \begin{cases} a(a-1) \leq 0 \\ b(b-1) \leq 0 \\ c(c-1) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 \leq a \\ b^2 \leq b \\ c^2 \leq c \end{cases}$	0,25
		<p>$7a+9 \geq a^2+6a+9 \Rightarrow \sqrt{7a+9} \geq a+3$ $P \geq a+3+b+3+c+3$ $P \geq 10$</p> <p>Pnn = 10 \Leftrightarrow trong 3 số a,b,c có 2 số bằng 0 và 1 số bằng 1</p>	0,25