

Câu 1 (2,5 điểm). a) Tính $A = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{4} + 2024$

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$, với $x > 0$ và $x \neq 9$

c) Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $3x + y = 5$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $2x^2 - x - 28 = 0$.

b) Biết rằng phương trình $x^2 + 5x - 9 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $P = x_1^2 - 5x_2 + 2x_1x_2 + 1986$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Sau hai năm đóng cửa vì đại dịch Co-vid 19, vào ngày 15/3/2022 ngành du lịch Việt Nam mở cửa hoàn toàn trở lại. Khu du lịch biển thị xã Sầm Sơn và thị xã Cửa Lò trong tháng 5/2022 đã chào đón 8,5 triệu lượt khách du lịch. Sang tháng 6/2022 lượt khách du lịch ở Sầm Sơn tăng 20% còn ở Cửa Lò tăng 15% nên cả hai khu du lịch đã đón 10 triệu lượt khách. Hỏi trong tháng 5/2022 thị xã Cửa Lò và thị xã Sầm Sơn đã đón bao nhiêu lượt khách du lịch?

b) Một hộp phấn có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 200 cm^3 . Trong hộp chứa 20 viên phấn có dạng hình trụ chiều cao 12 cm và chu vi đáy 3,14 cm. Hỏi phần không gian trong hộp phấn là bao nhiêu cm^3 . (*Biết $\pi = 3,14$*)

Câu 4 (3,0 điểm). Cho BC là một dây cố định của đường tròn (O; R). Điểm A di động trên đường tròn sao cho ΔABC có ba góc nhọn. Kẻ đường cao AD của tam giác ABC. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của D trên AB, AC.

a) Chứng minh tứ giác AHDK nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O). Chứng minh HK vuông góc với AQ.

c) Hạ BE, CF lần lượt vuông góc với AQ (E; F thuộc AQ). Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là một điểm cố định.

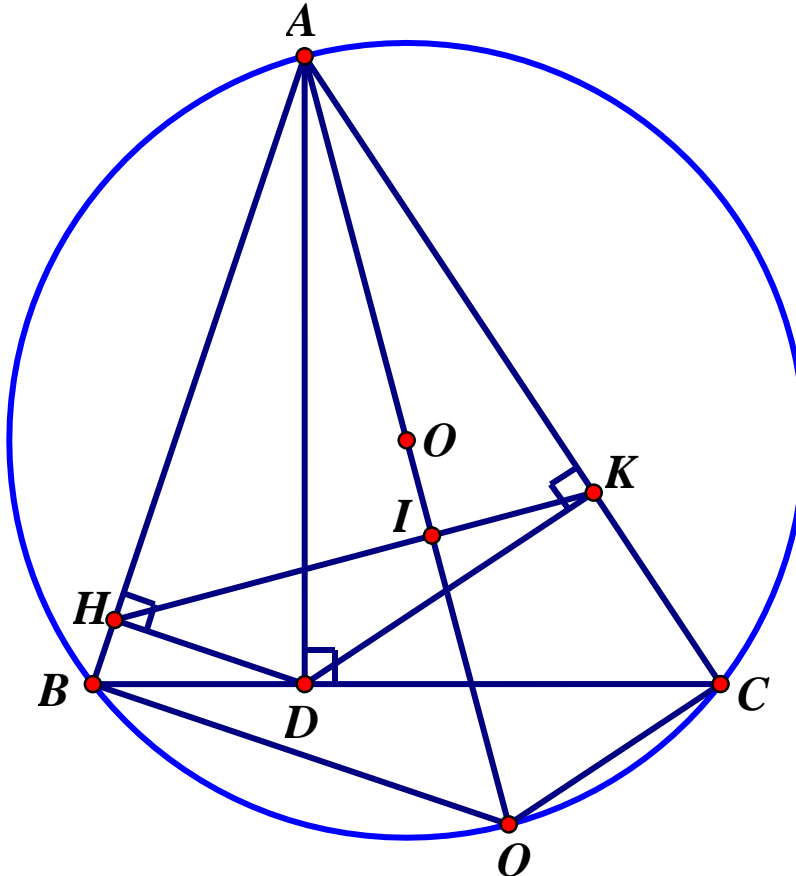
Câu 5 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy + 5x - 3y + 4 = 2\sqrt{(x+1)(y-1)} \\ \sqrt{5x-6} + \sqrt{16-3y} = 2x^2 - 2x + y - 4 \end{cases}$$

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,5 đ)	a) Tính $A = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{4} + 2024 = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + 2 + 2024$ $= \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + 2 + 2024 = 2024$	0,5 0,5
	b) Với $x > 0$ và $x \neq 9$, ta có: $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} = \left[\frac{\sqrt{x+3}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} - \frac{3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \right] \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}}$ $\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$	0,5 0,25
	c) Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $3x + y = 5$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2. Ta có: $3x + y = 5 \Leftrightarrow y = -3x + 5$. Đề đồ thị của hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -3x + 5$ thì: $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 5 \quad (*) \end{cases}$ Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 tức là khi $x = 2$ thì $y = 0$. Thay vào ta có: $0 = -3 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 6$ (TM (*)) Vậy $a = -3$; $b = 6$	0,25 0,25
Câu 2 (1,75 đ)	a) Giải phương trình: $2x^2 - x - 28 = 0$. $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-28) = 225 > 0$. Pt có 2 nghiệm phân biệt là: $x_1 = \frac{1 - \sqrt{225}}{4} = \frac{-7}{2} \quad ; \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{225}}{4} = 4$	0,5 0,5
	b) Biết rằng phương trình $x^2 + 5x - 9 = 0$ (*) có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $P = x_1^2 - 5x_2 + 2x_1x_2 + 1986$ Do phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1x_2 = -9 \end{cases}$	0,25

	<p>Ta lại có $x_1^2 = -5x_1 + 9$ nên $P = -5x_1 + 9 - 5x_2 + 2x_1x_2 + 1986 = -5(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 + 1995$ $P = -5(-5) - 18 + 1995 = 2008$</p>	<p>0,25 0,25 0,25</p>
<p>Câu 3 (2,0 đ)</p>	<p>a) Sau hai năm đóng cửa vì đại dịch Co-vid 19, vào ngày 15/3/2022 ngành du lịch Việt Nam mở cửa hoàn toàn trở lại. Khu du lịch biển thị xã Sầm Sơn và thị xã Cửa Lò trong tháng 5/2022 đã chào đón 8,5 triệu lượt khách du lịch. Sang tháng 6/2022 lượt khách du lịch ở Sầm Sơn tăng 20% còn ở Cửa Lò tăng 15% nên cả hai khu du lịch đã đón 10 triệu lượt khách. Hỏi trong tháng 5/2022 thị xã Cửa Lò và thị xã Sầm Sơn đã đón bao nhiêu lượt khách du lịch?</p> <p>Gọi số lượt khách du lịch ở thị xã Sầm Sơn trong tháng 5 là x (triệu lượt; $x \in N^*$)</p> <p>Số lượt khách du lịch ở thị xã Cửa Lò trong tháng 5 là y (triệu lượt; $y \in N^*$)</p> <p>Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 8,5 \\ 1,2x + 1,15y = 10 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,15x + 1,15y = 9,775 \\ 1,2x + 1,15y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,05x = 0,225 \\ x + y = 8,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4,5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ (t/mdk)}$</p> <p>Số lượt khách du lịch ở thị xã Sầm Sơn trong tháng 5 là 4,5 triệu lượt</p> <p>Số lượt khách du lịch ở thị xã Cửa Lò trong tháng 5 là 4 triệu lượt</p> <p>b) Một hộp phân có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 200 cm^3. Trong hộp chứa 20 viên phân dạng hình trụ chiều cao 12 cm và chu vi đáy 3,14 cm. Hỏi phần không gian trong hộp phân là bao nhiêu cm^3.</p> <p>Theo bài ra: Chu vi đáy viên phân hình trụ 3,14 cm $\Rightarrow R = \frac{1}{2}$</p> <p>Thể tích của 1 viên phân là $\pi R^2 \cdot h = 3,14 \cdot \frac{1}{4} \cdot 12 = 3,14 \text{ cm}^3$</p> <p>Thể tích chiếm chỗ của 20 viên phân là $20 \cdot 3,14 = 188,4 \text{ cm}^3$</p> <p>Phần không gian trong hộp phân = Thể tích hình hộp chữ nhật – Thể tích 20 viên phân : $200 - 188,4 = 11,6 \text{ cm}^3$.</p>	<p>0,25 0,25 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25</p>

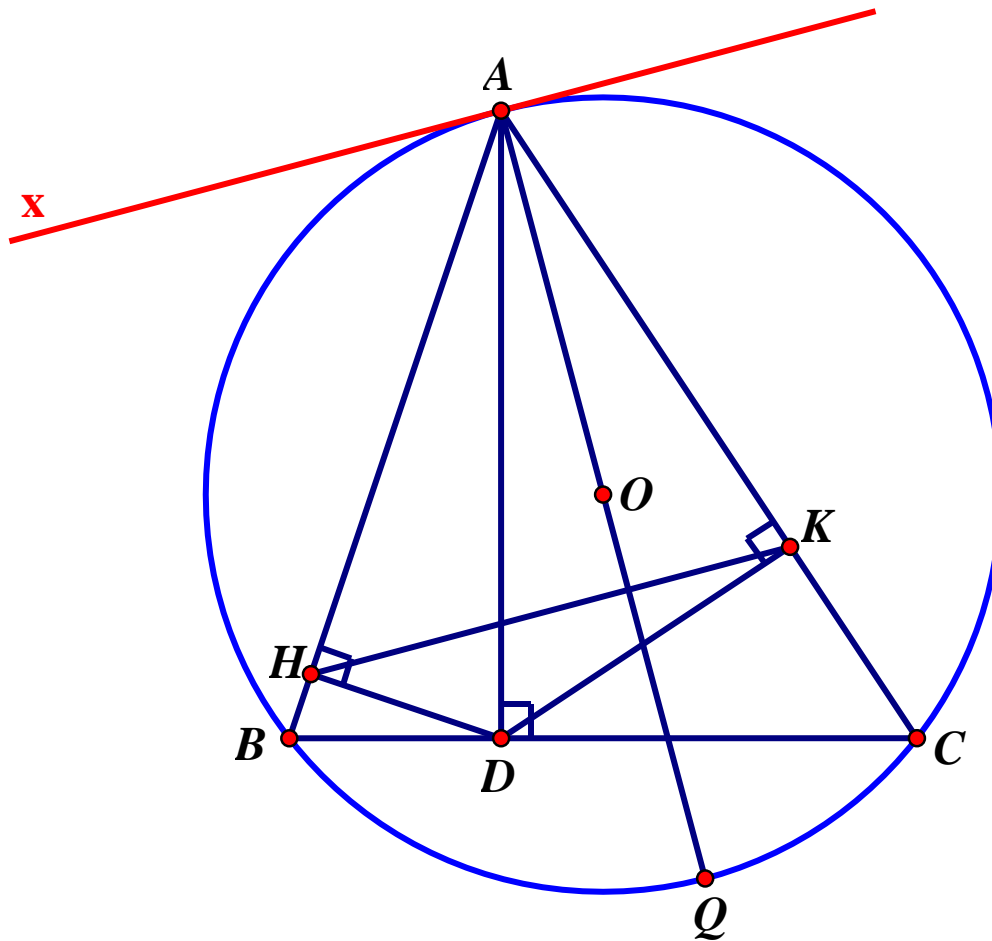
<p>Câu 4 (3,0 đ)</p>	 <p>- Vẽ hình đến câu a cho 0,25 điểm - Vẽ hình đến câu b cho 0,5 điểm</p>	<p>0,5</p>
<p>a) (1,0 đ)</p>	<p>Xét tứ giác AHDK có:</p> <p>$\angle AHD = 90^\circ$ ($DH \perp AB$)</p> <p>$\angle AKD = 90^\circ$ ($DK \perp AC$)</p> <p>$\Rightarrow \angle AHD + \angle AKD = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow$ Tứ giác AHDK là tứ giác nội tiếp</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>b) (1,0 đ)</p>	<p>Gọi I là giao điểm của HK và AO</p> <p>Ta có: $\angle ACB = \angle ADK$ (cùng phụ $\angle CDK$)</p> <p>Mà $\angle ACB = \angle AQB$ (cùng chắn cung AB của (O))</p> <p>$\Rightarrow \angle ADK = \angle AQB$</p> <p>Mà $\angle ADK = \angle AHK$ (cùng nhìn AK và tứ giác AHDK nội tiếp)</p> <p>$\Rightarrow \angle AQB = \angle AHK$</p> <p>$\Rightarrow$ Tứ giác BHIQ nội tiếp</p>	<p>0,25 0,25</p>

$$\Rightarrow \angle HBQ + \angle HIQ = 180^\circ$$

Mà $\angle HBQ = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \angle HIQ = 90^\circ. \text{ Vậy } HK \perp AQ \text{ tại } I.$$

* Cách khác (câu b):



Kẻ tiếp tuyến tại A của (O) $\Rightarrow Ax \perp AQ$ và $\angle BAx = \angle ACB$ (1)

Ta có: $\angle ACB = \angle ADK$ (cùng phụ $\angle CDK$)

Mà $\angle ADK = \angle AHK$ (cùng nhìn AK và tứ giác AHDK nội tiếp)

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle AHK \text{ (2)}$$

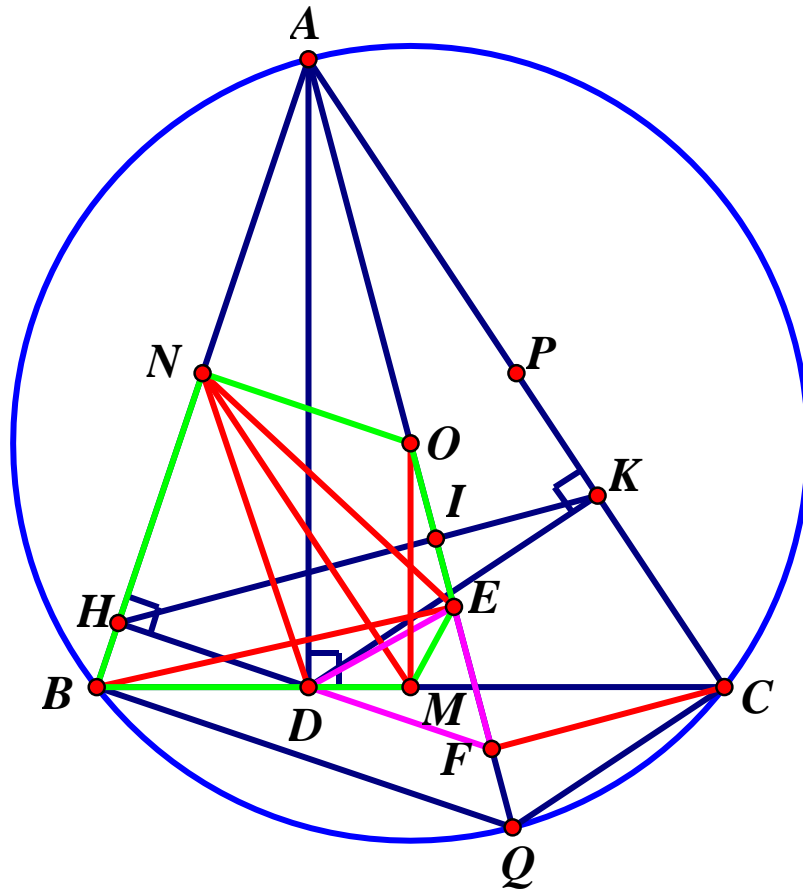
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle BAx = \angle AHK \Rightarrow Ax \parallel HK \Rightarrow HK \perp AQ$

0,25

0,25

c)

(0,5 đ)



Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow OM \perp BC$

Gọi N là trung điểm AB $\Rightarrow ON \perp AB$

\Rightarrow Tứ giác BMON nội tiếp

Lại có $BE \perp AQ \Rightarrow$ Tứ giác BEON nội tiếp

\Rightarrow 5 điểm B, M, E, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính BO

\Rightarrow Tứ giác BMEN nội tiếp

$\Rightarrow \angle MNE = \angle MBE$ (cùng nhìn EM) (1)

Mặt khác tứ giác ABDE có $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$ nên nội tiếp đường tròn tâm N đường kính AB

$\Rightarrow \angle DAE = \angle MBE$ (cùng nhìn ED) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle MNE = \angle DAE$ (3)

Lại có $\angle DAE = \frac{1}{2} \angle DNE$ (Hệ quả góc nội tiếp và góc ở tâm) (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \angle MNE = \frac{1}{2} \angle DNE$

\Rightarrow NM là tia phân giác của $\angle DNE$

Ta có $\triangle NDE$ cân tại N (vì $ND = NE$) có NM là tia phân giác của $\angle DNE$ nên đồng thời là đường trung trực của DE

0,25

Tương tự gọi P là trung điểm AC ta cũng chứng minh được PM là đường trung trực của DF

Xét $\triangle DEF$ có 2 đường trung trực của 2 cạnh DE và DF cắt nhau tại M nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$.

Mà BC cố định nên trung điểm M của nó cũng cố định.

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm M cố định.

0,25

Lưu ý: Có thể chứng minh MN là đường trung trực dựa vào đường trung bình $\triangle ABC$

Câu 5

(0,5 đ)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy + 5x - 3y + 4 = 2\sqrt{(x+1)(y-1)} & (1) \\ \sqrt{5x-6} + \sqrt{16-3y} = 2x^2 - 2x + y - 4 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy + 5x - 3y + 4 = 2\sqrt{(x+1)(y-1)} & (1) \\ \sqrt{5x-6} + \sqrt{16-3y} = 2x^2 - 2x + y - 4 & (2) \end{cases}$$

$$\text{ĐKXD: } x \geq \frac{6}{5}; \quad 1 \leq y \leq \frac{16}{3}.$$

$$\text{pt (1): } x^2 + y^2 - 2xy + 5x - 3y + 4 = 2\sqrt{(x+1)(y-1)}$$

$$\Leftrightarrow x+1 - 2\sqrt{(x+1)(y-1)} + y-1 + x^2 + y^2 + 4 - 2xy + 4x - 4y = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+1} - \sqrt{y-1})^2 + (x-y+2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y-1} = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = x + 2$$

Với $y=x+2$ thay vào pt (2) ta được:

$$\sqrt{5x-6} + \sqrt{10-3x} = 2x^2 - x - 2$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{5x-6} - 2) + (\sqrt{10-3x} - 2) = 2x^2 - x - 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x-2)}{\sqrt{5x-6}+2} - \frac{3(x-2)}{\sqrt{10-3x}+2} = (x-2)(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \left[\frac{5}{\sqrt{5x-6}+2} - \frac{3}{\sqrt{10-3x}+2} - 2x-3 \right] = 0$$

$$\text{* TH1: } x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \text{ (TM)} \Rightarrow y=4 \text{ (TM)}$$

$$\text{* TH2: } \left[\frac{5}{\sqrt{5x-6}+2} - \frac{3}{\sqrt{10-3x}+2} - 2x-3 \right] = 0 \quad (3)$$

$$\text{ĐK của pt (3) là: } \frac{6}{5} \leq x \leq \frac{10}{3}$$

$$\text{- Với } \frac{6}{5} \leq x \leq \frac{10}{3} \Rightarrow \sqrt{5x-6} + 2 \geq 2 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{5x-6}+2} \leq \frac{5}{2}$$

0,25

$$\Rightarrow \frac{5}{\sqrt{5x-6}+2} - 3 \leq \frac{5}{2} - 3 = \frac{-1}{2} < 0 \quad (*)$$

$$\text{- Với } \frac{6}{5} \leq x \leq \frac{10}{3} \Rightarrow -\frac{3}{\sqrt{10-3x}+2} < 0$$

$$\text{- Với } \frac{6}{5} \leq x \leq \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{12}{5} \leq 2x \leq \frac{20}{3} \Rightarrow -\frac{20}{3} \leq -2x \leq -\frac{12}{5} \Rightarrow -2x < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{10-3x}+2} - 2x < 0 \quad (**)$$

Từ (*) và (**) \Rightarrow pt (3) vô nghiệm

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $x = 2; y = 4$

***Lưu ý:** HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

0,25