

Câu I (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}} - \frac{6-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-6}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = \sqrt{x}$.

Câu II (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = ax + (b-1)$. Tìm a, b biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = -4 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^2 + 5x - 6 = 0$

2. Cho phương trình $x^2 + 6x + 6m - m^2 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^3 - x_2^3 + 2x_1^2 + 12x_1 + 72 = 0$$

Câu IV (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C (C khác M). Kẻ MH vuông góc với BC ($H \in BC$).

1. Chứng minh rằng $BOMH$ là tứ giác nội tiếp.
2. MB cắt OH tại E . Chứng minh $ME.MH = BE.HC$.
3. Gọi giao điểm của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC là K (K khác M). Chứng minh rằng ba điểm C, K, E thẳng hàng.

Câu V (1,0 điểm) Cho x, y, z là những số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh:

$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \geq \frac{2}{3}$$

-----Hết-----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; SBD:

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I (2,0 điểm)	<p>1.(1,0 điểm): Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có:</p> $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}} - \frac{6-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-6}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} - \frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{x-2\sqrt{x}+x+2\sqrt{x}-3-6+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{2x+3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{(2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ <p>Vậy $P = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ Với $x \geq 0; x \neq 4$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2.(1,0 điểm): Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có:</p> $P = \sqrt{x}.$ $\Rightarrow \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \sqrt{x}$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2}$ $\Rightarrow x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1=0 \\ \sqrt{x}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=9 \end{cases}$ <p>Ta thấy $x=1$ và $x=9$ đều thỏa mãn ĐKXD. Vậy $x=1$ hoặc $x=9$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu II (2,0 điểm)	<p>1.(1,0 điểm):</p> <p>Vì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 nên</p> $b-1 = -3$ $\Leftrightarrow b = -2$ <p>Với $b = -2$ ta có $y = ax - 3$</p> <p>Vì đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;1), nên ta có:</p> $a \cdot 2 - 3 = 1 \Leftrightarrow 2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$ <p>Vậy $a = 2$ và $b = -2$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2.(1,0 điểm): Ta có:</p> $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -4 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;3)$</p>	<p>0,75</p> <p>0,25</p>
Câu III (2,0 điểm)	<p>1.(1,0 điểm): PT: $x^2 + 5x - 6 = 0$ có các hệ số: $a = 1, b = 5, c = -6$</p> <p>Vì $a + b + c = 1 + 5 + (-6) = 0$, nên phương trình có 2 nghiệm pb</p> <p>$x_1 = 1$ và $x_2 = -6$</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

$$x^2 + 6x + 6m - m^2 = 0 \text{ Có}$$

$$\Delta' = 9 - 6m + m^2 = (m - 3)^2 \geq 0, \text{ với mọi } m$$

\Rightarrow phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

Theo Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 \cdot x_2 = 6m - m^2 \end{cases} \quad (2)$$

0,25

Theo bài ra ta có: $x_1^3 - x_2^3 + 2x_1^2 + 12x_1 + 72 = 0$

$$\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 + 2x_1^2 + 12x_1 + 72 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) - 2x_1(-6 - x_1) + 72 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)[(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2] - 2x_1x_2 + 72 = 0 \quad (3)$$

Thay (2) vào (3) ta được

$$(x_1 - x_2)(36 - 6m + m^2) - 2(6m - m^2) + 72 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(36 - 6m + m^2) + 2(m^2 - 6m + 36) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 6m + 36)(x_1 - x_2 + 2) = 0$$

0,25

Vì $m^2 - 6m + 36 = (m - 3)^2 + 27 > 0, \forall m$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 + 2 = 0$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - x_2 = -2 \end{cases}$$

0,25

Giải hệ phương trình ta được $x_1 = -4; x_2 = -2$

$$\Rightarrow (-4) \cdot (-2) = 6m - m^2$$

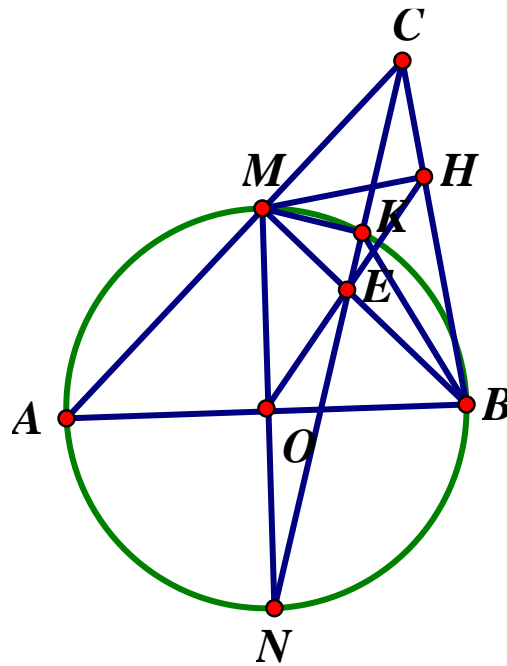
$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0$$

0,25

Giải phương trình ta được $m = 2$ hoặc $m = 4$

Vậy $m = 2$ hoặc $m = 4$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa

mãn $x_1^3 - x_2^3 + 2x_1^2 + 12x_1 + 72 = 0$



1.(1,0 điểm)

Tứ giác BOMH có:

$$\widehat{BOM} = 90^\circ \text{ (MN} \perp \text{AB)}$$

$$\widehat{MHB} = 90^\circ \text{ (MH} \perp \text{BC)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BOM} + \widehat{MHB} = 180^\circ$$

\Rightarrow BOMH là tứ giác nội tiếp

0,25

0,25

0,25

0,25

2.(1,0 điểm)

Ta có: $OM = OB$ (bán kính) $\Rightarrow \Delta OMB$ vuông cân tại O

$$\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{OMB} = 45^\circ$$

Tứ giác BOMH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{OMB}$ (cùng chắn cung BO)

$$\widehat{OHM} = \widehat{OBM} \text{ (cùng chắn cung MO)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{OHM} \Rightarrow HE \text{ là tia phân giác của } \widehat{MHB}$$

Áp dụng t/c đường phân giác trong tam giác

$$\text{Ta có: } \frac{ME}{MH} = \frac{EB}{HB} \Rightarrow ME \cdot HB = BE \cdot MH \text{ (1)}$$

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông, ta có

$$MH^2 = HB \cdot HC \Rightarrow HB = \frac{MH^2}{HC} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow ME \cdot \frac{MH^2}{HC} = BE \cdot MH \Rightarrow ME \cdot MH = BE \cdot HC$$

0,25

0,25

0,25

0,25

3.(1,0 điểm)

Ta có $\widehat{MHC} = 90^\circ \Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC có

	<p>đường kính MC</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MKC} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MC)</p> <p>Mà $\widehat{MKN} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MKC} + \widehat{MKN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow$ C, K, N thẳng hàng (1)</p> <p>Theo câu b, ta có: $ME.MH=BE.HC \Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{HC}{MH}$</p> <p>Mà $\frac{CH}{MH} = \frac{CM}{MB}$ (ΔCHM đồng dạng ΔCMB)</p> <p>$\Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{CM}{MB} = \frac{CM}{BN}$ (MB=BN)</p> <p>Xét ΔMEC và ΔBEN</p> <p>Có: $\widehat{CME} = \widehat{NBE} = 90^\circ, \frac{ME}{BE} = \frac{CM}{BN}$</p> <p>$\Rightarrow \Delta MEC$ đồng dạng ΔBEN</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{BEN}$ (2 góc tương ứng)</p> <p>Mà $\widehat{MEC} + \widehat{CEB} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BEN} + \widehat{CEB} = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow$ C, E, N thẳng hàng (2)</p> <p>Từ (1) và (2) \Rightarrow C, K, N, E thẳng hàng</p> <p>Vậy ba điểm C, K, E thẳng hàng</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu V (1,0 điểm)</p>	<p>Đặt $a = \sqrt{x}, b = \sqrt{y}, c = \sqrt{z}$ ($a, b, c > 0$)</p> <p>$\Rightarrow a + b + c = 2$</p> <p>Ta có VT = $\frac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \frac{c^3}{c^2+ca+a^2}$</p> <p>$= \frac{a^3}{a^4} + \frac{b^3}{b^4} + \frac{c^3}{c^4}$</p> <p>$= \frac{a^3+a^2b+ab^2}{a^3+a^2b+ab^2} + \frac{b^3+b^2c+bc^2}{b^3+b^2c+bc^2} + \frac{c^3+c^2a+ca^2}{c^3+c^2a+ca^2}$</p> <p>Áp dụng BĐT $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ ta có:</p> <p>$\frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2)}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2} + \frac{b^4}{b^3+b^2c+bc^2} + \frac{c^4}{c^3+c^2a+ca^2} \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2)} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

$\begin{aligned} &\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2) + (c^3 + c^2a + ca^2)} \\ &= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 + b^2c + bc^2 + c^3 + c^2a + ca^2} \\ &= \frac{a^2(a + b + c) + b^2(a + b + c) + c^2(a + b + c)}{(a^2 + b^2 + c^2)^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a^2 + b^2 + c^2)(a + b + c)} = \frac{1}{a + b + c} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{1} + \frac{b^2}{1} + \frac{c^2}{1} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{(a+b+c)^2}{1+1+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{3} = \frac{2}{3} \\ &\Rightarrow VT = \frac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \frac{c^3}{c^2+ca+a^2} \geq \frac{2}{3} \\ &\text{Hay } \frac{x\sqrt{x}}{x+\sqrt{xy}+y} + \frac{y\sqrt{y}}{y+\sqrt{yz}+z} + \frac{z\sqrt{z}}{z+\sqrt{zx}+x} \geq \frac{2}{3} \text{ (đpcm)} \\ &\text{Đấu "}" xảy ra khi } a = b = c = \frac{2}{3} \Rightarrow x = y = z = \frac{4}{9} \end{aligned}$	0,25
---	------

Lưu ý: - Học sinh làm bài bằng cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.
 -Câu IV nếu học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.