

**Bài 1** (2 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} - \frac{x - 3\sqrt{x} + 5}{x - 5\sqrt{x} + 6} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

a/ Tính giá trị của A khi  $x = 25$

b/ Rút gọn B

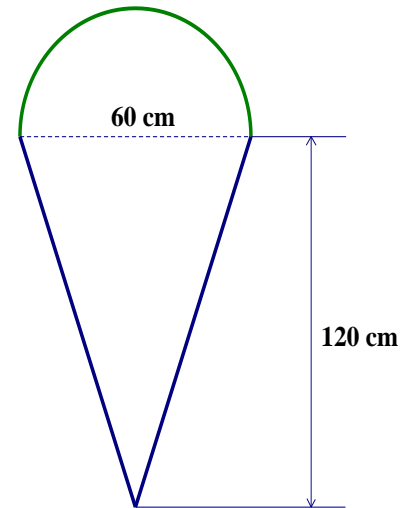
c/ Cho  $P = A : B$ . Tìm  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} - 9$ .

**Bài 2** (2,5 điểm)

1/ Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 180 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 3 sản phẩm, vì thế không những hoàn thành sớm một ngày, mà còn vượt mức 18 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải làm bao nhiêu sản phẩm?

2/ Người ta làm mô hình một chiếc kem có phần trên dạng một nửa hình cầu, phần dưới dạng hình nón với mặt cắt và các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của mô hình đó (Lấy  $\pi \approx 3,14$  và làm tròn đến đơn vị  $\text{dm}^3$ ).



**Bài 3** (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 1 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{6}{x-y} = 5 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2mx - m^2 - m + 2$  (với  $m$  là tham số)

a/ Tìm  $m$  để đường thẳng (d) đi qua điểm  $A(-1; 4)$

b/ Tìm  $m$  để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 = 16$

**Bài 4** (3 điểm) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O,R). Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của EF với BC

a/ Chứng minh: tứ giác BFEC nội tiếp. Từ đó chứng minh:  $KB \cdot KC = KE \cdot KF$

b/ Gọi M là giao điểm của AK với (O). Chứng minh: tứ giác AMFE nội tiếp.

c/ Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh: ba điểm H, I, M thẳng hàng.

**Bài 5** (0,5 điểm) Giải phương trình:

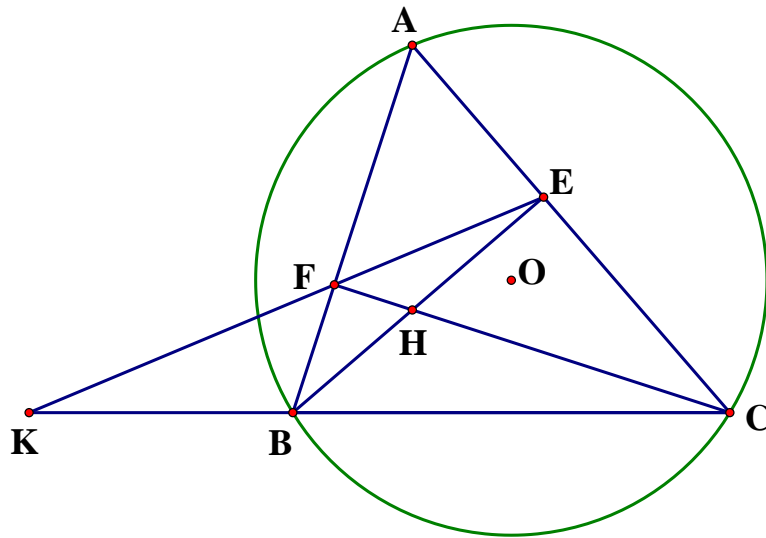
$$\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = x^2 - 1$$

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Phần	Nội dung	Điểm m
1 (2đ)	a 0,5	$A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} \text{ đk } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ <p>Với <math>x = 25</math> (TMĐK) thay vào biểu thức A ta được:</p> <p>Tính đúng <math>A = \frac{4}{3}</math>, KL:</p>	0,25  0,25
	b 1đ	<p>ĐKXD: <math>x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9</math></p> $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} - \frac{x - 3\sqrt{x} + 5}{x - 5\sqrt{x} + 6}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} - \frac{x - 3\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) + (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) - (x - 3\sqrt{x} + 5)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{x - 3\sqrt{x} + x - 4 - x + 3\sqrt{x} - 5}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x - 9}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$ <p>KL: Vậy <math>B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}</math></p>	0,25  0,25  0,25
	c 0,5	<p>ĐKXD: <math>x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9</math></p> $P = A : B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} : \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ <p>Để <math>2P = 2\sqrt{x} - 9</math> thì <math>\frac{2\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} = 2\sqrt{x} - 9</math></p> $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 4 = 2x + 2\sqrt{x} - 9\sqrt{x} - 9 \Leftrightarrow 2x - 9\sqrt{x} - 5 = 0$ $\Leftrightarrow (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 5) = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 5 = 0 \text{ (vì } 2\sqrt{x} + 1 > 0)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \text{ (TM)}$	0,25      0,25

		Vậy với $x = 25$ thì $2P = 2\sqrt{x} - 9$ .	
2 (2,5 đ)	2.1 2đ	Gọi năng suất dự định là $x$ (sp/ngày, $x > 0$ ) Thì năng suất thực tế là: $x + 3$ (sp/ngày)	0,25
		Thời gian dự định là: $\frac{180}{x}$ (ngày)	0,25
		Thời gian thực tế là: $\frac{180+18}{x+3} = \frac{198}{x+3}$ (ngày)	0,25
		Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{180}{x} - \frac{198}{x+3} = 1$	0,25
		$\Leftrightarrow 180x + 540 - 198x = x^2 + 3x$ $\Leftrightarrow x^2 + 21x - 540 = 0$	
		$\Delta = 21^2 - 4.(-540) = 2601 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 51$	0,25
		$x_1 = \frac{-21+51}{2} = 15 \text{ (TM)}$	0,25
		$x_2 = \frac{-21-51}{2} = -36 \text{ (Loại)}$	0,25
		Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày phải làm 15 (sản phẩm)	0,25
2.2 0,5		Đổi: 60cm = 6 dm; 120cm = 12dm Bán đường tròn đáy hình nón là: $6:2 = 3$ (dm)	
		Thể tích phần nửa hình cầu là: $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 \approx 57 \text{ (dm}^3\text{)}$	0,25
		Thể tích phần hình nón là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 12 \approx 133 \text{ (dm}^3\text{)}$	
		Thể tích mô hình là: $V = V_1 + V_2 = 57 + 133 = 190 \text{ (dm}^3\text{)}$	0,25
3 (2đ)	3.1 0,75đ	Đặt $\begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 1 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{6}{x-y} = 5 \end{cases} \quad \text{Đkxd: } x \neq \pm y$	
		Hệ pt $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 1 \\ 3a - 6b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 6b = 2 \\ 3a - 6b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 7 \\ 3b = 1 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{-1}{3} \end{cases}$	0,25

		Thay ẩn: $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 1 \\ \frac{1}{x-y} = \frac{-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases} \text{ (tm)}$	0,25
		Vậy hệ pt đã cho có nghiệm duy nhất: $(x, y) = (-1 ; 2)$	0,25
3.2 (a) 0,5đ		(d): $y = 2mx - m^2 - m + 2$ Vì đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1 ; 4) nên thay $x = -1$ và $y = 4$ vào hàm số ta được: $4 = -2m - m^2 - m + 2$ $\Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 = 0$ Nx: $a - b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ $\Rightarrow m_1 = -1 ; m_2 = -2$	0,25
		Vậy với $m \in \{-1 ; -2\}$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1 ; 4)	0,25
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = 2mx - m^2 - m + 2$ $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 + m - 2 = 0 \text{ (*)}$ $\Delta' = m^2 - m^2 - m + 2 = -m + 2$ Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow -m + 2 > 0 \Rightarrow m < 2$	0,25
3.2 (b) 0,75đ		Theo Định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 2 \end{cases}$	
		Theo bài: $x_1^2 + x_2^2 = 16$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 16$ $\Leftrightarrow (2m)^2 - 2(m^2 + m - 2) = 16$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 2m^2 - 2m + 4 = 16$ $\Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 12 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0$ $\Leftrightarrow (m - 3)(m + 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ (ktm)} \\ m = -2 \text{ (tm)} \end{cases}$	0,25
		Vậy với $m = -2$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 16$	0,25
4 (3đ)	a 1,5đ	Vẽ hình đúng đến câu a	
			0,25



• Vì BE, CF là các đường cao của tam giác ABC nên ta có:

$$\angle BEC = 90^\circ ; \angle BFC = 90^\circ$$

$\Rightarrow$  E và F cùng thuộc đường tròn đường kính BC

$\Rightarrow$  Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC.

• Xét trong (O) ta có:

Xét trong đường tròn đường kính BC ta có:

$$\angle BCF = \angle BEF \text{ (Góc nội tiếp cùng chắn BF)}$$

Xét  $\angle KBE$  và  $\angle KFC$  có:

$$\angle KEB = \angle KCF \text{ (cm trên)}$$

K là góc chung

$$\Rightarrow \angle KBE \sim \angle KFC \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC} \Rightarrow KB \cdot KC = KE \cdot KF$$

0,25

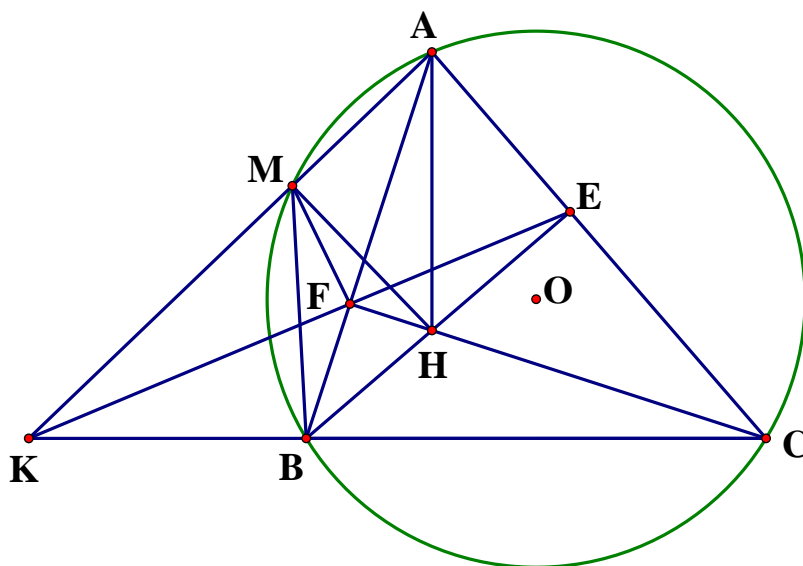
0,25

0,25

0,25

0,25

b  
0,75



Vì tứ giác AMBC nội tiếp (O) nên

$$\angle BMK = \angle BCA \text{ (Cùng bù với } \angle BMA \text{)}$$

Xét  $\angle KBM$  và  $\angle KAC$  có:

$$\angle KMB = \angle KCA \text{ (cm trên)}$$

K là góc chung  
 $\Rightarrow \angle KBM = \angle KAC$  (g-g)  
 $\Rightarrow \frac{KB}{KM} = \frac{KA}{KC} \Rightarrow KB \cdot KC = KA \cdot KM$

0,25

Mà  $KB \cdot KC = KE \cdot KF$  (phần a)  
 $\Rightarrow KE \cdot KF = KA \cdot KM$

$$\Rightarrow \frac{KE}{KA} = \frac{KM}{KF}$$

Xét  $\angle KEA$  và  $\angle KMF$  có

K là góc chung  
 $\frac{KE}{KA} = \frac{KM}{KF}$  (cm trên)

0,25

$\Rightarrow \angle KEA = \angle KMF$  (c-g-c)

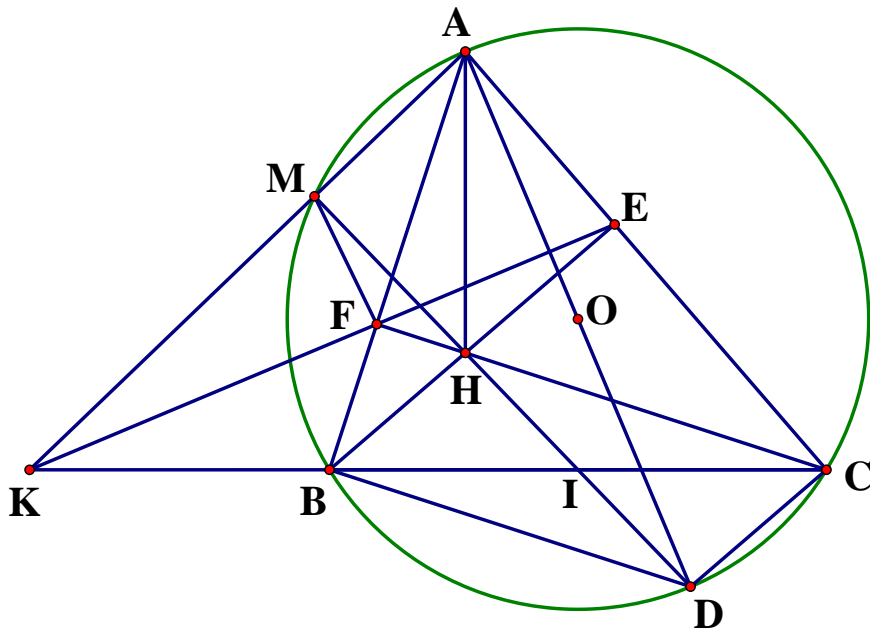
$$\angle KEA = \angle KMF$$

Mà  $\angle KME + \angle FMA = 180^\circ$  (Kề bù)

$$\Rightarrow \angle FEA + \angle FMA = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  Tứ giác AMFE nội tiếp

0,25



c  
0,75

Xét tứ giác AEHF có:

$$\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  Tứ giác AEHF nội tiếp

Mà tứ giác AEMF nội tiếp (phần b)

$\Rightarrow$  5 điểm A, M, F, H, E cùng thuộc đường tròn

Do  $\angle AEH = 90^\circ$  nên AH là đường kính

0,25

	<p> <math>\Rightarrow AMH = 90^\circ \Rightarrow HM \perp AK</math>          Kẻ đường kính AD của (O) <math>\Rightarrow AMD = 90^\circ</math> (góc nt chắn nửa đường tròn)  <math>\Rightarrow DM \perp AK</math>,          Mà <math>HM \perp AK</math> (cm trên) <math>\Rightarrow</math> Ba điểm D, H, M thẳng hàng (1)          Mặt khác ta có: <math>ABD = 90^\circ</math>; <math>ACD = 90^\circ</math> (góc nt chắn nửa đường tròn)  <math>\Rightarrow BH \parallel CD</math> (cùng <math>\perp AC</math>)          và <math>CH \parallel BD</math> (cùng <math>\perp AB</math>)  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác BHCD là hình bình hành  <math>\Rightarrow</math> Lại có I là trung điểm BC nên I cũng là trung điểm DH  <math>\Rightarrow</math> Ba điểm D, H, I thẳng hàng (2)          Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow</math> 4 điểm D, H, I, M thẳng hàng          Vậy ba điểm M, H, I thẳng hàng       </p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>5 (0,5)</p>	<p> <math>\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = x^2 - 1</math> Đkxđ: <math>x \geq 1</math>          nx: <math>(\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1})(\sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x - 1}) = x^2 - 1</math>          Nên pt  <math>\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = (\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1})(\sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x - 1})</math>  <math>\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1})(\sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x - 1} - 1) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = 0 \\ \sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x - 1} - 1 = 0 \end{cases}</math>  <ul style="list-style-type: none"> <li>Với <math>\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1</math> (tm)</li> <li>Với <math>\sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x - 1} - 1 = 0 \Leftrightarrow</math>  <math>\sqrt{x^2 + x - 2} = \sqrt{x - 1} + 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = x - 1 + 1 + 2\sqrt{x - 1}</math>  <math>\Leftrightarrow x^2 - 2 = 2\sqrt{x - 1}</math>            Đk: <math>x \geq \sqrt{2}</math>. Pt <math>\Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 4x - 4</math>  <math>\Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^3 + 2x^2 - 4) = 0</math>            Do <math>x \geq \sqrt{2} \Rightarrow x^3 + 2x^2 - 4 \geq 2\sqrt{2} &gt; 0</math> nên <math>x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2</math> (tm)            Vậy tập nghiệm của ph là: <math>S = \{1 ; 2\}</math> </li></ul> </p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

**Ghi chú:** Học sinh làm cách khác đúng chấm điểm tương đương.