

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $I(-1; 3; 2), R = 25$. B. $I(1; -3; -2), R = 5$.
C. $I(-1; 3; 2), R = 5$. D. $I(1; -3; -2), R = 25$.

Câu 10. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 3i$ có tọa độ là

- A. $M(-2; 3)$. B. $M(3; 2)$. C. $M(2; -3)$. D. $M(2; 3)$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AC = 4a$ và mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $64a^3$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $32a^3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$.

Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

- A. $3x - 2y + z - 11 = 0$. B. $2x - y + 3z - 14 = 0$.
C. $3x - 2y + z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z + 14 = 0$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): x - \sqrt{3}y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 90^\circ$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; -1; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$.

Câu 17. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = 9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $9a^3$. B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $18a^3$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

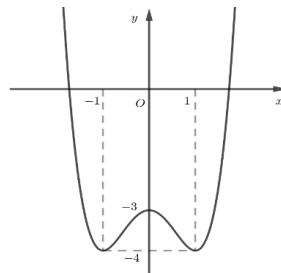
Câu 19. Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x} < 16$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. C. $(-1; 4)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \ln(2-x)$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-\infty; 2)$. C. $D = (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = x^3 - 3x - 3$.

Câu 22. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Chiều cao của khối trụ đã cho bằng

- A. $3a$. B. a . C. $4a$. D. $9a$.

Câu 23. Cho $\int \sin x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = -\sin x$. B. $F'(x) = \sin x$. C. $F'(x) = -\cos x$. D. $F'(x) = \cos x$.

Câu 24. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 25. Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC . Khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{2}{5}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{2x+2}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. -1 . C. -2 . D. 4 .

Câu 27. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^5$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 7 . D. 5 .

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[1; 5]$ bằng

- A. 50 . B. -4 . C. -45 . D. -2 .

Câu 30. Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tính xác suất để chiếc thẻ được chọn mang số chia hết cho 3.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 31. Với a là số thực dương bất kỳ, $\ln(2023a) - \ln(2022a)$ bằng

- A. $\frac{2023}{2022}$. B. $\ln \frac{2023}{2022}$. C. $\frac{\ln 2023}{\ln 2022}$. D. $\ln a$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -2 + 5i$. Khi đó mô đun của số phức $z = z_1 + z_2$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $2\sqrt{17}$. C. $\sqrt{39}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 33. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 250 . B. 12 . C. 22 . D. 17 .

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 5 = 0$ bằng:

- A. $d(M, (P)) = 2$. B. $d(M, (P)) = 4$. C. $d(M, (P)) = 1$. D. $d(M, (P)) = 3$.

Câu 35. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + \frac{5}{6}$ đồng biến trên khoảng

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-2; 3)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \leq 2$ là

- A. $S = (-\infty; 11]$. B. $S = (2; 11]$. C. $S = (2; 8]$. D. $S = (-\infty; 8]$.

Câu 37. Liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = 1 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 - i$. C. $\bar{z} = 1 + 2i$. D. $\bar{z} = -1 - 2i$.

Câu 38. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 5$ và $\int_0^1 g(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 54. B. 20. C. 9. D. 1.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 40. Trong tập hợp số phức, xét phương trình $z^3 - (2m+1)z^2 + 3mz - m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có ba nghiệm phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 3$?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 41. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{5}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-1)^5(x^2 - 2(m-6)x + m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $2F(3) + G(3) = 9 + 2F(-1) + G(-1)$. Khi đó $\int_0^2 (x^2 + f(3-2x))dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{25}{6}$. C. $\frac{43}{6}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 3y + z - 3 = 0$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) . Sin của góc tạo bởi đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{55}}{55}$. B. $\frac{-3\sqrt{55}}{11}$. C. 0. D. $\frac{7\sqrt{55}}{55}$.

- Câu 45.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2023^{2x^2-4x+9} - 2023^{x^2+5x+1} - (x-1)(8-x) < 0$
- A. 8. B. 5. C. 6. D. 7.
- Câu 46.** Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn $(xy^2 + x - 2y - 1)\log y = \log \frac{2y-x+3}{x}$
- A. 2. B. Vô số C. 3. D. 1.
- Câu 47.** Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z|$. Tính $S = 2023 - 3M + 2m$.
- A. $S = 2021$ B. $S = 2019$ C. $S = 2017$ D. $S = 2023$
- Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;3)$, $B(5;0;3)$. Một hình trụ (T) nội tiếp trong mặt cầu đường kính AB đồng thời nhận AB làm trục của hình trụ. Gọi M và N lần lượt là tâm các đường tròn đáy của (T) (M nằm giữa A, N). Khi thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) có dạng $ax + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b-d$ bằng
- A. $4 + \sqrt{2}$. B. $2 + 2\sqrt{2}$. C. $-2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 49.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y = \left| -x^3 + 3(a+1)x^2 - 3a(a+2)x + a^2(a+3) \right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$
- A. 2. B. 21. C. 8. D. 10.
- Câu 50.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 - 6x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng
- A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{45}{4}$. D. $\frac{71}{6}$.

----- HẾT -----

CUM CHUYÊN MÔN SỐ 6

NĂM HỌC 2022 - 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài thi: TOÁN

Câu hỏi	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624
1	B	A	B	B	A	B	A	B	D	C	C	D	C	D	C	C	B	A	D	A	B	D	A	D
2	C	C	B	C	D	D	B	C	B	B	A	A	D	A	C	D	A	B	C	C	C	D	B	A
3	C	A	D	C	A	D	A	B	C	A	B	A	A	B	C	C	A	C	D	C	C	C	B	A
4	B	B	B	D	C	D	A	D	C	D	D	D	B	A	A	B	A	C	A	C	C	D	D	A
5	C	C	D	D	B	B	D	A	A	A	B	A	B	B	A	A	C	A	B	B	C	C	B	C
6	B	A	B	B	A	B	D	B	A	B	D	D	B	A	B	D	D	B	B	C	C	B	D	C
7	B	A	C	D	A	D	C	A	B	C	B	B	B	D	B	D	A	B	C	C	B	C	A	C
8	D	C	C	A	C	D	C	C	D	B	C	C	C	D	D	C	A	D	D	D	D	B	A	C
9	C	C	A	A	D	C	B	C	D	C	A	B	A	D	C	A	B	A	A	A	A	D	B	D
10	D	D	B	C	B	D	A	D	A	C	D	A	A	B	A	A	C	D	A	A	B	A	B	C
11	D	A	B	A	D	D	A	D	D	D	A	B	D	C	C	A	B	C	C	D	D	B	B	C
12	C	B	D	B	B	A	A	B	A	B	B	B	D	D	B	D	B	A	A	C	A	B	B	D
13	C	D	D	C	D	C	C	C	B	A	C	C	B	C	B	C	A	C	D	D	C	B	A	A
14	A	B	D	B	D	D	B	D	B	B	A	A	B	C	A	D	A	D	A	A	D	A	B	A
15	A	B	C	D	D	D	C	B	B	A	C	C	A	C	D	C	A	B	A	C	A	A	A	C
16	A	D	B	D	D	B	C	C	D	B	C	B	D	A	B	C	A	D	B	C	D	C	C	B
17	B	A	A	B	B	B	A	C	B	D	D	C	D	D	A	C	C	B	A	B	A	C	D	B
18	C	B	B	C	C	A	B	C	D	D	D	C	B	C	C	B	C	D	C	D	A	D	C	B
19	C	C	C	A	A	D	A	B	A	D	C	B	C	C	C	B	A	C	D	D	D	B	B	C
20	B	D	A	D	C	A	A	C	D	D	A	D	C	D	D	A	B	D	D	C	B	A	D	C
21	C	A	D	C	A	D	D	D	B	C	D	D	B	D	D	B	D	B	A	C	A	A	D	D
22	A	D	C	D	D	C	D	A	D	A	A	C	C	B	B	A	A	D	D	D	D	D	A	B
23	B	C	C	A	B	B	A	B	C	A	B	B	C	D	B	A	B	A	B	A	C	B	C	B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Lời giải:

Gọi M là trung điểm của BC .

$N \in CM: \frac{CN}{CM} = \frac{CH}{CA} = \frac{1}{3} \Rightarrow HN \parallel AM$. Mà

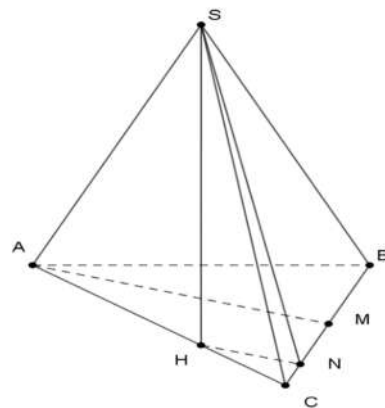
ΔABC đều nên $AM \perp BC \Rightarrow HN \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHN)$.

Nên $(SBC); (ABC) = \widehat{SN}; \widehat{HN} = \widehat{SNH} = 60^\circ$.

Do ΔABC đều nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

ΔSHN vuông tại H có $SH = HN \cdot \sin \widehat{SNH} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{4}$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.



Câu 40: Trong tập hợp số phức, xét phương trình $z^3 - (2m+1)z^2 + 3mz - m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có ba nghiệm phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 3$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$z^3 - (2m+1)z^2 + 3mz - m = 0$ (1) $\Leftrightarrow (z-1)(z^2 - 2mz + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ z^2 - 2mz + m = 0 \end{cases}$ (2)

Đặt $z_3 = 1$, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình (2).

Phương trình (2) có $\Delta' = m^2 - m$ và: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2m \\ z_1 z_2 = m \end{cases}$

*) TH1: Nếu $m > 1$ ta có $\Delta' > 0$ và phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt dương khác 1. Khi đó $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 3 \Leftrightarrow z_1 + z_2 + 1 = 3 \Leftrightarrow 2m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (loại).

*) TH2: Nếu $m < 0$ ta có $\Delta' > 0$ và phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt là:

$z_1 = m + \sqrt{m^2 - m}$ ($z_1 > 0$); $z_2 = m - \sqrt{m^2 - m}$ ($z_2 < 0$)

Khi đó $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 3 \Leftrightarrow m + \sqrt{m^2 - m} - m + \sqrt{m^2 - m} + 1 = 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - m} = 2$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}. \text{ Vì } m < 0 \text{ nên } m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}.$$

*) TH3: Nếu $0 < m < 1$ ta có $\Delta' < 0$, khi đó phương trình (2) có hai nghiệm phức :

$$z_1 = m + \sqrt{-m^2 + m}i ; z_2 = m - \sqrt{-m^2 + m}i$$

$$\text{Vậy } |z_1| + |z_2| + |z_3| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - m^2 + m} + \sqrt{m^2 - m^2 + m} + 1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (loại)}.$$

Vậy chỉ có một giá trị $m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

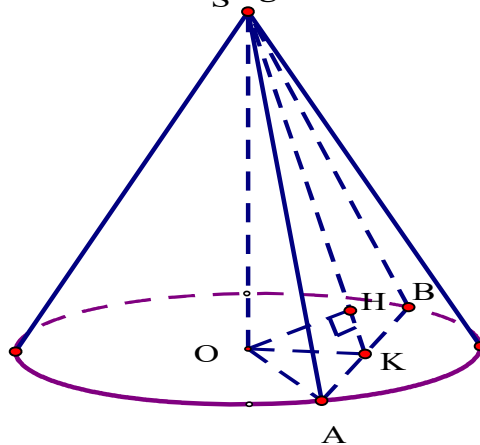
A. $a\sqrt{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải:



Gọi K là trung điểm của AB ta có $OK \perp AB$ vì tam giác OAB cân tại O

Mà $SO \perp AB$ nên $AB \perp (SOK) \Rightarrow (SOK) \perp (SAB)$ mà $\Rightarrow (SOK) \cap (SAB) = SK$ nên từ O dựng $OH \perp SK$ thì $OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = d(O, (SAB))$

$$\text{Xét tam giác } SAO \text{ ta có: } \sin \widehat{SAO} = \frac{SO}{SA} \Rightarrow SO = \frac{SA}{2}$$

$$\text{Xét tam giác } SAB \text{ ta có: } \sin \widehat{SAB} = \frac{SK}{SA} \Rightarrow SK = \frac{SA\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Xét tam giác } SOK \text{ ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{SK^2 - SO^2} + \frac{1}{SO^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{\frac{3SA^2}{4} - \frac{SA^2}{4}} = \frac{4}{SA^2} + \frac{2}{SA^2} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-1)^5(x^2 - 2(m-6)x + m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x^2 - 2(m-6)x + m = 0 \quad (1) \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} \leq 0 \\ \Delta_{(1)} > 0 \\ 1^2 - 2(m-6) \cdot 1 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \leq 9 \\ m = 13 \end{cases}. \text{ Vậy có 7 số nguyên dương thỏa mãn}$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $2F(3) + G(3) = 9 + 2F(-1) + G(-1)$. Khi đó $\int_0^2 (x^2 + f(3-2x)) dx$ bằng

A. $\frac{25}{6}$.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{43}{6}$.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 x^2 dx + \int_0^2 f(3-2x) dx = \frac{8}{3} + \int_0^2 f(3-2x) dx.$$

$$\text{Đặt } t = 3 - 2x \Rightarrow dt = -2dx.$$

$$\text{Khi đó } \int_0^2 f(3-2x) dx = \int_3^{-1} f(t) \left(-\frac{1}{2}\right) dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^3 f(x) dx = \frac{1}{2} (F(3) - F(-1)).$$

$$\text{Mặt khác } \int_{-1}^3 f(x) dx = F(3) - F(-1) = G(3) - G(-1).$$

$$2F(3) + G(3) = 9 + 2F(-1) + G(-1) \Leftrightarrow 2(F(3) - F(-1)) + (G(3) - G(-1)) = 9$$

$$\Leftrightarrow 3(F(3) - F(-1)) = 9 \Leftrightarrow F(3) - F(-1) = 3.$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{8}{3} + \int_0^2 f(3-2x) dx = \frac{8}{3} + \frac{1}{2} (F(3) - F(-1)) = \frac{8}{3} + \frac{3}{2} = \frac{25}{6}.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 3y + z - 3 = 0$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) . Sin của góc tạo bởi đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{7\sqrt{55}}{55}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{55}$.

C. 0.

D. $\frac{-3\sqrt{55}}{11}$.

Lời giải

+) Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; -1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; 3; 1)$ và $M(0; 1; 0) \in (P) \cap (Q)$.

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q)

$$\Rightarrow d \text{ qua } M(0; 1; 0) \text{ và có VTCP } \vec{u} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (1; -1; 2) \Rightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

+) Gọi $B = \Delta \cap d \Rightarrow B \in d \Rightarrow B(b; 1-b; 2b) \Rightarrow \overline{AB} = (b-1; -b-1; 2b+3)$.

Ta có: $\Delta \perp d \Rightarrow \overline{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (b-1) - (-b-1) + 2(2b+3) = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

$$\Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \overline{AB} = (-2; 0; 1).$$

$$\sin(\Delta; (P)) = \frac{|\vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_{\Delta}| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{|-2 \cdot 3 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{11}} = \frac{7\sqrt{55}}{55}.$$

Câu 45: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2023^{2x^2-4x+9} - 2023^{x^2+5x+1} - (x-1)(8-x) < 0$

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải:

$$\text{Đặt } a = 2x^2 - 4x + 9, b = x^2 + 5x + 1 \Rightarrow a - b = x^2 - 9x + 8 = (x-1)(x-8)$$

$$\text{Khi đó: } 2023^a + a < 2023^b + b$$

$$\text{Xét hàm số: } f(x) = 2023^x + x \Rightarrow f'(x) = 2023^x \cdot \ln 2023 + 1 > 0 \quad \forall x$$

\Rightarrow Hàm số đơn điệu tăng

$$\Rightarrow f(a) < f(b) \Rightarrow a < b \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 9 < x^2 + 5x + 1 \Leftrightarrow (x-1)(x-8) < 0$$

Nên bất phương trình có 6 nghiệm nguyên.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn

$$(xy^2 + x - 2y - 1) \log y = \log \frac{2y - x + 3}{x}$$

A. 3.

B. 1.

C. Vô số

D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } (xy^2 + x - 2y - 1) \log y = \log \frac{2y - x + 3}{x}$$

$$\Leftrightarrow (xy^2 + x - 2y - 3) \log y = \log \frac{2y - x + 3}{xy^2} \Leftrightarrow xy^2 = 2y - x + 3 \Leftrightarrow x = \frac{2y + 3}{y^2 + 1}$$

Để thấy hàm số $f(y) = \frac{2y+3}{y^2+1}$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$. Nên ta có bảng biến thiên:

y	1	$+\infty$
$f'(y)$		-
$f(y)$	$\frac{5}{2}$	0

Để tồn tại số thực số thực y lớn hơn 1 thì $0 < x < \frac{5}{2}$. Vậy có 2 số nguyên dương thỏa mãn.

Câu 47: Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z|$. Tính $S = 2023 - 3M + 2m$.

A. $S = 2021$

B. $S = 2017$

C. $S = 2019$

D. $S = 2023$

Lời giải

Ta có $\frac{-2-3i}{3-2i} = -i$ nên $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = 1 \Leftrightarrow |-iz+1| = 1$

$\Leftrightarrow |-i| \cdot \left| z + \frac{1}{-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z - (-i)| = 1$.

Suy ra tập hợp các số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = 1$.

Khi đó $\begin{cases} P_{\min} = |OI - R| = |1 - 1| = 0 \\ P_{\max} = OI + R = 1 + 1 = 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ M = 2 \end{cases} \longrightarrow S = 2017$.

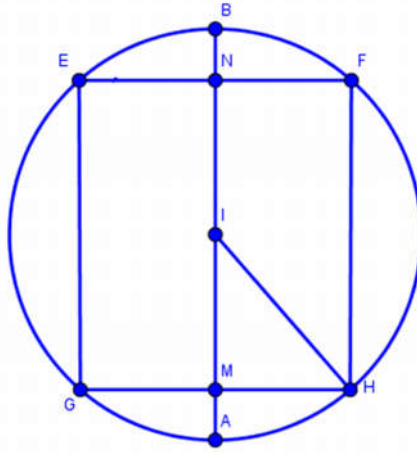
Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 3)$, $B(5; 0; 3)$. Một hình trụ (T) nội tiếp trong mặt cầu đường kính AB đồng thời nhận AB làm trục của hình trụ. Gọi M và N lần lượt là tâm các đường tròn đáy của (T) (M nằm giữa A , N). Khi thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) có dạng $ax + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b - d$ bằng

A. $2\sqrt{2}$

B. $2 + 2\sqrt{2}$.

C. $-2\sqrt{2}$. D. $4 + \sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có: $\overline{AB}(4; -4; 0)$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(3; 2; 3)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{2}$.

Gọi x là bán kính của hình trụ ($0 < x < 2\sqrt{2}$). Diện tích thiết diện là

$$S_{TD} = GH \cdot GE = 2x \cdot 2\sqrt{8 - x^2} \leq 2 \cdot (x^2 + 8 - x^2).$$

Do đó $S_{TD} \leq 16$. Vậy $S_{TD \max} = 16$ khi $x^2 = 8 - x^2 \Leftrightarrow x = 2$.

Khi đó $IM = \sqrt{IH^2 - MH^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2$, $IA = 2\sqrt{2}$ nên $\overline{IA} = \sqrt{2}\overline{IM} \Leftrightarrow M(3 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}; 3)$.

Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) và có vectơ pháp tuyến

$\vec{n} = \frac{1}{4}\overline{AB} = (1; -1; 0)$ là:

$$(x - 3 + \sqrt{2}) - (y - 2 - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2\sqrt{2} - 1 = 0$$

Ta có $b = -1; d = 2\sqrt{2} - 1$. Do đó $b - d = 2\sqrt{2}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số

$y = |-x^3 + 3(a+1)x^2 - 3a(a+2)x + a^2(a+3)|$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

A. 21.

B. 10.

C. 8.

D. 2.

Lời giải:

Đặt $f(x) = -x^3 + 3(a+1)x^2 - 3a(a+2)x + a^2(a+3) = (x-a)^2(a+3-x)$.

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = a+3 \end{cases}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6(a+1)x - 3a(a+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = a+2 \end{cases}$$

Khi đó: $y = |f(x)| = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow y' = \frac{f'(x) \cdot f'(x)}{|f(x)|}$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	a	$a+2$	$a+3$	$+\infty$	
y'		-	+	0	-	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a \leq 0 \\ a+2 \geq 1 \\ a+3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq a \leq 0 \\ a \leq -3 \end{cases}. \text{ Vậy có 10 số nguyên } a \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 - 6x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng

- A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{45}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. **D. $\frac{71}{6}$.**

Lời giải

Ta có $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) + x \cdot f'(x) = 4x^3 - 6x^2 \Leftrightarrow (x) \cdot f'(x) + x \cdot f'(x) = 4x^3 - 6x^2$

$\Leftrightarrow [x \cdot f(x)]' = 4x^3 - 6x^2 \Leftrightarrow x \cdot f(x) = x^4 - 2x^3 + C$

Với $x = 0 \Rightarrow C = 0$.

Do đó: $f(x) = x^3 - 2x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ là nghiệm của phương trình:

$$x^3 - 2x^2 = 3x^2 - 4x \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Suy ra, diện tích phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ là:

$$S = \int_0^4 |f(x) - f'(x)| dx = \int_0^1 (x^3 - 5x^2 + 4x) dx - \int_1^4 (x^3 - 5x^2 + 4x) dx = \frac{7}{12} + \frac{45}{4} = \frac{71}{6}$$