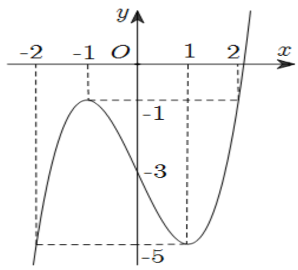
SỞ GD&ĐT HẢI PHÒNG **TRƯỜNG THPT THÁI PHIÊN** ĐỀ THI LẦN 1	KỲ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG KHỐI 12 NĂM 2023 Bài thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ hất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$.



A. $m=-5,M=0$. **B.** $m=-2,M=2$. **C.** $m=-1,M=0$. **D.** $m=-5,M=-1$.

Câu 2: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 2023x$.

A. $2023\cos 2023x+C$. **B.** $\dfrac{\cos 2023x}{2023}+C$. **C.** $\dfrac{\cos 2023x}{2024}+C$. **D.** $-\dfrac{\cos 2023x}{2023}+C$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+z-2=0$?

A. $M\left(1;1;-1\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-1\right)$. **C.** $Q\left(1;-2;2\right)$. **D.** $P\left(2;-1;-1\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 5: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d, số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức

A. $u_n=d+n.u_1$. **B.** $u_n=u_1+\left(n-1\right)d$. **C.** $u_n=d+\left(n-1\right)u_1$. **D.** $u_n=u_1+n.d$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<0$ là

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 7: Tính đạo hàm của hàm số $y=17^{-x}$

A. $y'=-x.17^{-x-1}$. **B.** $y'=-17^{-x}$. **C.** $y'=-17^{-x}\ln 17$. **D.** $y'=17^{-x}\ln 17$.

Câu 8: Cho hình phẳng $\left(D\right)$ được giới hạn bởi các đường $x=0,x=\pi,y=0$ và $y=-\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(D\right)$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_0^{\pi}\left|\sin x\right|\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\left|\int\limits_0^{\pi}(-\sin x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $V=\int\limits_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 10: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, chiều cao h. Khi đó thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^2h}{4}$. **D.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11: Cho hàm $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

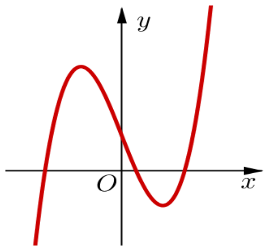
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2)=2, f(3)=5$. Tính $\int\limits_2^3 f'(x)dx$ bằng

A. 10. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 7.

Câu 13: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$, $B(2;2;1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(3;1;1)$. **B.** $(1;1;3)$. **C.** $(3;3;-1)$. **D.** $(-1;-1;-3)$.

Câu 15: Hàm số $y=\left(1-4x^2\right)^{-4}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 16: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int\limits_2^3 f(t)\mathrm{d}t=-1$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có báng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

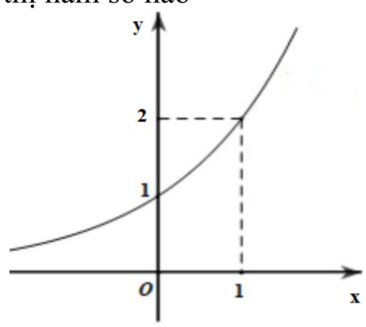
Câu 19: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau.

A. 16. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 720.

Câu 20: Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 15. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 21: Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào

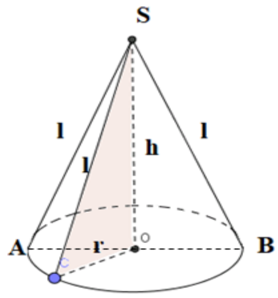


A. $y=\log_2(2x)$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\frac{1}{2}x+1$. **D.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$.

Câu 22: Thể tích của khối trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $V=4\pi rl$. **B.** $V=\pi rl$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $V=l\pi r^2$.

Câu 23: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Tìm mệnh đề đúng



A. $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rh$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 24: Cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó một vectơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;4)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{n}=(2;-3;4)$.

Câu 25: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V=Sh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Sh$. **C.** $V=3Sh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Sh$.

Câu 26: Số nghiệm phương trình $2^{2x^2-7x+5}=1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-3x+\frac{2}{x}$ là

A. $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2+2\ln x+C$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2\ln x+C$.

C. $F(x)=2x-3-\frac{2}{x^2}+C$. **D.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2\ln|x|+C$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(0;0;2)$. **C.** $(0;5;2)$. **D.** $(0;5;0)$.

Câu 29: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{x^2}(x^3-4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=\frac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x-2}$.

Câu 31: Cho tích phân $I=\int_1^5 x.e^{2x}dx$. Tìm mệnh đề đúng

A. $I=\frac{1}{2}xe^{2x}\Big|_1^5-\frac{1}{2}\int_1^5 e^{2x}dx$. **B.** $I=\frac{1}{2}xe^{2x}\Big|_1^5-\int_1^5 e^{2x}dx$.

C. $I=xe^{2x}\Big|_1^5-\int_1^5 e^{2x}dx$. **D.** $I=\frac{1}{2}xe^{x}\Big|_1^5-\frac{1}{2}\int_1^5 e^{x}dx$

Câu 32: Có hai hộp bút chì màu, các bút chì khác nhau. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để chọn một cây bút chì màu đỏ và một bút chì màu xanh là

A. $\dfrac{17}{36}$. **B.** $\dfrac{7}{12}$. **C.** $\dfrac{19}{36}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Câu 33: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1;m=5$. **D.** $m=5$.

Câu 34: Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_3\left(x^2+1\right)$. Tính $f'\left(-1\right)$.

A. Không tồn tại $f'\left(-1\right)$. **B.** $f'\left(-1\right)=\dfrac{1}{2\ln 3}$.

C. $f'\left(-1\right)=\dfrac{1}{\ln 3}$. **D.** $f'\left(-1\right)=-1.x$.

Câu 35: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $8<m<10$. **B.** $0<m<4$. **C.** $4<m<8$. **D.** $m>10$.

Câu 36: Trong không gian cho hai điểm $A\left(1;-1;2\right)$ và $B\left(3;3;0\right)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $x+y-z-2=0$. **B.** $x+y-z+2=0$. **C.** $x+2y-z-3=0$. **D.** $x+2y-z+3=0$.

Câu 37: Cho hàm số $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, O là tâm đáy. Hình chiếu vuông góc của S xuống $\left(ABCD\right)$ là trung điểm H của OA, biết $\widehat{\left(SD,\left(ABCD\right)\right)}=60^\circ$. Gọi α là góc giữa $mp\left(SCD\right)$ và $mp\left(ABCD\right)$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\tan\alpha\in\left(0;1\right)$. **B.** $\tan\alpha\in\left(3;4\right)$. **C.** $\tan\alpha\in\left(2;3\right)$. **D.** $\tan\alpha\in\left(1;2\right)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AC=2a, BD=2a\sqrt{2}$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABD, biết rằng các mặt phẳng $\left(SHC\right)$ và $\left(SHD\right)$ cùng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(SHD\right)$ bằng

A. $\dfrac{4a\sqrt{19}}{38}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{38}}{19}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{38}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{19}}{38}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right), y=f\left(x\right)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $\left(0;+\infty\right)$ thỏa mãn $f\left(3\right)=\dfrac{4}{9}$ và $\left[f'\left(x\right)\right]^2=\left(x+1\right).f\left(x\right)$. Tính $f\left(8\right)$.

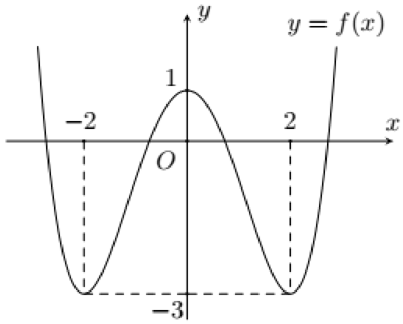
A. $f\left(8\right)=\dfrac{1}{16}$. **B.** $f\left(8\right)=64$. **C.** $f\left(8\right)=49$. **D.** $f\left(8\right)=256$.

Câu 40: Cho các số thực dương x,y thỏa mãn $\left(\dfrac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy}\leq\left(\dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2}$.

Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$

Câu 41: Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên dương m nhỏ hơn 20 thỏa mãn phương trình $\log\left(mx + \log m^m\right) = 10^x$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. 11. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 10

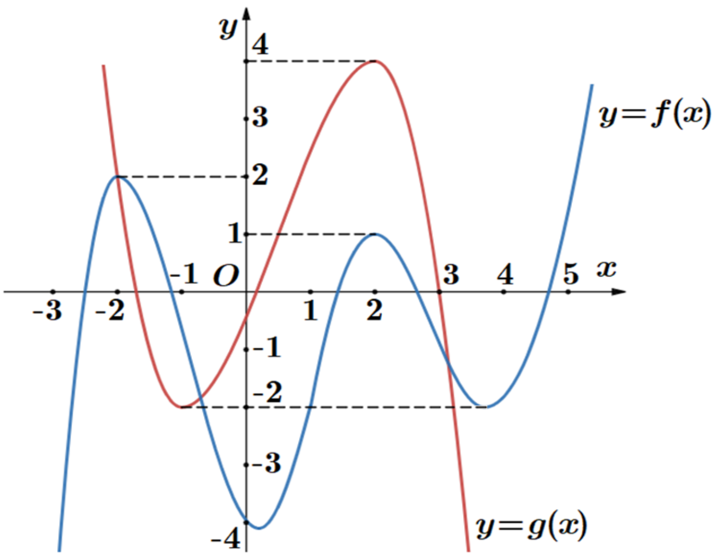
Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\Delta ABC} = 4\ cm^2$, $S_{\Delta ABD} = 6\ cm^2$, $AB = 3\ cm$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng $60°$. Thể tích của tứ diện đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}\ cm^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\ cm^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\ cm^3$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\ cm^3$.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị như hình sau:



Khi đó tổng số nghiệm của hai phương trình $f(g(x)) = 0$ và $g(f(x)) = 0$ là

A. 26. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 21.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x+1)(x^2-2mx+1),\forall x\in\mathbb{R}$ với m là tham số thực. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m không vượt quá 2023 sao cho hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ có 7 điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2023.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ thỏa mãn $f(x)+x\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=x^3-x$. Giá trị tích phân $I=\int_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=2x^4+ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -1, 1 và 3. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\frac{182}{15}$. **B.** $\frac{265}{15}$. **C.** $\frac{128}{15}$. **D.** $\frac{256}{15}$.

Câu 49: Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. 9. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{9}{8}$.

Câu 50: Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+2m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$. **C.** $[-1;0]$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$.

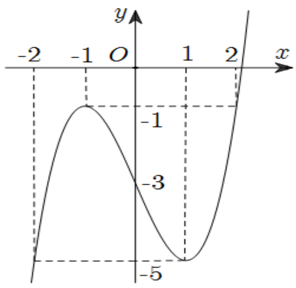
HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.A	5.B	6.A	7.C	8.B	9.D	10.D
11.C	12.B	13.A	14.B	15.A	16.B	17.A	18.B	19.C	20.A
21.B	22.D	23.B	24.A	25.B	26.C	27.D	28.A	29.D	30.A
31.A	32.C	33.A	34.C	35.A	36.C	37.D	38.C	39.C	40.B
41.B	42.B	43.D	44.C	45.C	46.A	47.D	48.D	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ hất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-5, M=0$. **B.** $m=-2, M=2$. **C.** $m=-1, M=0$. **D.** $m=-5, M=-1$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 52: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2023x$.

A. $2023\cos 2023x+C$. **B.** $\dfrac{\cos 2023x}{2023}+C$. **C.** $\dfrac{\cos 2023x}{2024}+C$. **D.** $-\dfrac{\cos 2023x}{2023}+C$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(1;-1;-1)$. **C.** $Q(1;-2;2)$. **D.** $P(2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 54: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 55: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d, số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức

A. $u_n = d + n.u_1$. **B.** $u_n = u_1 + (n-1)d$. **C.** $u_n = d + (n-1)u_1$. **D.** $u_n = u_1 + n.d$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 56: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là $(0;1)$.

Câu 57: Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$

A. $y' = -x.17^{-x-1}$. **B.** $y' = -17^{-x}$. **C.** $y' = -17^{-x}\ln 17$. **D.** $y' = 17^{-x}\ln 17$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y = 17^{-x} \Rightarrow y' = -17^{-x}\ln 17$.

Câu 58: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0, x=\pi, y=0$ và $y=-\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi\int_0^{\pi} |\sin x| \mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi\int_0^{\pi} \sin^2 x\mathrm{d}x$.

C. $V = \pi\left|\int_0^{\pi} (-\sin x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $V = \int_0^{\pi} \sin^2 x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $V = \pi\int_0^{\pi} (-\sin x)^2 \mathrm{d}x = \pi\int_0^{\pi} \sin^2 x\mathrm{d}x$.

Câu 59: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 60: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, chiều cao h. Khi đó thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^2h}{4}$. **D.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

$S=h.S=\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$.

Câu 61: Cho hàm $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Câu 62: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2)=2, f(3)=5$. Tính $\int\limits_2^3 f'(x)dx$ bằng

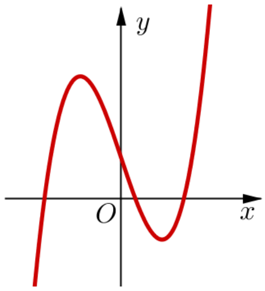
A. 10. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B.

$\int\limits_2^3 f'(x)dx=f(3)-f(2)=5-2=3$.

Câu 63: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Lời giải

Chọn A.

Quan sát đồ thị ta nhận thấy đồ thị là của hàm số bậc 3 có hệ số chứa x^3 dương.

Câu 64: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$, $B(2;2;1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(3;1;1)$. **B.** $(1;1;3)$. **C.** $(3;3;-1)$. **D.** $(-1;-1;-3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)=(1;1;3)$.

Câu 65: Hàm số $y=(1-4x^2)^{-4}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định khi $1-4x^2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -\frac{1}{2}$ và $x\neq \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 66: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_2^3 f(t)\mathrm{d}t=-1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Tích phân không phụ thuộc vào biến số nên $\int_2^3 f(t)\mathrm{d}t=\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$. Do đó

$$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3+(-1)=2..$$

Câu 67: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-3$.   **B.** $y=-x^4-2x^2-3$.   **C.** $y=x^4-2x^2+3$.   **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $a>0$. Loại đáp án B, D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-3)$ nên chọn đáp án A.

Câu 68: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ || 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.   **B.** 3.   **C.** 4.   **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=-\infty \Rightarrow x=0$ là TCĐ của đồ thị hàm số

Ta có

$\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=3 \Rightarrow y=3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to -\infty} f\left(x\right)=1 \Rightarrow y=1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 69: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau.

A. 16.   **B.** 24.   **C.** 120.   **D.** 720.

Lời giải

Chọn C.

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lập từ 5 chữ số đã cho là một hoán vị của 5 phần tử. Nên số số tự nhiên cần tìm là $5!=120$ số.

Câu 70: Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

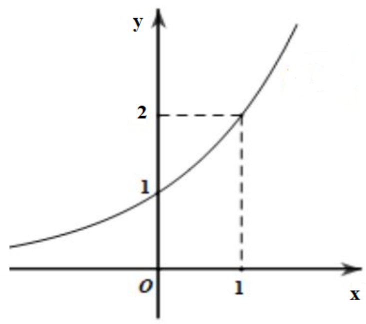
A. 15.   **B.** 25.   **C.** 10.   **D.** 20.

Lời giải

Chọn A.

Khối lăng trụ ngũ giác có 10 cạnh đáy và 5 cạnh bên nên khối lăng trụ ngũ giác có tất cả 15 cạnh.

Câu 71: Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào



A. $y=\log_2(2x)$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\frac{1}{2}x+1$. **D.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B.

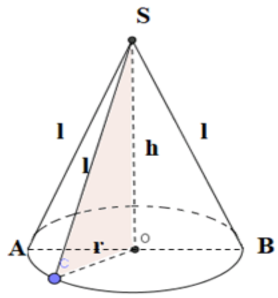
Câu 72: Thể tích của khối trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $V=4\pi rl$. **B.** $V=\pi rl$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $V=l\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 73: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Tìm mệnh đề đúng



A. $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rh$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 74: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$. Khi đó một vecto pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;4)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{n}=(2;-3;4)$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;-4)$.

Suy ra $\vec{n}=(-2;3;4)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).

Câu 75: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V = Sh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **C.** $V = 3Sh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Sh$.

Lời giải

Chọn B.

$V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 76: Số nghiệm phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = \log_2 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{array}\right..$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 77: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{2}{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2\ln x + C$. **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2\ln x + C$.

C. $F(x) = 2x - 3 - \frac{2}{x^2} + C$. **D.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2\ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn D.

$$\int \left(x^2 - 3x + \frac{2}{x}\right) \mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2\ln|x| + C.$$

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(0;0;2)$. **C.** $(0;5;2)$. **D.** $(0;5;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng chứa trục Ox có 1 vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1;0;0)$.

Gọi H là hình chiếu của điểm $A(3;5;2)$ trên trục $Ox \Rightarrow H(a;0;0)$; $\overrightarrow{AH} = (a-3;-5;-2)$.

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \perp \vec{i} \\ \Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{i} = 0 \Leftrightarrow a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = 3 \end{array}.$$

Vậy $H(3;0;0)$.

Câu 79: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $F'(x)=f(x)=e^{x^2}\left(x^3-4x\right)$, $F'(x)=0\Leftrightarrow e^{x^2}\left(x^3-4x\right)=0\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Suy ra hàm số $F(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 80: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=3x^2+1>0$, $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow y=x^3+x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 81: Cho tích phân $I=\int\limits_1^5 x.e^{2x}dx$. Tìm mệnh đề đúng

A. $I=\dfrac{1}{2}xe^{2x}\big|_1^5-\dfrac{1}{2}\int\limits_1^5 e^{2x}dx$. **B.** $I=\dfrac{1}{2}xe^{2x}\big|_1^5-\int\limits_1^5 e^{2x}dx$.

C. $I=xe^{2x}\big|_1^5-\int\limits_1^5 e^{2x}dx$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}xe^{x}\big|_1^5-\dfrac{1}{2}\int\limits_1^5 e^{x}dx$

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=x\\dv=e^{2x}dx\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=dx\\v=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{array}\right.\Rightarrow I=\dfrac{1}{2}xe^{2x}\big|_1^5-\dfrac{1}{2}\int\limits_1^5 e^{2x}dx$.

Câu 82: Có hai hộp bút chì màu, các bút chì khác nhau. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để chọn một cây bút chì màu đỏ và một bút chì màu xanh là

A. $\dfrac{17}{36}$. **B.** $\dfrac{7}{12}$. **C.** $\dfrac{19}{36}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $n(\Omega)=C_{12}^1.C_{12}^1=144$.

Gọi A là biến cố chọn được một cây bút chì màu đỏ và một bút chì màu xanh.

Khi đó $n(A)=C_5^1C_4^1+C_7^1C_8^1=76\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{76}{144}=\dfrac{19}{36}$.

Câu 83: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1;m=5$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn A.

Có $y' = x^2 - 2mx + \left(m^2 - 4\right)$; $y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ thì $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^2 - 2m.3 + \left(m^2 - 4\right) = 0 \\ 2.3 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right. \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 84: Cho hàm số $f(x) = \log_3\left(x^2 + 1\right)$. Tính $f'(-1)$.

A. Không tồn tại $f'(-1)$. **B.** $f'(-1) = \dfrac{1}{2\ln 3}$.

C. $f'(-1) = \dfrac{1}{\ln 3}$. **D.** $f'(-1) = -1.x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'(x) = \left(\log_3\left(x^2 + 1\right)\right)' = \dfrac{\left(x^2 + 1\right)'}{\left(x^2 + 1\right)\ln 3} = \dfrac{2x}{\left(x^2 + 1\right)\ln 3}$.

Suy ra $f'(-1) = \dfrac{-2}{\left((-1)^2 + 1\right)\ln 3} = -\dfrac{1}{\ln 3}$.

Câu 85: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x + m}{x + 1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $8 < m < 10$. **B.** $0 < m < 4$. **C.** $4 < m < 8$. **D.** $m > 10$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = \dfrac{1 - m}{(x + 1)^2}$.

$f(1) = \dfrac{1 + m}{2}; f(2) = \dfrac{2 + m}{3}$.

$\min\limits_{[1;2]} f(x) = \min\{f(1); f(2)\}$ và $\max\limits_{[1;2]} f(x) = max\{f(1); f(2)\}$.

Nên theo đề ta có $\max\limits_{[1;2]} f(x) + \min\limits_{[1;2]} f(x) = 8 \Leftrightarrow \dfrac{2 + m}{3} + \dfrac{1 + m}{2} = 8 \Leftrightarrow \dfrac{5m + 7}{6} = 8$

$\Leftrightarrow 5m + 7 = 48 \Leftrightarrow m = \dfrac{41}{5}$.

Câu 86: Trong không gian cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;3;0)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $x + y - z - 2 = 0$. **B.** $x + y - z + 2 = 0$. **C.** $x + 2y - z - 3 = 0$. **D.** $x + 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm AB suy ra $I(2;1;1)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB qua $I(2;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)=2(1;2;-1)$ có dạng

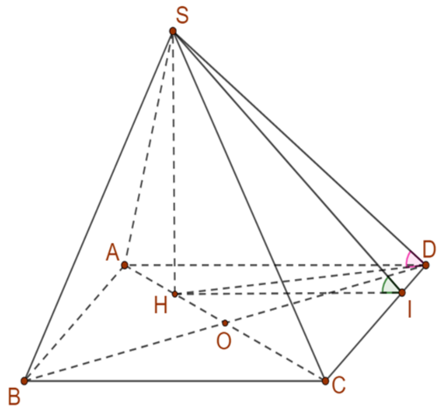
$1.(x-2)+2.(y-1)-1.(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-3=0$.

Câu 87: Cho hàm số $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, O là tâm đáy. Hình chiếu vuông góc của S xuống $(ABCD)$ là trung điểm H của OA, biết $\widehat{(SD,(ABCD))}=60^\circ$. Gọi α là góc giữa $mp(SCD)$ và $mp(ABCD)$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\tan\alpha \in (0;1)$. **B.** $\tan\alpha \in (3;4)$. **C.** $\tan\alpha \in (2;3)$. **D.** $\tan\alpha \in (1;2)$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\widehat{(SD,(ABCD))}=\widehat{SDH}=60^\circ$,

$AB=2a \Rightarrow AC=BD=2a\sqrt{2} \Rightarrow OD=\sqrt{2}a, OH=\dfrac{\sqrt{2}a}{2} \Rightarrow DH=\sqrt{OH^2+OD^2}=\dfrac{\sqrt{10}a}{2}$.

$\Rightarrow SH=HD.\tan 60^\circ=\dfrac{\sqrt{30}a}{2}$.

Kẻ $HI \perp CD \Rightarrow ((SCD),(ABCD))=\widehat{SIH}$, $\dfrac{HI}{AD}=\dfrac{CH}{CA}=\dfrac{3}{4} \Rightarrow HI=\dfrac{3}{4}AD=\dfrac{3a}{2}$.

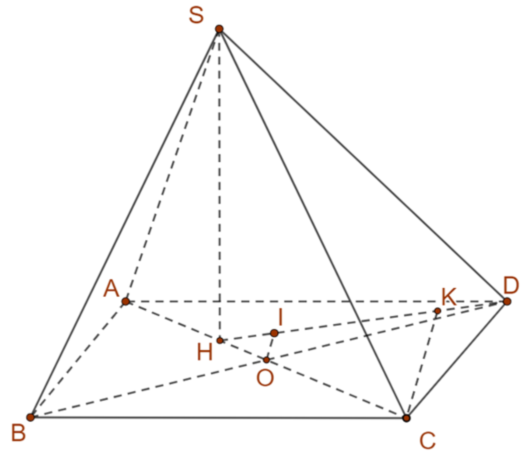
Do đó $\tan\alpha=\tan\widehat{SIH}=\dfrac{SH}{HI}=\dfrac{\sqrt{30}}{3}\in(1;2)$.

Câu 88: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AC=2a, BD=2a\sqrt{2}$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABD, biết rằng các mặt phẳng (SHC) và (SHD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SHD) bằng

A. $\dfrac{4a\sqrt{19}}{38}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{38}}{19}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{38}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{19}}{38}$.

Lời giải

Chọn C.



Các mặt phẳng (SHC) và (SHD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$nên $SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $CK \perp HD \Rightarrow SH \perp CK \Rightarrow CK \perp (SHD) \Rightarrow d(C,(SHD)) = CK$.

Kẻ $OI \perp HD \Rightarrow CK = 4OI = 4\dfrac{HO.OD}{\sqrt{OH^2 + OD^2}} = \dfrac{4a\sqrt{38}}{19}$.

Câu 89: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$, $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(3) = \dfrac{4}{9}$ và $[f'(x)]^2 = (x+1).f(x)$. Tính $f(8)$.

A. $f(8) = \dfrac{1}{16}$. **B.** $f(8) = 64$. **C.** $f(8) = 49$. **D.** $f(8) = 256$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $[f'(x)]^2 = (x+1).f(x) \Rightarrow \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{x+1}$.

Suy ra

$$\int_3^8 \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx = \int_3^8 \frac{1}{\sqrt{x+1}}dx$$
$$\Rightarrow 2\sqrt{f(x)}\Big|_3^8 = \frac{38}{3} \Leftrightarrow \sqrt{f(8)} - \sqrt{f(3)} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \sqrt{f(8)} = 7 \Leftrightarrow f(8) = 49.$$

Câu 90: Cho các số thực dương x,y thỏa mãn $\left(\dfrac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy} \le \left(\dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2}$.

Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$

Lời giải

Chọn B.

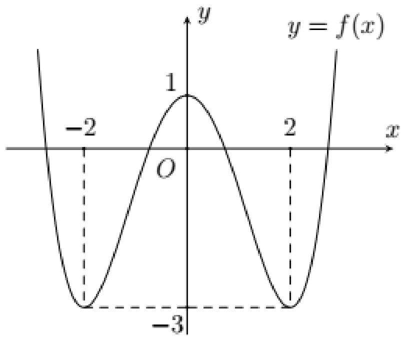
$$\left(\frac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy} \le \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2} \Leftrightarrow \left(\frac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy} \le \left(\frac{10}{9}\right)^{\frac{-(xy+5y^2)}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5xy \le \frac{-(xy+5y^2)}{2}$$
$$\Leftrightarrow 4x^2 - 9xy + 5y^2 \le 0$$
$$\Leftrightarrow (4x-5y)(x-y) \le 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x-5y \le 0 \\ x-y \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x-5y \ge 0 \\ x-y \le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{y} \le \dfrac{5}{4} \\ \dfrac{x}{y} \ge 1 \end{cases}$$

Vậy $\min \dfrac{x}{y} = 1; \max \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{4}$

Nên $\max \dfrac{x}{y} - \min \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{4} - 1 = \dfrac{1}{4}$.

Câu 91: Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2

Lời giải

Chọn B.

$$y = \frac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3} = \frac{x(x-2)(x+2)^2}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$$

Xét $[f(x)]^2 + 2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 1 \\ f(x) = -3. \end{array}\right.$

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = x_1 < -2 \\ x = x_1 > 2 \end{array}\right.$$

Có 3 tiệm cận đứng

$f(x) = -3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2(l) \\ x = 2 \end{array}\right.$

Có 1 tiệm cận đứng

Vậy tổng cộng có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 92: Có bao nhiêu số nguyên dương m nhỏ hơn 20 thỏa mãn phương trình $\log\left(mx + \log m^m\right) = 10^x$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. 11. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 10

Lời giải

Chọn B.

$\log\left(mx + \log m^m\right) = 10^x \Leftrightarrow mx + m\log m = 10^{10^x}$

$\Leftrightarrow 10^x(mx + m\log m) = 10^x.10^{10^x}$

$\Leftrightarrow \left(m.10^x\right).\log(m.10^x) = 10^x.10^{10^x}$ (1)

$10^x = a; \log(m.10^x) = b$

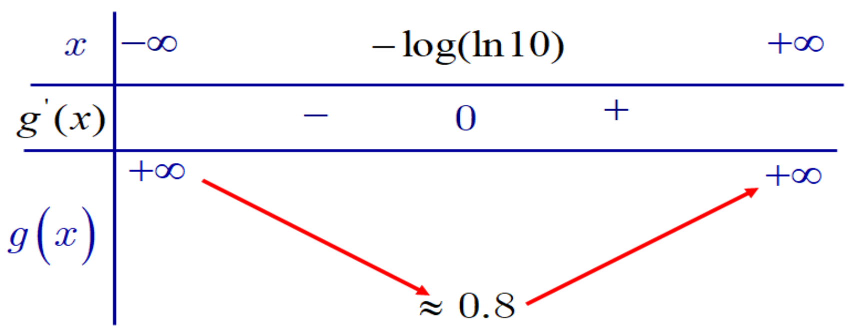
$a.10^a = b.10^b \Rightarrow a = b \Rightarrow 10^x = \log(m.10^x) = \log m + x$

$\Rightarrow \log m = 10^x - x$

$g(x) = 10^x - x$

$g'(x) = 10^x.\ln 10 - 1$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\log(\ln 10)$



Để phương trình có hai nghiệm thì $\begin{array}{l} \Rightarrow \log m > 0.8 \Rightarrow m > 10^{0.8} = 6.72 \\ \Rightarrow m \in \{7; 8; ....19\} \end{array}$

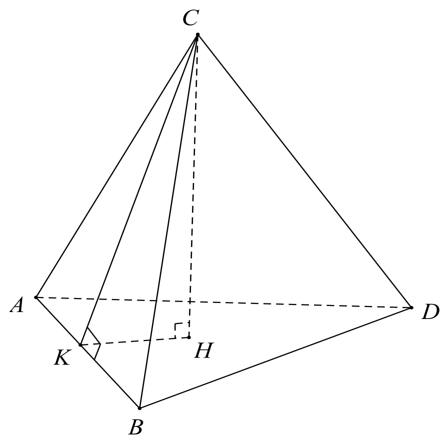
Vậy có 13 số.

Câu 93: Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\Delta ABC} = 4\ cm^2$, $S_{\Delta ABD} = 6\ cm^2$, $AB = 3\ cm$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng $60°$. Thể tích của tứ diện đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}\ cm^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\ cm^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}\ cm^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}\ cm^3$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là chân đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh C và trong (ABC), kẻ $CK \perp AB$ với $K \in AB$. Khi đó, $\left(\widehat{(ABC),(ABD)}\right) = \widehat{CKH} = 60^{\circ}$ và $h = CH$.

Do đó, $CK = \dfrac{2S_{\Delta ABC}}{AB} = \dfrac{8}{3} \Rightarrow CH = CK.\sin\widehat{CKH} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

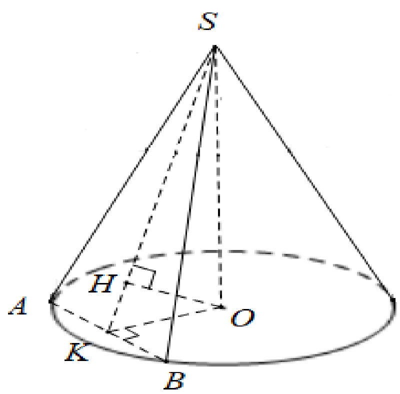
Vậy $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABD}.CH = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm^3.

Câu 94: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^{\circ}$, $\widehat{SAB} = 60^{\circ}$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.



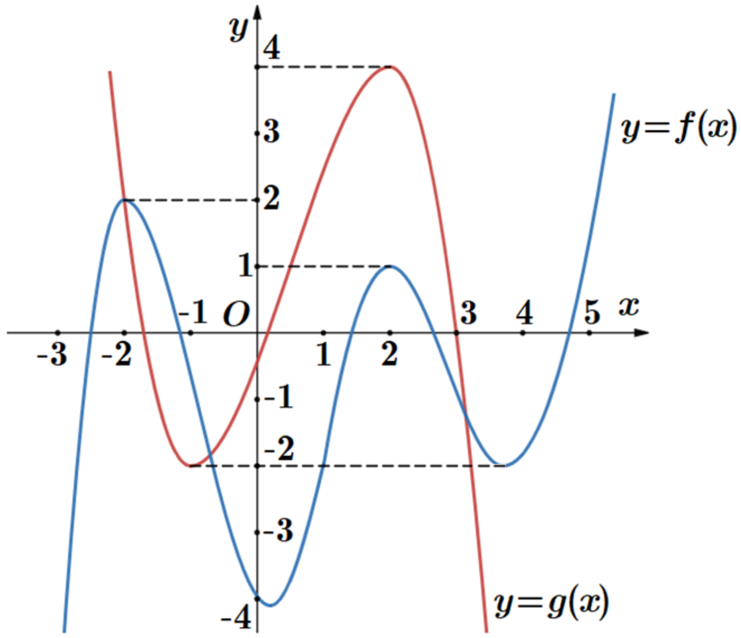
Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow (SOK) \perp (SAB)$ nên trong (SOK), kẻ $OH \perp SK$ (với $H \in SK$) thì $d(O;(SAB)) = OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có, tam giác SAB đều nên $SK = SA\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và lại có $SO = SA.\sin\widehat{SAO} = \dfrac{SA}{2}$.

Xét tam giác SOK vuông tại O có

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OK^2}\Rightarrow\frac{6}{SA^2}=\frac{1}{OH^2}\Rightarrow SA=a\sqrt{2}\Rightarrow l=a\sqrt{2}.$$

Câu 95: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị như hình sau:



Khi đó tổng số nghiệm của hai phương trình $f(g(x))=0$ và $g(f(x))=0$ là

A. 26. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=a_1 & (-3<a_1<-2)\\ x=a_2 & (-2<a_2<-1)\\ x=a_3 & (1<a_3<2)\\ x=a_4 & (2<a_4<3)\\ x=a_5 & (4<a_5<5)\end{array}\right.$ và $g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=a_6 & (-2<a_6<-1)\\ x=a_7 & (0<a_7<1)\\ x=3 & \end{array}\right.$.

Khi đó $f(g(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}g(x)=a_1 & (-3<a_1<-2)\\ g(x)=a_2 & (-2<a_2<-1)\\ g(x)=a_3 & (1<a_3<2)\\ g(x)=a_4 & (2<a_4<3)\\ g(x)=a_5 & (4<a_5<5)\end{array}\right.$, phương trình này có 11 nghiệm.

$g(f(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=a_6\\ f(x)=a_7\\ f(x)=3\end{array}\right.$, phương trình này có 11 nghiệm.

Vậy tổng số nghiệm của hai phương trình $f(g(x))=0$ và $g(f(x))=0$ là 22.

Câu 96: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x+1)(x^2-2mx+1),\forall x\in\mathbb{R}$ với m là tham số thực. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m không vượt quá 2023 sao cho hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ có 7 điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn A.

$g(x)=f(x^2-1)\Rightarrow g'(x)=2xf'(x^2-1)=2x(x^2-1)x^2\left[(x^2-1)^2-2m(x^2-1)+1\right]$

Ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-1=0\\x^2=0\\(x^2-1)^2-2m(x^2-1)+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\(x^2-1)^2-2m(x^2-1)+1=0\end{array}\right.$.

Để hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $(x^2-1)^2-2m(x^2-1)+1=0$ phải có 4 đơn nghiệm phân biệt khác $x=0$, $x=\pm1$.

Xét phương trình $(x^2-1)^2-2m(x^2-1)+1=0$

Đặt $t=x^2-1$, khi đó ta được phương trình $t^2-2mt+1=0$ với $t\geq-1$.

Với $t>-1$ ta có hai nghiệm x,

Với $t=-1$ ta có nghiệm $x=0$,

Với $t<-1$ phương trình vô nghiệm.

Nên để $(x^2-1)^2-2m(x^2-1)+1=0$ có 4 đơn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2-2mt+1=0$ có hai nghiệm phân biệt $0\neq t>-1$.

Ta có $t^2-2mt+1=0\Leftrightarrow 2m=t+\dfrac{1}{t}$.

Xét hàm số $h(t)=t+\dfrac{1}{t}$, ta có $h'(t)=1-\dfrac{1}{t^2}=0\Leftrightarrow t=\pm1$.

Bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
$h'(x)$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$h(x)$	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, phương trình $t^2-2mt+1=0$ có hai nghiệm phân biệt $0\neq t>-1$ khi $m>2$.

Câu 97: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\left[\dfrac{1}{3};3\right]$ thỏa mãn $f(x)+x\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x^3-x$. Giá trị tích phân $I=\displaystyle\int_{\frac{1}{3}}^{3}\dfrac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{16}{9}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $f(x)+x\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x^3-x\Leftrightarrow\dfrac{f(x)}{x^2+x}+\dfrac{1}{x+1}\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x-1$.

Suy ra $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{1}{x+1}\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}(x-1)\mathrm{d}x.\qquad (*)$

Đặt $t=\frac{1}{x}$ suy ra $\mathrm{d}x=-\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t$ và $x=\frac{1}{t}\Leftrightarrow\frac{1}{x+1}=\frac{t}{t+1}$.

Đổi cận $\begin{cases}x=\frac{1}{3}\Rightarrow t=3\\ x=3\Rightarrow t=\frac{1}{3}\end{cases}$. Khi đó

$$\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{1}{x+1}\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_{3}^{\frac{1}{3}}\frac{t}{t+1}\cdot f(t)\cdot\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(t)}{t^2+t}\mathrm{d}t=I.$$

Do đó $(*)\Leftrightarrow 2I=\frac{16}{9}\Leftrightarrow I=\frac{8}{9}$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x)=2x^4+ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là $-1,\ 1$ và 3. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\frac{182}{15}$. **B.** $\frac{265}{15}$. **C.** $\frac{128}{15}$. **D.** $\frac{256}{15}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $f(x)=2x^4+ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là $-1,\ 1$ và 3 nên

$$\begin{cases}f'(-1)=0\\ f'(1)=0\\ f'(3)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b+c=8\\ 3a+2b+c=-8\\ 27a+6b+c=-216\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-8\\ b=-4\\ c=24.\end{cases}$$

Suy ra $f(x)=2x^4-8x^3-4x^2+24x+d$. (1)

Ta có $f'(x)=8x^3-24x^2-8x+24$.

Khi đó $f(x)=g(x).f'(x)+r(x)$

Ta có $\begin{cases}f(x_1)=r(x_1)\\ f(x_2)=r(x_2)\\ f(x_3)=r(x_3)\end{cases}$. Suy ra $r(x)=g(x)=-8x^2+16x+6+d$.

Đồ thị $y=g(x)$ đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên phương trình

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=1\\ x=3.\end{array}\right.\qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $f(x)-g(x)=2(x+1)(x-1)^2(x-3)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

$$\int_{-1}^{3}\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_{-1}^{3}\left|2(x+1)(x-1)^2(x-3)\right|\mathrm{d}x=\frac{256}{15}.$$

Câu 99: Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. 9. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+2y^2>1\\2x+y\geq x^2+2y^2\end{cases}\quad(1)\\\begin{cases}0<x^2+2y^2<1\\2x+y\leq x^2+2y^2\end{cases}\quad(2)\end{array}\right.$

TH1: $x^2+2y^2\leq 2x+y\Leftrightarrow(x-1)^2+\left(\sqrt{2}y-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\leq\frac{9}{8}$. Khi đó:

$$2x+y=2(x-1)+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}y-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+\frac{9}{4}\overset{Cauchy-schwarz}{\leq}\sqrt{\left(2^2+\frac{1}{2}\right)\left[(x-1)^2+\left(\sqrt{2}y-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\right]}+\frac{9}{4}$$

$\leq\frac{9}{2}$

TH2: $0<T=2x+y\leq x^2+2y^2<1$

Vậy GTLN của $T=\frac{9}{2}$ khi $(x;y)=\left(2;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 100: Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+2m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$. **C.** $[-1;0]$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $f(x)=x^3-3x+2m-1\Rightarrow f'(x)=3x^2-3$. Nên: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;2)\\x=-1\notin(0;2)\end{array}\right.$

Có: $f(1)=2m-3<f(0)=2m-1<f(2)=2m+1$

$\Rightarrow\max\limits_{[0;2]}\left|f(x)\right|=\max\left\{\left|2m+1\right|,\left|2m-3\right|\right\}$

TH1: $\max\limits_{[0;2]}\left|f(x)\right|=\left|2m+1\right|$ thì:

$\left|2m+1\right| \ge \left|2m-3\right| \Leftrightarrow \left(2m+1\right)^2 \ge \left(2m-3\right)^2 \Leftrightarrow 16m \ge 8 \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{2}.$

Với $m \ge \frac{1}{2} \Rightarrow \left|2m+1\right| \ge 2 \Rightarrow$ GLTN của hàm số trên đoạn $\left[0;2\right]$ đạt GTNN là: 2 khi $m = \frac{1}{2}.$

TH2: $\max\limits_{[0;2]}\left|f\left(x\right)\right| = \left|2m-3\right|$ thì:

$\left|2m-3\right| \ge \left|2m+1\right| \Leftrightarrow \left(2m-3\right)^2 \ge \left(2m+1\right)^2 \Leftrightarrow 16m \le 8 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}.$

Với $m \le \frac{1}{2} \Rightarrow \left|2m-3\right| \ge 2 \Rightarrow$ GTLN của hàm số trên đoạn $\left[0;2\right]$ đạt GTNN là: 2 khi $m = \frac{1}{2}.$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[0;2\right]$ đạt GTNN là: 2 khi $m = \frac{1}{2}.$

HẾT