PHÒNG GD&ĐT TP THANH HOÁ
TRƯỜNG THCS TRẦN MAI NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI ĐỊNH HƯỚNG VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 - 2024
ĐỀ THI MÔN TOÁN
Ngày thi 25 tháng 02 năm 2023
Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi có: 01 trang

ĐỀ CHẴN:

Câu I: (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{7\sqrt{x}+3}{x-9}$

1. Rút gọn biểu thức P

2. Tìm giá trị của x để biểu thức $P = \dfrac{1}{3}$

Câu II: (*2,0 điểm*)

1. Giải phương trình: $5x^2 + 6x - 11 = 0$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{4}{x} + \dfrac{6}{y} = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

Câu III: (*2,0 điểm*)

1. Cho hai đường thẳng (d_1): $y = (m - 2)x + 3$ (với $m \neq 2$) và (d_2): $y = 3x + m$ Tìm m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau.

2. Tìm m để đường thẳng (d_1) cắt Ox tại A, cắt Oy tại B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Câu IV: (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn (O) đường kính MN = 2R. Trên đoạn thẳng OM lấy điểm F (F khác O và M). Dây PA vuông góc với MN tại F. Trên cung nhỏ NP lấy điểm D bất kỳ $(\mathrm{D} \neq N, \mathrm{D} \neq P)$, MD cắt PF tại I, gọi E là giao điểm của NP với tiếp tuyến tại M của (O).

1. Chứng minh rằng: Bốn điểm N, D, I, F cùng thuộc một đường tròn.

2. Chứng minh: MI. MD = PN.PE

3. Khi F là trung điểm của OM và D chạy trên cung nhỏ NP. Tìm vị trí điểm D để DN + DP lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu V: *(1,0 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn x + y + z + xy + yz + xz = 6.

Chứng minh rằng: $\dfrac{x^3}{y} + \dfrac{y^3}{z} + \dfrac{z^3}{x} \geq 3$

--------------------------Hết--------------------------

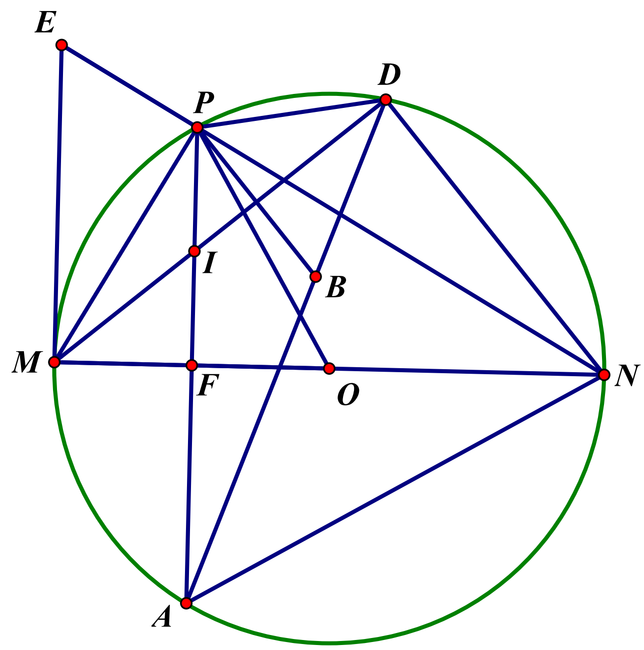
Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:...............................
Chữ kí của giám thị 1:..Chữ kí của giám thị 2:....................

HƯỚNG DẪN CHẤM THI ĐỊNH HƯỚNG VÀO LỚP 10 THPT MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2023 - 2024

ĐỀ CHẴN:

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I (2đ)	1) Với $x \ge 0;\ x \ne 9$ Ta có $P = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{7\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$	**0,25**
	$P = \dfrac{2\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-3\right)+\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)-3-7\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$ $= \dfrac{2x-6\sqrt{x}+x+4\sqrt{x}+3-3-7\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$	**0,25**
	$= \dfrac{3x-9\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} = \dfrac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	**0,25**
	Vậy $P = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x \ge 0; x \ne 9$	**0,25**
	2) Với $x \ge 0; x \ne 9$, $P = \dfrac{1}{3}$ khi $\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \dfrac{1}{3}$ $\Leftrightarrow \dfrac{6\sqrt{x}-(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{8\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} = 0$	**0,5**
	$\Rightarrow 8\sqrt{x}-3=0 \ \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{64}$(t/ m) Vậy $x = \dfrac{9}{64}\ khi\ P = \dfrac{1}{3}$	**0,5**
Câu II (2đ)	1) Giải phương trình: $5x^2 + 6x - 11 = 0$ $5x^2 + 6x - 11 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 5x + 11x - 11 = 0$ $\Leftrightarrow 5x(x - 1) + 11(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(5x + 11) = 0$ $\Leftrightarrow x - 1 = 0$ hoặc $5x + 11 = 0$ $TH\ 1:\ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ $TH\ 2:\ 5x + 11 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{11}{5}$	**0,5**
	Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; -\dfrac{11}{5}\right\}$	**0,5**
	2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{6}{y}=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ (*)	

	Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} \dfrac{1}{x} = a \ (a \neq 0) \\ \dfrac{1}{y} = b \ (b \neq 0) \end{cases}$ Hệ phương trình (*) trở thành $\begin{cases} a + b = \dfrac{1}{2} \\ 2a + 3b = \dfrac{1}{3} \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} a = \dfrac{7}{6} \\ b = \dfrac{-2}{3} \end{cases} (t/m) \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{6}{7} \\ y = \dfrac{-3}{2} \end{cases} (t/m)$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = \dfrac{6}{7} \\ y = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$	**0,75** **0,25**
Câu III (2đ)	1) Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau khi $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 3 \\ 3 \neq m \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m \neq 3 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$ Vậy m = 5 thì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau	**0,75** **0,25**
	2) +) Nếu x = 0 thì y = 3 $\Rightarrow$ B(0; 3) $\Rightarrow$ OB = 3 +) Nếu y = 0 thì x = $\dfrac{-3}{m-2}$ (với m $\neq$ 2) $\Rightarrow A\left(\dfrac{-3}{m-2}; 0\right)$ $\Rightarrow OA = \left\lvert\dfrac{-3}{m-2}\right\rvert = \left\lvert\dfrac{3}{m-2}\right\rvert$ Vì $A \in Ox$, $B \in Oy$ nên tam giá OAB vuông tại O Tam giác OAB vuông cân tại O khi OA = OB $\Leftrightarrow \dfrac{9}{(m-2)^2} = 9 \Leftrightarrow (m-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 2 = 1 \\ m - 2 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3\ (t/m) \\ m = 1\ (t/m) \end{array}\right.$ Vậy $m \in \{1; 3\}$	**0,5** **0,25** **0,25**
	1) Chứng minh rằng: Bốn điểm D, N, F, I cùng thuộc 1 đường tròn: Vì $D \in (O)$ đường kính MN nên $\widehat{MDN} = 90^0$hay $\widehat{IDN} = 90^0$ Suy ra I, D, N cùng thuộc đường tròn đường kính IN. Lại có $PA \perp MN$ nên $\widehat{IFN} = 90^0$	**0,5**

<table>
<tr><td rowspan="4">**Câu IV (3đ)**</td><td>Suy ra bốn điểm I, F, N cùng thuộc đường tròn đường kính IN.
Vậy bốn điểm I, D, F, N cùng thuộc đường tròn đường kính IN (đpcm)</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>**2) Chứng minh:** MI.MD = PN.PE
Xét ΔMIF và ΔMND có
$\widehat{MFI}=\widehat{MDN}=90^\circ$
$\widehat{DMN}$ chung
do đó $\Delta MIF \backsim \Delta MND (g-g)$
suy ra: $\frac{MI}{MF}=\frac{MN}{MD} \Leftrightarrow MI.MD$ = MF.MN (1)
Mặt khác : $P \in (O)$ đường kính AB nên $\widehat{MPN}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MPN đường cao PF
Ta có MF.MN = MP^2 (2)
Lại có: ME là tiếp tuyến của (O) tại M nên $\widehat{EMN}=90^0$ (tính chất tiếp tuyến)
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông EMN đường cao MP
Ta có MP^2 = PE.PN (3)
Từ (1), (2) và (3) suy ra: MI.MD = PN.PE</td><td>**0,25**

0,25

0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>**3) Tìm vị trí điểm E để $EB+EC$ lớn nhất:**
Vì MN vuông góc với PA tại F nên F là trung điểm của PA
ΔPNA cân tại N. (NF là đường cao, đường trung tuyến)
F là trung điểm của OM; $PF\perp OM$ nên ΔPMO cân tại P
Mà OM = OP = R nên ΔPMO đều suy ra $\widehat{POM}=60^0$
$\Rightarrow \widehat{PNM}=30^0 \Rightarrow \widehat{PNA}=60^0$ nên ΔPNA đều
Trên tia DA lấy điểm B sao cho DB = DP
Vì $\widehat{PDA}=\widehat{PNA}=60^0$ (góc nội tiếp cùng chắn cung PA) nên ΔPDB đều
Vì $\widehat{PBA}=180^0-\widehat{PBD}=120^0$ (kề bù)</td><td>**0,25**</td></tr>
</table>

	$\widehat{PDN} = 180^0 - \widehat{PMN} = 120^0$ $\widehat{PAD} = \widehat{PND}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung PD) Suy ra $\widehat{PBA} = \widehat{PDN}$ Xét ΔPBA và ΔPBN ta có $\widehat{PAD} = \widehat{PND}$ PB = PD $\widehat{PBA} = \widehat{PDN}$ Do đó $\Delta PBA = \Delta PDN (g.c.g)$ suy ra AB = DN Khi đó DN + DP = BA + BD = AD $\leq 2R$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi AD đường kính của đường tròn (O) $\Leftrightarrow D$ là điểm đối xứng với A qua O Vậy giá trị lớn nhất của DN + DP bằng 2R khi D đối xứng với A qua O	**0,25** **0,25** **0,25**
Câu V (1đ)	Đặt $P = \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x}$ Có x, y, z là các số thực dương, theo bất đẳng thức AM-GM ta có: $\begin{cases} \frac{x^3}{y} + xy \geq 2x^2 \\ \frac{y^3}{z} + yz \geq 2y^2 \\ \frac{z^3}{x} + xz \geq 2z^2 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x} \geq 2\left(x^2 + y^2 + z^2\right) - \left(xy + yz + zx\right)$ mà $x + y + z + xy + yz + zx = 6 \Rightarrow P \geq 2\left(x^2 + y^2 + z^2\right) + \left(x + y + z\right) - 6$ Có $\left(x - y\right)^2 + \left(y - z\right)^2 + \left(z - x\right)^2 \geq 0 \Rightarrow 2\left(x^2 + y^2 + z^2\right) \geq 2\left(xy + yz + xz\right)$ $\Rightarrow 3\left(x^2 + y^2 + z^2\right) \geq \left(x + y + z\right)^2$ Suy ra $P \geq \frac{2}{3}\left(x + y + z\right)^2 + \left(x + y + z\right) - 6.$ Có $xy + yz + zx \leq x^2 + y^2 + z^2 \Rightarrow 3\left(xy + yz + zx\right) \leq \left(x + y + z\right)^2$ Do đó $6 = x + y + z + xy + yz + xz \leq x + y + z + \frac{1}{3}\left(x + y + z\right)^2$ $\Rightarrow \frac{1}{3}\left(x + y + z\right)^2 + \left(x + y + z\right) - 6 \geq 0. \Rightarrow \left(x + y + z\right) \geq 3 \; \left(x + y + z\right)^2 \geq 9$ Suy ra $P \geq \frac{2}{3}.9 + 3 - 6 = 3$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = z = 1$. Vậy $\frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x} \geq 3$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,25**

<u>Ghi chú:</u> *Các cách giải khác đúng cho điểm tương đương.*
Nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai câu 4 thì không chấm điểm.

PHÒNG GD&ĐT TP THANH HOÁ
TRƯỜNG THCS TRẦN MAI NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI ĐỊNH HƯỚNG VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 - 2024
ĐỀ THI MÔN TOÁN
Ngày thi 25 tháng 02 năm 2023
Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi có: 01 trang

ĐỀ LẺ:

Câu I: (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} - \dfrac{7\sqrt{a}+3}{a-9}$

1. Rút gọn biểu thức P

2. Tìm giá trị của a để biểu thức $P = \dfrac{1}{2}$

Câu II: (*2,0 điểm*)

1. Giải phương trình: $3x^2 + 8x - 11 = 0$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{4} \\ \dfrac{12}{x} + \dfrac{9}{y} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Câu III: (*2,0 điểm*)

1. Cho hai đường thẳng (d_1): $y = (m-1)x + 2$ (với $m \neq 1$) và (d_2): $y = 3x + m$
Tìm m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau.

2. Tìm m để đường thẳng (d_1) cắt Ox tại A, cắt Oy tại B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Câu IV: (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Trên đoạn thẳng OA lấy điểm I (I khác O và A). Dây CM vuông góc với AB tại I. Trên cung nhỏ BC lấy điểm E bất kỳ $(E \neq B, E \neq C)$, AE cắt CI tại F, gọi D là giao điểm của BC với tiếp tuyến tại A của (O).

1. Chứng minh rằng: Bốn điểm B, E, F, I cùng thuộc một đường tròn.

2. Chứng minh: AE. AF = CB.CD

3. Khi I là trung điểm của OA và E chạy trên cung nhỏ BC. Tìm vị trí điểm E để EB + EC lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu V: (1,*0 điểm*)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn a + b + c + ab + bc + ac = 6.

Chứng minh rằng: $\dfrac{a^3}{b} + \dfrac{b^3}{c} + \dfrac{c^3}{a} \geq 3$

---------------------------Hết---------------------------

Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:...............................
Chữ kí của giám thị 1:..Chữ kí của giám thị 2:...................

HƯỚNG DẪN CHẤM THI ĐỊNH HƯỚNG VÀO LỚP 10 THPT MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2023 - 2024

ĐỀ LẺ:

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I (2đ)	Với $a \geq 0; a \neq 9$, ta có $P = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} - \frac{7\sqrt{a}+3}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$	**0,25**
	$P = \frac{2\sqrt{a}.\left(\sqrt{a}-3\right)+\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+3\right)-3-7\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$ $= \frac{2a-6\sqrt{a}+a+4\sqrt{a}+3-3-7\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$	**0,25**
	$= \frac{3a-9\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)} = \frac{3\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-3\right)}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)} = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$	**0,25**
	Vậy $P = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$ với $a \geq 0; a \neq 9$	**0,25**
	b) Với $a \geq 0; a \neq 9$, $P = \frac{1}{2}$ khi $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}-(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}+3} = 0 \Leftrightarrow \frac{5\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+3} = 0$	**0,5**
	$\Rightarrow 5\sqrt{a}-3=0$ $\Leftrightarrow a = \frac{9}{25}$ (t/ m) Vậy $a = \frac{9}{25}$ khi $P = \frac{1}{2}$	**0,5**
Câu II (2đ)	1) Giải phương trình: $3x^2 + 8x - 11 = 0$ Ta có $3x^2 + 8x - 11 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x + 11x - 11 = 0$ $\Leftrightarrow 3x(x-1) + 11(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(3x+11) = 0$ $\Leftrightarrow x - 1 = 0$ hoặc $3x + 11 = 0$ $TH\ 1:\ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ $TH\ 2:\ 3x + 11 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{3}$	**0,75**
	Vậy tập nghiệm của phương trình là S = $\left\{1; -\frac{11}{3}\right\}$	**0,25**
	2) Giải hệ phương trình: $\left\{\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{4} \\ \frac{12}{x}+\frac{9}{y}=\frac{3}{2} \end{cases}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{4} \\ \frac{4}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{2} \end{cases}$ (*)	

<table>
<tr><td></td><td>

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} \dfrac{1}{x} = a\ (a \neq 0) \\ \dfrac{1}{y} = b\ (b \neq 0) \end{cases}$

Hệ phương trình (*) trở thành $\begin{cases} a + b = \dfrac{3}{4} \\ 4a + 3b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} a = \dfrac{-7}{4} \\ b = \dfrac{5}{2} \end{cases} (t/m) \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-4}{7} \\ y = \dfrac{2}{5} \end{cases} (t/m)$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = \dfrac{-4}{7} \\ y = \dfrac{2}{5} \end{cases}$

</td><td>

0,75

0,25

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">

Câu III (2đ)

</td><td>

1) Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau khi $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 3 \\ m \neq 2 \\ 1 \neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m \neq 2 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$

Vậy m = 4 thì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau

</td><td>

0,75

0,25

</td></tr>
<tr><td>

2)

+) Nếu x = 0 thì y = 2 $\Rightarrow$ B(0; 2) $\Rightarrow$ OB = 2

+) Nếu y = 0 thì x = $\dfrac{-2}{m-1}$ (với m $\neq$ 1)$\Rightarrow A\left(\dfrac{-2}{m-1}; 0\right)$

$\Rightarrow OA = \left|\dfrac{-2}{m-1}\right| = \left|\dfrac{2}{m-1}\right|$

Vì A $\in$ Ox, B $\in$ Oy nên tam giá OAB vuông tại O

Tam giác OAB vuông cân tại O khi OA = OB

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{(m-1)^2} = 4 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 1 = 1 \\ m - 1 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2\ (t/m) \\ m = 0\ (t/m) \end{array}\right.$

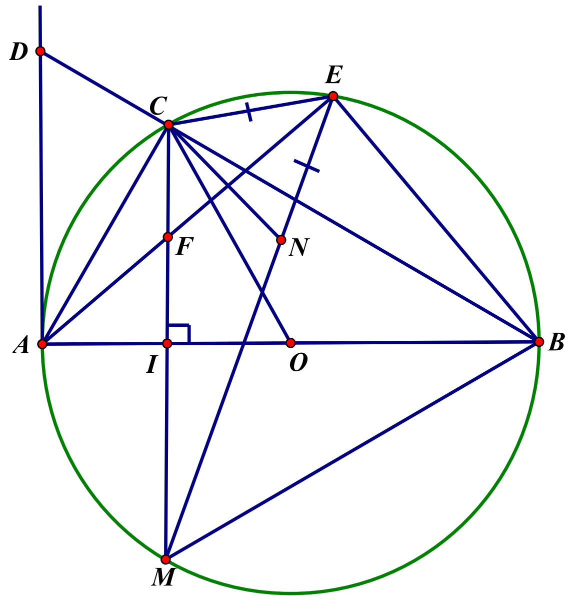
Vậy $m \in \{0; 2\}$

</td><td>

0,75

0,25

</td></tr>
</table>

		
	1) Chứng minh rằng: Bốn điểm B, E, F, I cùng thuộc 1 đường tròn: $E \in (O)$ đường kính AB nên $\widehat{AEB} = 90^0$ hay $\widehat{FEB} = 90^0$ Suy ra E , F, B cùng thuộc đường tròn đường kính FB Lại có $CI \perp AB$ nên $\widehat{FIB} = 90^0$ Suy ra I, F, B cùng thuộc đường tròn đường kính FB. Vậy bốn điểm B, E, F, I cùng thuộc đường tròn đường kính FB (đpcm)	**0,5** **0,5**
Câu IV (3đ)	**2) Chứng minh:** $AE.AF = CB.CD$ Xét ΔAIF và ΔAEB ta có $\widehat{AIF} = \widehat{AEB} = 90^0$ $\widehat{EAB}$ chung do đó $\Delta AIF \backsim \Delta AEB(g-g)$ suy ra: $\dfrac{AI}{AE} = \dfrac{AF}{AB} \Leftrightarrow AI.AB = \text{AF.AE}$ (1) Mặt khác: $C \in (O)$ đường kính AB nên $\widehat{ACB} = 90^0$(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACB ta có $AI.AB = AC^2$(2) Lại có: AD là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\widehat{DAB} = 90^0$(tính chất tiếp tuyến) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông BAD ta có $AC^2 = CD.CB$(3) Từ (1), (2) và (3) suy ra: $AE.AF = CB.CD$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,25**
	3) Tìm vị trí điểm E để $EB + EC$ lớn nhất: Vì AB vuông góc với CM tại I nên I là trung điểm của CM ΔCBM cân tại B (BI là đường cao, đường trung tuyến) I là trung điểm của $OA; CI \perp OA$ nên ΔOCA cân tại C Mà $OC = OA = R$ nên ΔOCA đều suy ra $\widehat{COA} = 60^0$ $\Rightarrow \widehat{CBA} = 30^0 \Rightarrow \widehat{CBM} = 60^0$nên ΔCBM đều Trên tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$ Vì $\widehat{CEM} = \widehat{CBM} = 60^0$(góc nội tiếp cùng chắn cung CM) nên ΔCEN đều +) $\widehat{CNM} = 180^0 - \widehat{CNE} = 120^0$ (kề bù)	**0,25**

	$\widehat{CEB}=180^0-\widehat{CAB}=120^0$ Suy ra $\widehat{CNM}=\widehat{CEB}$ (1) Mà $\widehat{CMN}=\widehat{CBE}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CE) (2) Từ (1)(2) suy ra $\widehat{MCN}=\widehat{BCE}$ Xét ΔCNM và ΔCEB có $\widehat{CNM}=\widehat{CEB}$ $CE=CN$ $\widehat{MCN}=\widehat{BCE}$ Do đó $\Delta CNM=\Delta CEB(g.c.g)$ suy ra $MN=EB$ Khi đó $EC+EB=EN+MN=EM\le 2R$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi EM là đường kính của đường tròn (O) $\Leftrightarrow E$ là điểm đối xứng với M qua O Vậy giá trị lớn nhất của $EB+EC$ bằng $2R$ khi E đối xứng với M qua O	**0,25** **0,25** **0,25**
Câu V (1đ)	Đặt $P=\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}$ Có a, b, c là các số thực dương, theo bất đẳng thức AM-GM Ta có: $\begin{cases}\frac{a^3}{b}+ab\ge 2a^2\\ \frac{b^3}{c}+bc\ge 2b^2\\ \frac{c^3}{a}+ac\ge 2c^2\end{cases}\Rightarrow P=\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}\ge 2\left(a^2+b^2+c^2\right)-\left(ab+bc+ac\right)$ mà $a+b+c+ab+bc+ac=6\Rightarrow P\ge 2\left(a^2+b^2+c^2\right)+\left(a+b+c\right)-6$ Có$\left(a-b\right)^2+\left(b-c\right)^2+\left(a-c\right)^2\ge 0\Rightarrow 2\left(a^2+b^2+c^2\right)\ge 2\left(ab+bc+ca\right)$ $\Rightarrow 3\left(a^2+b^2+c^2\right)\ge\left(a+b+c\right)^2$. Suy ra $P\ge\frac{2}{3}\left(a+b+c\right)^2+\left(a+b+c\right)-6$ Có $ab+bc+ca\le a^2+b^2+c^2\Rightarrow 3\left(ab+bc+ac\right)\le\left(a+b+c\right)^2$ Do đó $6=a+b+c+ab+bc+ac\le a+b+c+\frac{1}{3}\left(a+b+c\right)^2$ $\Rightarrow\frac{1}{3}\left(a+b+c\right)^2+\left(a+b+c\right)-6\ge 0.\Rightarrow\left(a+b+c\right)\ge 3$, $\left(a+b+c\right)^2\ge 9$ Suy ra $P\ge\frac{2}{3}.9+3-6=3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=1$ Vậy $\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}\ge 3$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,25**

Ghi chú:

Các cách giải khác đúng cho điểm tương đương.

Nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai bài 4 thì không chấm điểm.